

〈論 文〉

月流量에 대한 一變量 및 多變量 AR模型의 比較
 A Comparison of Univariate and Multivariate AR Models
 for Monthly River Flow Series

李 元 煥* · 沈 在 鉉**

Abstract

The statistical analysis based on the past hydrologic data is required to set up the water resources development plan and design the hydraulic structures rationally. Because hydrologic events have random factors implied, the stochastic analysis is necessary.

In this paper, same order of stochastic models of monthly runoff data(multivariate AR(1) and AR(2) models, univariate AR(1) and AR(2) models) are applied to compare the statistical characteristics. The other purpose of this paper is to compare the monthly series, which is generated by univariate and multivariate models. By comparing and estimating of each simulated series, it is known that the multivariate models, including the time and spatial colinearity, are better in prediction than univariate models in the analysis of monthly flow at south Han river basin.

要 旨

水資源 開發計劃 및 木工構造物의 合理的 設計를 위해서는 過去의 水文觀測資料에 依據한 解析이 必要하며, 一般의인 水文現象은 無作爲的인 因子가 包含되기 때문에 이를 考慮한 統計的 技法, 즉 推計學的 解析技法이 必要하다고 하겠다.

本 研究에서는 南漢江 上流의 同一流域 4個 地點(丹陽, 旌善, 寧越, 平昌)의 月流量 資料를 一變量 AR(1), AR(2)模型과 多變量 AR(1), AR(2)模型에 適用하여 各 模型의 統計的 特性值를 分析하고, 月流量을 模擬發生시켜, 一變量 模型과 多變量 模型을 比較하였다. 各各의 模型에 의한 模擬發生 系列의 比較, 分析을 통하여 볼 때, 單一地點만을 考慮하는 一變量 模型에 비해 地點間의 共線形成을 考慮하는 多變量 模型이 同一流域의 月流量 解析에 있어서 더 適合함을 알 수 있었다.

* 延世大學校 工科大学 土木工學科 教授

** 延世大學校 大學院 土木工學科 博士過程

1. 序 論

물은 人類에게 가장 貴重한 資源중 하나이며, 最近의 生活水準 向上과 經濟發展에 따라 물이 需要가 急增하게 되었고, 이에 따른 水資源의 保存 및 開發이 더욱 切實하게 되었다.

水資源 開發計劃과 水工構造物의 設計를 合理的으로 遂行하기 위해서는 過去水文資料를 基礎로 한 解析을 必要로 한다.¹⁾ 그러나 資料解析은 既存의 水文觀測資料가 充分하지 못해 이와같은 短期資料로 부터 統計學의 特性을 把握하여, 이를 基礎로 長期間의 水文事象을 模擬發生하는 推計學의 模型(stochastic model)에 의한 解析이 必要하다.²⁾ 또한 水資源 시스템의 設計에는 各各의 變量間의 關係가 正確히 把握되어야 하는데, 一般의 關係는 매우 複雜할 뿐만 아니라 確定的(deterministic)이지 못하므로 水文解析에 있어서 模擬發生技法(simulation)을 使用하게 된다.³⁾

初期의 模擬發生 技法은 初步의 段階로 亂數表나 card sampling을 통해 資料를 확충해 왔으나⁴⁾ 1960년대에 들어와 單一地點의 推計學의 特性을 分析하고 一般의 模型의 形態를 開發하고자 하는 努力이 繼續되어 一變量 推計學의 模型(univariate stochastic model)의 여러 형태가 提案된 바 있다.^{5, 12, 15, 19)} 또한 多變量 推計學의 模型(multivariate stochastic model)의 研究로는 Matalas가 一定 常數를 母數로 갖는 1차 Markov 模型을 提案하였고,¹²⁾ Young과 Pisano는 Markov 模型을 水文學에 接近시키는 技法을 提示한 바 있으며,²⁰⁾ 그의 여러 사람들에 의해 研究되어져 왔다.^{8, 13, 19)}

一變量 模型에 의한 解析은 獨立的인 單一地點만의 統計量에 의한 解析으로 流域 全般에 걸친 水資源 시스템에 대한 適用에는 不合理할 것이라는 생각에서 多變量 解析이 始作되었고, 時間的 共線形性을 위해 各地點의 水文 觀測資料가 同時에 測定되어야 하며, 各地點의 時系列이 空間的 共線形性을 갖기 위한 行列式 形態의 母數로 誘導되기 때문에 一變量 解析보다 複雜하여 해석에 어려움이 있으나 同一 流域에서는 모든 水文事象들 간에 相互相關性(cross correlation)이 存在할 것이 自明하므로 이를 無視한 一變量 解析은 誤差가 生길 可能性이 있다.^{1, 2)}

本 研究에서는 위와 같은 概念에 基礎하여 一變量, 多變量 模型에 同一 月流量 資料를 使用, 解析하였다. 結果를 比較하기 위해 各各의 模型에 同一 次數를 택하였고, 經驗的으로 月流量 解析에 잘 맞는다고 알려진 自己回歸(autoregressive:AR) 1, 2次 模型을 適用하였다.

從來의 流況 simulation은 流量資料 自體의 頻度解析 및 時系列 解析에 의한 것이었으나, 近年의 급변스런 流域開發, 水工構造物의 築造로 인해 資料 母集團自體에 非正常性을 일으켜 觀測精度 뿐만 아니라 資料의 安定性에 問題가 生기고 있다. 本 研究에서는 이러한 事情을 考慮하여 流況調節 構造物이 아직 築造되지 않고 있는 南漢江上流流域을 對象流域으로 하여 丹陽, 平昌, 寧越, 旌善의 4개 지점의 月流量 資料를 택하였다. 이 資料는 韓國水文 調查年報,³⁾ 韓國水文調查書⁴⁾ 등에서 日水位 資料를 蒐集, 水位~流量關係 曲線으로 부터 月流量 時系列을 抽出한 것이다. 多變量 模型의 適用을 위해 資料는 各地點의 水位 觀測資料 記錄年이 共有하는 最大年數⁵⁾로 1962~1988년 까지를 택하였다. 資料蒐集중 惹起된 問題點은 대체로 두가지로 要約할 수 있는데 첫째는 平昌地點의 水位~流量關係 曲線式이 測定地點의 變更으로 인해 60年代 資料에 適用할 수 없었던 것으로, 既存의 式을 基礎로 國際水文調查計劃(IHP) 代表流域 研究調查報告書⁶⁾에 收錄된 水位~流量 實測值를 基礎로 多重回歸分析을 하여 補完하였다.⁷⁾ 둘째로는 各地點마다 缺測值들이 散在되어 있었다는 것인데, 특히 丹陽과 平昌地點에서 10~15개 정도씩 存在하였다. 이 問題는 既存의 方法중 Fourier解析을 使用하여 週期性을 考慮한 時系列의 解析을 통해 補完하였다.²⁾

2. 基本 統計量 解析

2.1 正規性(normality)

資料의 特性分布가 正規分布인가를 檢討하는 方法은 여러가지가 있으나 本 研究에서는 歪曲度 技法(skewness test)을 使用하였다.¹⁸⁾

$$g = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (X_t - \mu)^3}{\left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (X_t - \mu)^2 \right]^{3/2}} \quad (2.1)$$

여기서 X_t 는 原時系列, N 은 資料數, μ 는 平均,

g는 歪曲度係數이다. 위 식을 컴퓨터상에서 計算할 때 誘發되는 切斷誤差(truncation error)를 考慮하여 다음과 같이 變換하여 프로그램을 構成하였다.¹³⁾

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (X_t - \mu)^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X_t^2 - \mu^2 \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (X_t - \mu)^3 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X_t^3 - \frac{3\mu}{N} \sum_{t=1}^N X_t^2 + 2\mu^3 \quad (2.3)$$

만약 時系列이 正規分布를 한다면 g는 평균이 0, 분산이 6/N인 정규분포에 접근하며 g의 (1-α) 신뢰한계(confidence limit)는 다음과 같이 표시할 수 있다.¹⁴⁾

$$[-U_{1-\alpha/2}\sqrt{67N}, U_{1-\alpha/2}\sqrt{67N}] \quad (2.4)$$

여기서 $U_{1-\alpha/2}$ 는 標準正規分布의 $1-\alpha/2$ 에 該當하는 값이다.

2.2 正常性(stationarity)

統計學的으로 資料가 正常性を 가진다는 것은 時系列 X_t 의 統計의 特性이 任意的 遲滯數(lag)_k에서의 X_{t+k} 에서도 同一하다는 것으로 이를 strict stationarity라 한다.¹⁵⁾ 그러나 一般的으로 資料의 2차 모멘트까지의 統計量이 母集團의 統計量과 같을 때, 이때의 資料는 正常性を 가진다고 假定하였는데, 이를 weakly stationarity라 한다.¹⁷⁾

본 研究에서는 Young과 Pisano의 正常化技法을 使用하였다.²⁰⁾

$$Z_{v,m} = \frac{X_{v,m} - \mu_m}{\sigma_m} \quad (2.5)$$

여기에서 v는 年, m은 月을 나타내며 正常化된 $Z_{v,m}$ 系列은 平均이 0, 分散이 1인 正規分布에 近似한다. 만약 近似하지 않을 경우 다시 한번 위의 식을 適用하는 데 이를 fitted Z_t 系列이라 한다.¹⁵⁾

2.3 週期性(periodicity)

一般的인 時系列은 週期性和 無作為性 成分의

線形的 組合으로 假定하며 週期的 成分은 平均, 標準偏差, 系列相關係數 등 여러 統計量에서 나타나므로 Fourier解析을 통해 規明한다.¹⁶⁾

月別 平均值的 週期成分은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mu_m = \mu + \sum_{k=1}^h [A_k \sin(2\pi km/\omega) + B_k \cos(2\pi km/\omega)] \quad (2.6)$$

여기서 h는 $\omega/2$ 에 該當하는 數이며, A_k, B_k 는 調和係數(harmonic coefficient)로 다음의 식 (2.7)과 같다.

$$\left. \begin{aligned} A_k &= \frac{2}{\omega} \sum_{m=1}^{\omega} \mu_m \cos(2\pi km/\omega) \\ B_k &= \frac{2}{\omega} \sum_{m=1}^{\omega} \mu_m \sin(2\pi km/\omega) \\ \mu &= \frac{1}{\omega} \sum_{m=1}^{\omega} \mu_m \end{aligned} \right\}$$

위와 마찬가지로 月別 標準偏差도 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_m = \sigma + \sum_{k=1}^h [sA_k \sin(2\pi km/\omega) + sB_k \cos(2\pi km/\omega)] \quad (2.8)$$

위 식의 sA_k, sB_k 는 식 (2.6)에서 μ 대신 σ 를 代入하여 구한다. 위와같은 식들을 使用하여 基本 統計量의 週期的 成分을 補正하면 資料로부터 計算한 統計量이 母集團과 같다고 생각할 수 있다.¹⁴⁾

2.4 無作為性(randomness)

自然現象에서의 無作為性을 等確率性和 不規則性を 가진 亂數로 模型에 適用하게 되는데 컴퓨터에서는 均等亂數(uniform random number)를 發生시켜 水文系列의 適正分布로 變換하게 된다.

均等亂數 發生技法에는 여러 종류가 있으나 본 研究에서는 가장 普遍的인 混合型 合同法(mixed congruential method)을 使用하였다.¹⁷⁾

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \text{ mod}(m) \quad (2.9)$$

여기서 X_{n+1} 은 $aX_n + c$ 를 整數 m 으로 나눈 나머지 整數로서 常數 a, c, m 와 初期值 X_1 은 假定한다.

本 研究에서는 $a=210, c=3, m=220, X_1=566387$ 로 假定하였다.

위의 式(2.9)에 의해 發生된 均等亂數를 正規分布에 따르는 亂數로 變換시키기 위한 方法에는 여러가지가 있으나 本 研究에서는 다음의 式을 使用하였다.

$$(2.10)$$

여기서 X_i 는 均等亂數, X_r 은 正規亂數를 意味한다.

2.5 相關性(correlation)

k 만큼 遲滯된 時系列의 自體變量간에 存在하는 相關性的 尺度를 自己相關係數(autocorrelation coefficient)라 하며 다음 式으로 정의된다.⁶⁾

$$\gamma_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)}{\sum_{t=1}^N (X_t - \mu)^2} \quad (2.11)$$

月流量과 같은 週期성을 가진 時系列의 月別相關係數 $\gamma_{k,m}$ 은 다음 式으로 구한다.¹⁸⁾

$$\gamma_{k,m} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N (X_{v,m} - \mu_m)(X_{v,m-k} - \mu_{m-k})}{S_m \cdot S_{m-k}} \quad (2.12)$$

여기서 k 는 遲滯數, m 은 月, S_m 은 m 月の 標準偏差를 나타낸다.

또한, i, j 地點간의 月別 相互相關係數(cross correlation coefficient) γ^{ij} 는 다음 式으로 구하였다.¹⁸⁾

$$\gamma^{ij} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N (X_{v,m} - \mu_m^{(i)})(X_{v,m} - \mu_m^{(j)})}{S_m^{(i)} \cdot S_m^{(j)}} \quad (2.13)$$

3. 模擬發生 模型

3.1 一變量 1次 自己回歸 模型(Univariate AR(1) Model)

v 를 年數, m 을 月數로 나타낼 때 一變量 AR(1) 模型은 다음과 같은 時系列의 式으로 나타낼 수 있다.¹⁸⁾

$$Z_{v,m} = \Phi_1(m) \cdot Z_{v,m-1} + \sigma_m \cdot \epsilon_{v,m} \quad (3.1)$$

$$\sigma_m = \sqrt{1 - \Phi_1^2(m)} \quad (3.2)$$

여기서 $\Phi_1(m)$ 은 式(2.12)의 $\gamma_{1,m}$ 으로 代置할 수 있는 自己回歸係數이고, σ_m 은 無作爲 成分에 대한 標準偏差(residual standard deviation)이며, $\epsilon_{v,m}$ 은 標準正規亂數이다.⁷⁾

3.2 一變量 2次 自己回歸 模型(Univariate AR(2) Model)

一變量 AR(2) 模型은 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹²⁾

$$Z_{v,m} = \Phi_1(m) \cdot Z_{v,m-1} + \Phi_2(m) \cdot Z_{v,m-2} + \sigma_m \cdot \epsilon_{v,m} \quad (3.3)$$

위의 媒介變數 $\Phi_1(m), \Phi_2(m), \sigma_m$ 은 다음 式으로 구하게 된다.

$$\Phi_1(m) = \frac{\gamma_{1,m} - \gamma_{1,m-1} \cdot \gamma_{2,m}}{1 - \gamma_{1,m-1}^2} \quad (3.4)$$

$$\Phi_2(m) = \frac{\gamma_{2,m} - \gamma_{1,m-1}}{1 - \gamma_{1,m-1}^2} \quad (3.5)$$

$$\sigma_m = 1 - \sum_{k=1}^2 \Phi_k(m) \cdot \gamma_{k,m} \quad (3.6)$$

3.3 多變量 1次 自己回歸 模型(Multivariate AR(1) Model)

n 을 地點의 번호, i 가 1에서 n 까지 變하는 常數라 하면, 時系列 Z_t 의 行列($n \times 1$)으로 이루어지는

Z_t에 대한 多變量 AR(1) 模型은 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹⁸⁾

$$Z_t = A_1 \cdot Z_{t-1} + B \cdot \epsilon_t \quad (3.7)$$

여기서, A₁, B행렬은 식(2.12)의 相互相關係數를 母數로 갖는 (n×n)행렬이고, ε_t는 (n×1)의 行列로 이루어지는 無作為成分 벡터이다.⁸⁾

$$A_1 = M_1 \cdot M_0^{-1} \quad (3.8)$$

$$D = BB^T = M_0 - A_1 \cdot M_1^T \quad (3.9)$$

$$M = E [Z_t \cdot Z_{t-k}^T] = \begin{bmatrix} \gamma_k^{11} & \gamma_k^{12} & \gamma_k^{13} & \dots & \gamma_k^{1n} \\ \gamma_k^{21} & \gamma_k^{22} & \gamma_k^{23} & \dots & \gamma_k^{2n} \\ \gamma_k^{31} & \gamma_k^{32} & \gamma_k^{33} & \dots & \gamma_k^{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_k^{n1} & \gamma_k^{n2} & \gamma_k^{n3} & \dots & \gamma_k^{nn} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

식(3.9)의 D행렬은 同一行列의 轉置行列(transpose)과의 곱으로, Gramian matrix라 하며 다음 식을 사용하여 B행렬의 non zero elements를 구한다.¹⁾

$$\left. \begin{aligned} b^{ij} &= [d^{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} (b^{ik})^2]^{1/2} \quad J=1, i=1,2,3, \dots, n \\ b^{ij} &= [d^{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} (b^{jk})^2]^{1/2} \quad J=2,3, \dots, n, i=J \\ b^{ij} &= [d^{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} b^{jk} \cdot b^{ik}] / b^{jj} \quad J=2, \dots, n-1, i=J+1, \dots, n-1 \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

3.4 多變量 2次 自己回歸 模型(Multivariate AR(2) Model)

多變量 AR(2) 模型은 다음과 같이 간단하게 표현되나 媒介變數行列은 매우 複雜한 形態로 나타난다.^{8,17)}

$$Z_t = A_1 \cdot Z_{t-1} + A_2 \cdot Z_{t-2} + B \cdot \epsilon_t \quad (3.12)$$

$$A_1 = [M_1 - M_2 M_0^{-1} M_1^T] [M_0 - M_1 M_0^{-1} M_1^T]^{-1} \quad (3.13)$$

$$A_2 = [M_2 - M_1 M_0^{-1} M_1^T] [M_0 - M_1 M_0^{-1} M_1^T]^{-1} \quad (3.14)$$

$$D = BB^T = M_0 - [A_1 M_1^T + A_2 M_2^T] \quad (3.15)$$

媒介變數 行列 A₁, A₂, B는 3.3節의 경우와 같

은 식으로 구한다.

4. 結果分析

4.1 地點別 分析

月流量의 週期性을 判別하기 위해 自己相關係數를 구하여 圖示한 結果중 영월지점에 대한 correlogram은 그림 1로서, 다른 모든 地點에서도 12個月의 週期가 뚜렷하게 나타나며 非正常時係數의 形態를 보이고 있다. 또한 原時系列을 식(2.1)을 사용하여 歪曲度係數를 구한 結果, 7249.38, 1009.60, 5016.12, 307.27(丹陽, 旌善, 寧越, 平昌)로 모두 非正規性을 나타내는 큰 偏差를 보이고 있었다. 資料解析의 便宜性을 考慮하여 原時系列을 正規分布化시키기 위해 自然對數를 취하고 식(2.5)를 사용, Fitted Z_t series로 變換시킨 結果, 4개 地點 모두 誤差 ±0.03의 平均 0, 標準 偏差 1인 標準正規分布된 系列로 만들 수 있었다.

그리고 資料의 記錄年限內에서만 系列의 週期가 存在한다고 假定하여 2.3절의 Fourier解析을 통해 週期成分을 把握, 除去하여 殘差 系列化하였다.

4.2 多地點 分布

前述한 地點別 分析結果를 基礎로 多變量 模型化에 必要한 相關係數 母數行列을 표 1에 나타내었다. 표에서 알 수 있는 바와 같이 遲滯數가 0일 때 對稱行列을 이루며 相關係數가 비교적 크게 나타난 것은 多變量 模型의 適用妥當性을 보이는 것이라고 생각된다. 이러한 각 遲滯數別 相關係數 母數行列을 多變量 AR(1) 模型에서는 식 (3.9), (3.10)에, 多變量 AR(2) 模型에서는 식 (3.13), (3.14), (3.15)에 代入하여 行列 A₁, A₂, B를 구한 結果가 표 2와 3이다.

4.3 模擬發生

3절에서 既述한 各各의 模擬發生 模型에 計算된 母數들을 代入하여 月流量을 模擬發生하였는데, 發生年數는 100년이고 亂數의 初期值 影響이나 各 模型의 初期值를 0으로 잡은 影響, 즉 偏倚性(biasedness)을 考慮하여 前半部 50年值를 除去한 나머지 50년의 發生值를 模擬發生系列로 採擇하였다. 各各의 模型에 의해 發生된 系列의 統計量中 寧越地點에 대한 基本統計值의 比較는 표 4

에 나타내었으며 原資料와 比較하기 위해 cor-relogram을 그림 1에 圖示하였다.

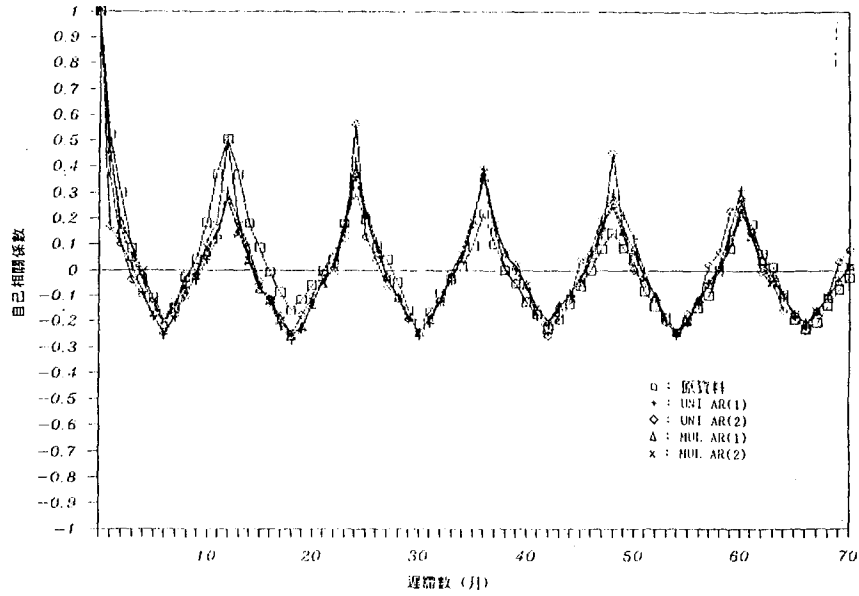


그림 1. 原時係列과 模擬發生 系列의 correlogram (寧越)

표 1. 多變量 AR(1) 및 AR(2) 모델에서의 相互相關 係數行列(丹陽, 旌善, 寧越, 平昌 順)

$$M_0 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.2689 & 0.2904 & -0.0280 \\ 0.2689 & 1.0000 & 0.0667 & -0.0601 \\ 0.2904 & 0.0667 & 1.0000 & 0.3012 \\ -0.0280 & 0.0601 & 0.3012 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0.6469 & 0.1661 & 0.1591 & -0.0964 \\ 0.2831 & 0.4792 & -0.0981 & -0.1692 \\ 0.2206 & -0.1441 & 0.5977 & 0.1606 \\ 0.0816 & -0.1466 & 0.1706 & 0.6476 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0.4370 & 0.1913 & 0.1302 & -0.1168 \\ 0.2523 & 0.3197 & -0.1161 & -0.1541 \\ 0.2288 & -0.1148 & 0.4808 & 0.1430 \\ 0.1038 & -0.1832 & 0.1510 & 0.5147 \end{bmatrix}$$

표 2. 多變量 AR(1) 모델에서의 母數行列(丹陽, 旌善, 寧越, 平昌 順)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.2498 & -0.0128 & -0.0054 & -0.0773 \\ 0.2126 & 0.4275 & -0.1616 & -0.0889 \\ 0.1062 & -0.2135 & 0.5892 & -0.0267 \\ -0.0355 & -0.0980 & -0.0061 & 0.6425 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.7584 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.1021 & 0.8328 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.2121 & 0.2049 & 0.7148 & 0.0000 \\ -0.0978 & 0.1141 & 0.2115 & 0.7074 \end{bmatrix}$$

표 3. 多變量 AR(2) 모델에서의 母數行列(丹陽, 旌善, 寧越, 平昌 順)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.6387 & -0.0563 & -0.0163 & 0.0432 \\ 0.1895 & 0.3989 & -0.1302 & 0.1069 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.0333 & -0.2177 & 0.5189 & 0.0219 \\ -0.0092 & -0.0320 & -0.0535 & 0.5472 \\ -0.0014 & 0.0981 & 0.0469 & 0.0424 \\ 0.0333 & 0.0602 & -0.0361 & 0.0365 \\ 0.1166 & 0.0176 & 0.1091 & 0.0116 \\ -0.0231 & -0.0831 & 0.0583 & 0.1395 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.7519 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0984 & 0.8309 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.2037 & 0.2025 & 0.7024 & 0.0000 \\ 0.1054 & 0.1149 & 0.2075 & 0.6955 \end{bmatrix}$$

表 4. 原資料と模擬發生値の 基本統計量 比較(寧越)

月	統計量 模 型	平均 (CMS)		標準偏差		月	統計量 模 型	平均 (CMS)		標準偏差	
		計算値	誤差	計算値	誤差			計算値	誤差	計算値	誤差
1	HISTORICAL	57.32		33.27		7	HISTORICAL	283.82		215.50	
	UNI AR (1)	54.49	0.049	24.39	0.267		UNI AR (1)	300.18	0.058	222.44	0.032
	UNI AR (2)	50.07	0.126	22.41	0.326		UNI AR (2)	346.04	0.219	237.89	0.104
	MUL AR (1)	56.59	0.013	25.70	0.228		MUL AR (1)	305.30	0.076	243.57	0.130
	MUL AR (2)	56.26	0.018	25.76	0.226		MUL AR (2)	306.22	0.079	236.23	0.096
2	HISTORICAL	57.42		24.92		8	HISTORICAL	220.24		193.87	
	UNI AR (1)	55.57	0.032	25.44	0.021		UNI AR (1)	242.83	0.103	193.74	0.001
	UNI AR (2)	57.53	0.002	23.19	0.069		UNI AR (2)	228.94	0.039	195.21	0.007
	MUL AR (1)	54.50	0.051	23.86	0.043		MUL AR (1)	248.68	0.129	195.11	0.177
	MUL AR (2)	54.13	0.057	22.99	0.077		MUL AR (2)	246.72	0.120	228.79	0.180
3	HISTORICAL	81.50		36.74		9	HISTORICAL	190.97		112.33	
	UNI AR (1)	78.04	0.042	37.71	0.026		UNI AR (1)	202.29	0.059	119.62	0.065
	UNI AR (2)	92.57	0.136	32.52	0.115		UNI AR (2)	203.86	0.067	117.69	0.048
	MUL AR (1)	79.93	0.019	39.92	0.087		MUL AR (1)	196.20	0.027	102.10	0.091
	MUL AR (2)	79.17	0.029	38.37	0.044		MUL AR (2)	196.53	0.029	105.53	0.061
4	HISTORICAL	154.04		89.17		10	HISTORICAL	92.35		48.68	
	UNI AR (1)	158.70	0.030	78.44	0.120		UNI AR (1)	86.47	0.064	42.33	0.131
	UNI AR (2)	165.63	0.075	114.09	0.279		UNI AR (2)	91.33	0.011	45.97	0.056
	MUL AR (1)	159.06	0.033	103.66	0.162		MUL AR (1)	87.28	0.055	39.88	0.181
	MUL AR (2)	156.96	0.019	101.43	0.137		MUL AR (2)	88.21	0.045	41.61	0.145
5	HISTORICAL	116.70		61.66		11	HISTORICAL	80.28		57.28	
	UNI AR (1)	126.79	0.086	55.68	0.097		UNI AR (1)	74.74	0.069	48.66	0.150
	UNI AR (2)	107.05	0.083	68.53	0.111		UNI AR (2)	88.01	0.096	50.23	0.123
	MUL AR (1)	126.70	0.086	54.01	0.124		MUL AR (1)	74.18	0.076	50.23	0.123
	MUL AR (2)	125.09	0.072	51.18	0.170		MUL AR (2)	75.61	0.058	50.03	0.127
6	HISTORICAL	119.86		128.02		12	HISTORICAL	67.23		41.71	
	UNI AR (1)	112.73	0.059	80.64	0.370		UNI AR (1)	67.28	0.001	38.71	0.072
	UNI AR (2)	111.92	0.066	55.19	0.569		UNI AR (2)	57.95	0.138	34.89	0.164
	MUL AR (1)	110.86	0.075	79.50	0.379		MUL AR (1)	71.11	0.058	47.05	0.128
	MUL AR (2)	108.36	0.096	73.02	0.430		MUL AR (2)	71.89	0.069	50.01	0.199

5 結 論

本 研究는 一變量 AR(1), AR(2) 模型과 多變量 AR(1), AR(2) 模型에 의한 月流量의 模擬發生 結果를 比較한 것으로 얻어진 結果를 要約하면 다음과 같다.

- 1) 각 對象地點의 月流量 事象의 適正分布型은 自然對數化와 식(2.5)의 正常化 技法을 使用하여 檢討한 結果, 對數正規分布가 合當하였다.
- 2) 一變量 模型의 模擬發生值에 비해 多變量 模型의 模擬發生值가 全般的으로 높은 精度를 나타내었다.
- 3) 각 地點別 4개 模型의 模擬發生值들을 地點別, 模型別로 比較해 보면 缺測值가 적더라도 連續的으로 缺測된 丹陽 및 平昌 地點의 模擬發生值는 缺測值가 거의 없는 旌善 및 寧越 地點에 비해 精度가 顯著하게 떨어지는 것을 確認하였다.
- 4) 同一水系, 同一流域內의 資料解析에 있어서는 각 地點間의 相關性(共線形性)이 크게 作用하므로 推計學的 解析에 있어서는 一變量 解析보다 多變量 解析이 더욱 合理的이라는 推測을 數值的으로 確認할 수 있었다.
- 5) 本 研究가 多變量 自己回歸 模型에 의한 結果만 으로 限定되어 있어, 다른 多變量 模型(multivariate ARMA, multivariate ARIMA)에 의한 模擬發生 結果와의 比較가 必要할 것으로 생각된다.

6. 參 考 文 獻

1. 李元煥, 沈在鉉, 安時權, “多變量 AR(1) 模型에 의한 月流量 模擬發生”, 제 29 회 水工學 研究發表會 論文抄錄集, pp. 171~181, 1987.
2. 沈在鉉, “多變量 AR(1) 模型에 의한 月流量의 模擬發生에 관한 研究—南漢江 上流 流域을 中心으로—”, 延世大 碩士學位論文, 1986.
3. 建設部, 韓國水文調查年報, ~1988.
4. 建設部, 國際水文調查書, 雨量, 水位偏, 1962~1978.
5. 建設部, 國際水文開發計劃(IHP) 代表流域 研究調查報告書, 1982~1985.
6. Adamowski, K. and Smith, A.F., “Stochastic Generation of Rainfall.”, Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol.98, No.HY11, pp.1935~1945, 1972.
7. Box, G.P. and Jenkins, G.M., Time Series Analysis, forecasting and control, pp.23 ~ 34, Holden-Day, 1976.
8. Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., Random Functions and Hydrology, pp.92 ~ 147, Addison Wesley, 1985.
9. Fiering, M.B., “Multivariate Techniques for Synthetic Hydrology”, Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol.90, No.HY5, pp.43 ~ 60, 1964.
10. Kottegoda, N.T., Stochastic Water Resources Technology, pp.145~154, Macmillan Press, 1980.
11. Ledolter, J., “The Analysis of Multivariate Time Series Applied to Problems in Hydrology”, Journal of Hydrology, Vol.33, pp.99~121, 1977.
12. Matalas, N.C., “Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology”, Water Resources Research, Vol.3, No.4, pp.937~945, 1967.
13. Pinkayan, S. and Khaleel, R., “A Multivariate Mathematical Model of Monthly River Flow”, Mathematical Models in Hydrology, Symposium, Vol.1, pp.279 ~ 288, No.100, UNESCO/IAHS Publication, 1974.
14. Rao, R.A. and Kashyap, R.L., “Stochastic Modeling of River Flows”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-19, No.6, pp.874~881, 1974.
15. Roesner, L.A. and Yevjevich, V., “Mathematical Models for Time Series of Monthly Precipitation and Monthly Runoff”, Hydrology Paper, No.15, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1966.
16. Srikanthan, R. and McMahon, T.A., “Stochastic Generation of Monthly Streamflow”, Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol.108, No.HY3, pp.419 ~ 441, 1982.

17. Stedinger, J.R., "Estimating Correlations in Multivariate Streamflow Models", *Water Resources Research*, Vol.17, No.1, pp.200 ~ 208, 1981.
18. Yevjevich, V., Salas, J.D., and Delleur, J.W., *Applied Modelling of Hydrologic Time Series*, pp.347 ~ 412, Water Resources Publication, 1980.
20. Young, G.K. and Pisano, W.C., "Operational Hydrology using Residuals", *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, Vol.94, No.HY4, pp.909 ~ 923, 1968.