크리깅의 실험계획법

정재준*· 이창섭**· 이태희†

Design of Experiment for kriging

JaeJoon Jung, Changseob Lee and TaeHee Lee

Key Words : Approximate Model(근사모델), DOE (실험계획법), Kriging (크리깅), Maximin Distance Experiment Design(최대최소 거리 실험계획법), Maximum Entropy Experiment Design (최대 엔트로피 실험 계획법), Space Filling Experiment Design (충진 실험계획법)

Abstract

Approximate optimization has become popular in engineering field such as MDO and Crash analysis which is time consuming. To accomplish efficient approximate optimization, accuracy of approximate model is very important. As surrogate model, Kriging have been widely used approximating highly nonlinear system . Because Kriging employs interpolation method, it is adequate for deterministic computer simulation. Because there are no random errors and measurement errors in deterministic computer simulation, instead of classical DOE ,space filling experiment design which fills uniformly design space should be applied. In this work, various space filling designs such as maximin distance design, maximum entropy design are reviewed. And new design improving maximum entropy design is suggested and compared.

기호설명

$\hat{y}(\mathbf{x})$: 크리깅 모델
$y(\mathbf{x})$: 실제 모델
$\mathbf{R}$: 상관행렬
$\ln L$: 최우량 추정함수
$Ent(\mathbf{x})$: 엔트로피
λ : 고유치

1. 서 론

근사최적설계는 정확하고 복잡한 유한요소해석 대신에 근사모델을 이용하여 해석을 수행함으로써 최적설계과정의 효율를 높이는 최적설계기법이다. Schmit 와 Farshi 가 구조물 설계에 근사화 기법을 적용한 것을 시작으로 발전된 이 기법은 해석시간이 많이 소요되는 충격해석이나 설계변수들간의 복잡한 연성관계가 존재하는 다분야통합최적설계 분야에서 그 효율성이 점점 부각되고 있다. 이러한 이유로 전체 설계영역에서 실제 모델의 특성을 잘 반영하는 근사모델(approximate model)에 관한 연구가 활발히 진행되고 있으며 대표적인 근사모델로는 반응표면모델(Response Surface Model: RSM)과 크리깅(Kriging)이 있다.

반응표면모델은 최소자승법(least square method)을 이용한 회귀모델(regression model)로 구현이 간단하고 사용하기 쉽다는 장점은 있지만, 회귀모델의 특성상 전산실험(Design and Analysis of Computer Experiment : DACE)보다는 실제실험에 적합하며, 비선형성이 강한 경우 적용하기 어렵다는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 해결하고자 연구되고 있는 근사모델이 바로 크리깅이다.

크리깅은 남아프리카공화국의 채광학자인 Krige 의 경험적 연구를 바탕으로 하고 있다. Krige 는 기존 광맥의 위치와 채취량을 바탕으로 새로운 광맥에서의 채취량을 경험적으로 예측하였는데, 지질수학자인 Metheron 이 이러한 경험적 연구를 수학적으로 정립시켜, 오늘날의 크리깅(kriging)이라 명

† 한양대학교 기계공학부
E-mail : thlee@hanyang.ac.kr
TEL: (02)2290-0449 FAX (02)298-4634
* 한양대학교 대학원 기계설계학과
** 한양대학교 대학원 기계설계학과

명하였다(Krige, 1951; Matheron, 1963). 이후 Sacks 는 지질통계학에서만 쓰이던 크리깅을 전산실험과 공학 분야에 처음으로 적용하였으며(Sacks, 1989), Simpson 과 Giunta 는 크리깅 모델과 반응표면모델의 비교 연구를 수행하였다(Simpson, 1998; Giunta et al., 1998). 또한 Chen 은 반응표면모델, 크리깅, RBF(Radial Basis Function), MARS(Multivariate Adaptive Regression Spline)에 대한 비교 연구를 통해 설계변수가 많고 비선형성이 강한 문제에서 크리깅과 RBF 가 좋은 성능을 보인다는 연구 결과를 발표하였다(Chen et al, 2000).

이러한 크리깅 모델은 보간법을 통해 생성되기 때문에 모델 생성에 사용된 실험점의 선택에 많은 영향을 받는 특징이 있다. 따라서 우수한 예측성능을 갖는 크리깅 모델을 얻기 위해서는 크리깅에 적합한 실험계획에 대한 연구가 무엇보다 중요하다. 크리깅과 같은 전산실험모델은 실제 실험과 달리 측정오차(measurement error)나 임의오차(random error)가 발생하지 않기 때문에 중복실험을 허용하는 일반적인 실험계획법(Design of Experiment: DOE)보다는 충진(space-filling)계획법이 더 바람직하다고 알려져 있다(Sacks et al., 1989).

본 연구에서는 현재까지 알려진 충진실험계획법인 라틴 방격법(Latin hypercube), Sacks 의 최대엔트로피 실험계획법(Maximum entropy sampling), 최대최소거리 실험계획법(Maximin distance design)을 살펴보고 Sacks 의 방법을 개선한 새로운 충진실험계획을 제안하고자 한다. 앞의 실험계획법들에 대해 실험계획을 실시하여 비선형성이 강한 수학 함수들에 대해서 크리깅 모델을 생성한 후, 그 예측성능으로 실험계획법의 우수성을 비교하고자 한다.

2. 크리깅

2.1 크리깅 모델의 구성을 위한 가정

크리깅 모델의 실제 함수는 평균에 해당하는 전역모델 $f(\mathbf{x})^T\beta$ 와 이것으로부터의 편차(deviation)를 나타낸 $z(\mathbf{x})$ 의 합으로 표현할 수 있다고 가정한다.

$$y(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})^T\beta + z(\mathbf{x}) \tag{1}$$

여기서 $f(\mathbf{x})$ 는 회귀모델 구성하는 p 개의 인자이며, β 는 회귀모델의 계수(regression coefficient)이다. $z(\mathbf{x})$ 는 평균이 0 이고 공분산이 아래와 같이 표현되는 확률적인 과정(stochastic process)을 통해 구현된다.

$$Cov[z(l), z(m)] = \sigma^2\mathbf{R}(l, m, \boldsymbol{\theta}) \tag{2}$$

여기서 $z(\mathbf{x})$ 의 공분산은 정규분포를 따르는 $y(\mathbf{x})$ 의 분산인 σ^2 와 $\boldsymbol{\theta}$ 를 파라미터로 갖는 상관행렬의 곱으로 나타낼 수 있다. 상관행렬을 구성하는 상관함수 $R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j)$ 는 임의의 두 실험점 $\mathbf{x}^i$ 와 $\mathbf{x}^j$ 사이의 상관관계를 나타낸다.

$$R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j, \boldsymbol{\theta}) = \exp\left[-\sum_{k=1}^{n_d}\theta_k |\mathbf{x}^i - \mathbf{x}^j|^2\right] \tag{3}$$

여기서 n_d 는 설계변수의 개수이며 상관 인자(correlation parameter) $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_{n_d}]^T$ 이다.

2.2 최우량 선형 비편향 예측자

(Best linear unbiased predictor: BLUP)

n 개의 실험점 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n$ 에 대한 실제 함수값 $y(\mathbf{x}_1), y(\mathbf{x}_2), ..., y(\mathbf{x}_n)$ 으로 구성된 $\mathbf{Y}$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}\mathbf{Y} &\equiv [y(\mathbf{x}_1)\ y(\mathbf{x}_2)\ ...\ y(\mathbf{x}_n)]^T \\ &= \mathbf{F}\beta + \mathbf{Z}\end{aligned} \tag{4}$$

여기서 $\mathbf{Z}$ 는 $\mathbf{Z} = [z(\mathbf{x}_1)\ z(\mathbf{x}_2)\ \cdots\ z(\mathbf{x}_n)]^T$ 이고 $\mathbf{F}$ 는 확장된 설계행렬(expanded design matrix)로 회귀모델에 따라 다르게 정의된다.

$$\mathbf{F}_{n\times p} \equiv \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_1) & \cdots & f_p(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(\mathbf{x}_n) & \cdots & f_p(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \tag{5}$$

크리깅은 n 개의 함수값 $y(\mathbf{x}_1), y(\mathbf{x}_2), ..., y(\mathbf{x}_n)$ 을 이용하여 실험점 이외의 점(untried point)에서 $y(\mathbf{x})$ 를 가장 잘 예측하는 선형 예측자(linear predictor) $\hat{y}(\mathbf{x})$ 을 구하는 것으로 식(4)를 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = c(\mathbf{x})^T\mathbf{Y} \tag{6}$$

여기서 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 이 BLUP 가 되기 위해서는 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 의 평균과 실제함수의 평균이 같다는 비평향조건(unbiasedness condition)을 만족하면서, 실제함수와의 평균제곱잔차가 최소가 되어야한다. 실제함수와 예측치의 잔차는

$$\begin{aligned}\hat{y}(\mathbf{x}) - y(\mathbf{x}) &= c(\mathbf{x})^T\mathbf{Y} - y(\mathbf{x}) \\ &= c(\mathbf{x})^T(\mathbf{F}\beta + \mathbf{Z}) - (f(\mathbf{x})^T\beta + \mathbf{z})\end{aligned} \tag{7}$$

로 표현되고, 임의의 β 에 대해서

$$\mathbf{F}^Tc(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) \tag{8}$$

이 성립할 때 비평향조건을 만족한다. 식(2)와 식(8)을 이용하여 예측치의 평균제곱잔차는 아래와 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}[(y(\mathbf{x}) - y(\mathbf{x}))^2] &= \mathbf{E}[(c^T\mathbf{Z} - \mathbf{z})^2] \\ &= \sigma^2[1 - 2c^T\mathbf{r} + c^T\mathbf{R}c]\end{aligned} \tag{9}$$

여기서 $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ 는 실험점 $\mathbf{x}^i$ 와 예측점 $\mathbf{x}$ 의 상관관

계를 나타내는 벡터이다.

$$\mathbf{r(x)} = \{R(\mathbf{x},\mathbf{x}_1,\boldsymbol{\theta}), R(\mathbf{x},\mathbf{x}_2,\boldsymbol{\theta}),\cdots, R(\mathbf{x},\mathbf{x}_n,\boldsymbol{\theta})\}^T \quad (10)$$

라그랑지승수(Lagrange mutiplier)를 이용하여 식(8)의 제약조건을 갖는 식(9)의 최적화 문제를 비제약 최적화 문제로 변환하면 아래와 같다.

$$A = \sigma^2[1-2c^T\mathbf{r} + c^T\mathbf{R}c] + \lambda^T(\mathbf{F}^T c - f) \quad (11)$$

라그랑지안 승수 정리를 이용하면

$$\frac{\partial A}{\partial c}:\ \sigma^2[-2\mathbf{r}+2\mathbf{R}c] + \mathbf{F}\boldsymbol{\lambda} = 0$$
$$\frac{\partial A}{\partial \boldsymbol{\lambda}}:\ \mathbf{F}^T\mathbf{c} - \mathbf{f} = 0 \quad (12)$$

이 되고 이를 행렬로 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{p\times p} & \mathbf{F^T}_{P\times n} \\ \mathbf{F}_{n\times p} & \mathbf{R}_{n\times n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\lambda}' \\ \mathbf{c} \end{Bmatrix}_{(p+n)\times 1} = \begin{Bmatrix} f \\ \mathbf{r} \end{Bmatrix}_{(p+n)\times 1} \quad (13)$$

여기서 라그랑지안 승수는 상수값에 해당하므로 $\boldsymbol{\lambda} = 2\sigma^2\boldsymbol{\lambda}'$ 로 치환한 것이고 식(13)의 해는 아래와 같이 유도된다.

$$\boldsymbol{\lambda}' = \left(\mathbf{F^T R^{-1} F}\right)^{-1}(\mathbf{F^T R^{-1} r} - f)$$
$$\mathbf{c} = \mathbf{R^{-1}}[\mathbf{r} - \mathbf{F}(\mathbf{F^T R^{-1} F})^{-1}(\mathbf{F^T R^{-1} r} - f)] \quad (14)$$

식(14)의 결과를 식(6)에 대입하면

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{r} - \mathbf{F}(\mathbf{F^T R^{-1} F})^{-1}(\mathbf{F^T R^{-1} r} - f)\}^{\mathbf{T}}\mathbf{R^{-1}Y} \quad (15)$$

이 되고 최종적으로 아래와 같은 크리깅 모델이 유도된다.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = f^{\mathbf{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r^T R^{-1}}(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (16)$$

여기서 $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F^T R^{-1} F})^{-1}\mathbf{F^T R^{-1} Y}$ 로 일반화된 최소자승 추정치(generalized least squared estimate)라고 한다.

2.3 최우량 추정법(Maximum Likelihood Method)

크리깅 모델은 식(3)과 식(10)에서 미지수인 상관인자 $\boldsymbol{\theta}$ 를 포함하고 있기 때문에 이 상관인자에 따라 크리깅 모델의 정확성과 곡률이 달라진다. 최우량 추정법은 이러한 상관인자 $\boldsymbol{\theta}$ 를 크리깅의 정규분포를 특성을 이용하여 확률적으로 추정하는 방법이다.

최우량 추정법에 사용되는 우량함수(likelihood function)는 다변량 정규분포(multivariate normal distribution)를 따르는 확률밀도함수(probability density function)의 곱에 로그를 취한 값으로 정의한다.

$$\ln L \equiv -\frac{(\mathbf{Y}-\mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})^{\mathbf{T}}\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y}-\mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{2\sigma^2} - \frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{n}{2}\ln\sigma^2 - \frac{1}{2}\ln|\mathbf{R}| \quad (17)$$

식(17)을 σ^2 에 대해 편미분하면 σ^2 의 추정치 $\hat{\sigma}^2$ 을 구할 수 있다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{Y}-\mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^{\mathbf{T}}\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y}-\mathbf{F}\boldsymbol{\beta})}{n} \quad (18)$$

식(18)을 식(17)에 대입하고 상수항을 제외한 항으로 우량함수를 나타내면 아래와 같다.

$$\ln L = -\frac{n\ln\hat{\sigma}^2 + \ln|\mathbf{R}|}{2} \quad (19)$$

식(19)의 우량함수를 $0 \le \theta \le \infty$ 의 범위에서 최대화하는 θ 를 구하여 식(16)의 크리깅 모델에 대입하면 크리깅 모델을 생성할 수 있다. 여기서 우량함수를 최대화하는 θ 를 구한다는 것은 정규분포를 따르는 n 개의 함수값으로 만들어지는 확률밀도함수의 곱을 클수록 크리깅 모델로 예측한 값이 실제함수값에 정확하게 예측할 확률이 높아진다는 의미을 갖는다.

3. 충진 실험계획법

실험계획법이란 해결하고자 하는 문제에 대한 실험을 어떻게 수행하고, 데이터를 어떻게 취하며, 어떠한 통계적 방법으로 데이터를 분석하면 최소의 실험횟수에서 최대의 정보를 얻을 수 있는가를 계획하는 것이다. 크리깅과 같은 전산실험모델의 경우 설계영역을 고르고 빈틈없이 채우는 충진 실험계획법이 널리 사용되고 있다. 이러한 충진 실험계획법은 실험의 개수를 적절히 조절할 수 있다는 장점이 있다.

충진 실험계획법에서 제일 먼저 개발된 방법은 임의 배열(random sampling)의 중첩으로 인한 정보 손실을 막기 위해 사용된 라틴방격법(Latin hypercube)이다(Mckay, 1979). 이후 Johnson 이 두 실험점의 최소거리를 최대화하는 최대최소거리 실험 계획(maximin distance design)을 제안하였고 Johnson et al., 1990), Morris 는 중첩되지 않는 좋은 투영 성질을 가진 라틴방격법과 두 실험점 사이의 최소거리를 최대화하는 방법을 결합한 최대최소 라틴방격법(Maximin Latin Hypercube)을 개발하였다 (Morris et al., 1995). 또한 Wynn 과 Sacks 는 두 실험점의 거리에 따라 달라지는 상관행렬의 행렬식(determinant)를 엔트로피(entropy)로 정의하고 이 엔트로피를 최대화하는 충진계획을 제안하였다 (Wynn ,1987; Sacks et al., 1989).

3.1 최대 엔트로피 실험계획법

Sacks 와 Wynn 은 설계영역에서 n 개의 실험점을 고르게 배열하기 위해 다음과 같은 엔트로피를 정의하고 이를 최대화하는 실험계획을 제안하였다.

$$Ent = \int p(\mathbf{x})\left(-\ln p(\mathbf{x})\right) d\mathbf{x} \qquad (20)$$

n 차원의 정규분포를 따르는 확률밀도함수 $p(\mathbf{x})$ 를 고려하면 엔트로피는 다음과 같이 유도된다.

$$Ent(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\ln\left((2\pi e)^n |\mathbf{V}|\right) \qquad (21)$$

여기서 $\mathbf{V}$ 는 n 개의 실험점으로 구성되는 공분산 행렬로 상수항인 $\sigma^2(\mathbf{x})$ 과 상관행렬 $\mathbf{R}$ 의 곱으로 대체할 수 있다. 따라서 Sacks 의 최대 엔트로피 실험계획은 다음과 같이 상관행렬의 행렬식을 최대화하는 문제가 된다.

$$Maximize \ |\mathbf{R}| \qquad (22)$$

여기서 상관행렬 $\mathbf{R}$ 은 크리깅에서와 마찬가지로 두 실험점의 거리와 상관인자 θ 의 함수이나 최대 엔트로피 실험계획법에서는 고정된 θ 에 대해 행렬식을 최대로 하는 실험점의 위치 $\mathbf{x}_i\,(i = 1,\cdots,n)$ 를 결정하는 것이므로 n 개의 실험점 좌표가 최적화 과정에서의 설계변수가 된다.

그런데 Sacks 의 최대 엔트로피 실험계획법에서 양정(positive definite)인 상관행렬 $\mathbf{R}$ 이 최적화가 진행될수록 특이행렬(singular matrix)에 가까워지고 그 값의 변화가 작다는 문제점이 확인되었다.

따라서 본 연구에서는 Sacks 의 엔트로피를 개선한 새로운 엔트로피로 상태수(condition number)를 제안하고자 한다.

$$Ent(\mathbf{x}) = -cond(\mathbf{R}) = -\frac{\lambda_n}{\lambda_1} \quad (\lambda_1 \le \lambda_2 \cdots \le \lambda_n) \qquad (23)$$

여기서 상태수는 $(\mathbf{R}-\lambda)\mathbf{I} = 0$ 인 고유치 문제에서의 최대 고유치와 최소 고유치의 비로 표현된다. Sacks 의 엔트로피는 같은 고유치 문제에서 모든 고유치의 곱으로 표현된다. $\mathbf{R}$ 은 양정행렬이기 때문에 모든 고유치는 양수이며, 최소 고유치 λ_1 은 증가하고 최대 고유치 λ_n 은 감소할 때 $|\mathbf{R}|$ 이 커지는 특징이 있다.따라서 제안된 엔트로피는 최적화 과정에서 Sacks 의 엔트로피 특성를 지니면서도 특이성질을 가지지 않는다는 장점이 있다.

Fig.1 과 Fig.2 는 제안된 엔트로피와 Sacks 의 엔트로피를 이용하여 2 개의 설계변수에 대해서 실험 계획을 실시한 결과이다.

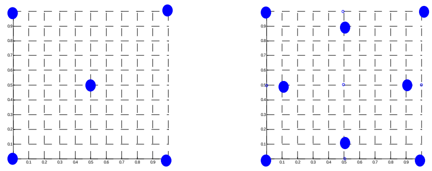

Fig.1 Sampling result using proposed entropy for 2 design variables

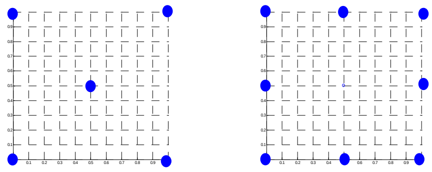

Fig.2 Sampling result using Sacks entropy for 2 design variables

Sacks 의 엔트로피가 경계치에 많은 실험점을 배치시키는데 반면 제안된 entropy 는 Sacks 의 엔트로피보다 설계영역 내부에도 적절히 실험점을 분포시킴을 알 수 있다.

4. 예 제

본 연구에서는 제안된 최대 엔트로피 계획법과 Sacks 의 최대 엔트로피 계획법 그리고 Johnson 의 최대최소 거리 실험계획법을 비교하여 그 우수성을 평가하고자 한다. 36, 54, 76 개의 설계점을 이용하여 실험계획법을 실시하였고, 비선형성이 강한 수학 함수에 대해서 크리깅 모델을 생성한 후 평균 오차(E_{avg}), RMS 오차(E_{rms})와 최대오차($E_{\max}$)를 비교하였다.

$$E_{avg} = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} | y_i - \hat{y}_i | \qquad (25)$$

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i}^{N} (y_i - \hat{y}_i)} \qquad (26)$$

$$E_{\max} = \underset{i}{MAX}[| y_i - \hat{y}_i |] \qquad (27)$$

여기서 N 은 크리깅 모델의 정확성 평가에 사용된 데이터의 수를 의미하며 $N = 2500$ 으로 하였다.

사용된 수학함수는 아래와 같다.

$$f = e^{\cos(x_1 - x_2)} \cdot \sin\left(\frac{\cos(x_1 - x_2)^2 + x_1 + x_2}{1 + (x_1 - x_2)^2}\right) \qquad (28)$$

$$x_1, x_2 \in [0,4]$$

$$f = 2 + 0.01(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 2(2 - x_2)^2 + 7\sin(0.5x_1)\sin(0.7x_1 x_2), \quad x_1, x_2 \in [0,5] \tag{29}$$

$$f = (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2, \quad x_1, x_2 \in [-5,5] \tag{30}$$

$$f = x_1 \sin(4x_1) + 1.1x_2 \sin(2x_2), \quad x_1, x_2 \in [0,4] \tag{31}$$

$$f = 3(1 - x_1)^2 \times \exp(-x_1^2 - (x_2 + 1)^2 - 10(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5) \times \exp(-x_1^2 - x_2^2) - \frac{1}{3}\exp(-(x_1 + 1)^2 - x_2^2), \quad x_1, x_2 \in [-3,3] \tag{32}$$

$$f = (1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 \times (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)) \times (30 + (2x_1 - 3x_2)^2 \times (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)), \quad x_1, x_2 \in [-2,2] \tag{33}$$

Fig.3~Fig.8 은 식(28)~식(33)을 이용하여 3 차원 그래프를 나타낸 것이다..

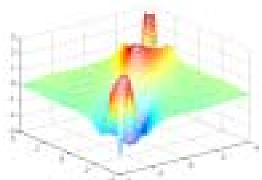

Fig.3 Crane function (Eq.28)

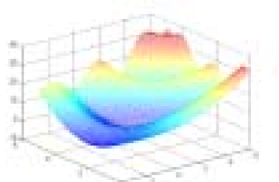

Fig.4 Weichen function (Eq.29)

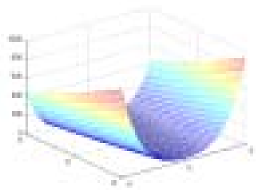

Fig.5 Rosenbrock function (Eq.30)

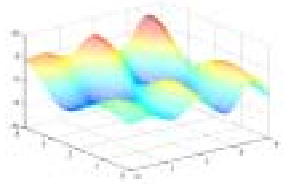

Fig.6 Haupt function (Eq.31)

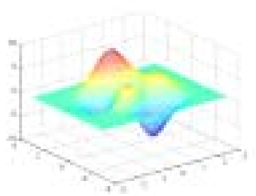

Fig. 7 Peak function (Eq.32)

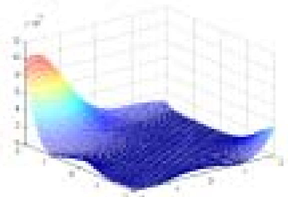

Fig. 8 Goldstein function (Eq.33)

Fig.9~Fig.14 실험계획을 수행하여 나온 결과를 이용하여 크리깅을 생성하고 RMS 를 비교한 그래프이다.

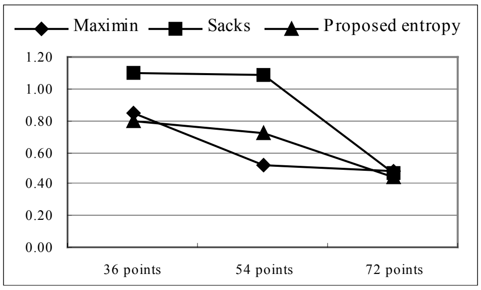

Fig.9 RMS for crane function

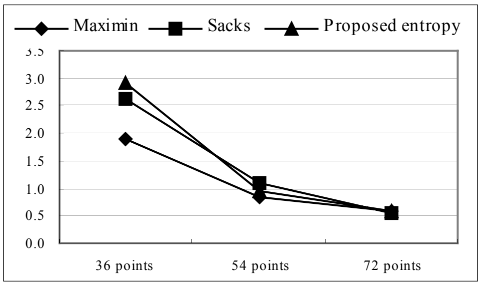

Fig.10 RMS for Weichen function

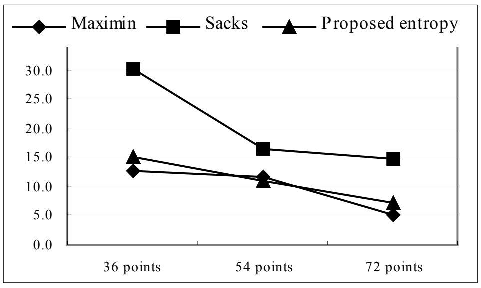

Fig.11 RMS for Rosenbrock function

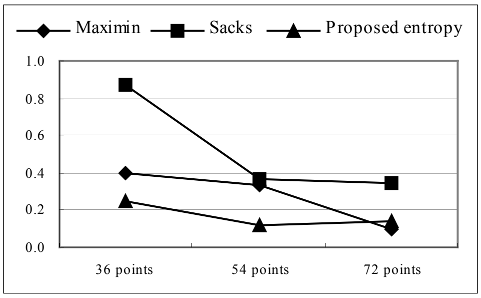

Fig.12 RMS for Haupt function

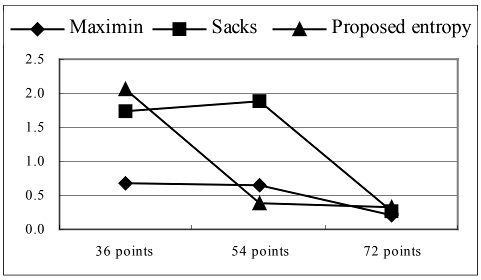

Fig.13 RMS for Peak function

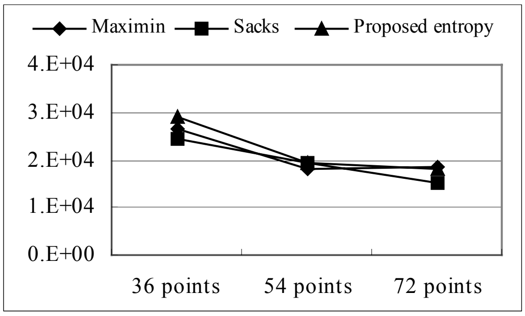

Fig.14 RMS for Peak function

5. 결론 및 향후과제

비선형성이 강한 여러가지 수학함수에 대해서 근사모델을 만들 때, 제안된 최대 엔트로피 실험계획은 Sacks 의 최대 엔트로피 실험계획보다 우수한 성능을 보이는 것으로 판명되었다. 이것은 제안된 실험계획이 경계치가 아닌 설계영역 내부에 보다 많은 실험점을 분포시키기 때문이다. 하지만 최대최소 거리 실험계획이 설계변수 2 개의 경우 가장 좋은 실험계획으로 나타났다. 본 연구의 향후 과제로는 보다 정확한 비교를 위해서 여러가지 설계변수를 갖는 함수들에 대해서 연구를 확장하여야 할 것으로 생각된다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Chen, W., Jin, R. and Simpson, T. W., 2000, "Comparative Studies of Metamodeling Techniques Under Multiple Modeling Criteria," *8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, AIAA-2000-4801.

(2) Johnson, M. E., Moore, L. M. and Ylvisaker, D., 1990, "Minimax and Maximin Distance Designs," *Journal of Statistical Planning and Inference,* Vol. 26, No.2, pp.131~148.

(3) Krige, D. G., 1951, "A Statistical Approach to Some Basic Mine Valuation Problems on the Witwatersrand," *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, Vol. 52, pp. 119~139.

(4) Morris, M. D. and Mitchell, T. J., 1995, "Exploratory Designs for Computational Experiments," *Journal of Statistical Planning and Inference,* Vol. 43, No. 3, pp. 381~402.

(5) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.

(6) Simpson, T. W., Mauery, T. M., Korte, J. J. and Mistree, F., 1998, "Comparison of Response Surface and Kriging Models for Multidisciplinary Design Optimization," *7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis & Optimization*, St. Louis, MO, AIAA, September 2-4, Vol. 1, pp. 381~391

(7) 송명섭, 2002, "크리깅 메타모델의 실험계획법", *한양대학교 대학원*. 석사학위논문.