

정상상태의 열전달계수 예측을 위한 최적화기법의 열전도 역문제에 관한 연구

조 종 래* · 배 원 병** · 이 부 윤***

Calculation of Heat Transfer Coefficients by Steady State Inverse Heat Conduction

J. R. Cho · W. B. Bae · B. Y. Lee

Key words : inverse heat conduction problem(열전도 역문제), heat transfer coefficient(열전달계수), finite element method(유한요소법), optimization technique(최적화기법)

Abstract

The inverse heat conduction problems is the calculation of surface heat transfer coefficients by utilizing measured temperature. The numerical technique of finite element analysis and optimization is introduced to calculate temperatures and heat transfer coefficients. The calculated heat transfer coefficients and temperature distribution are good agreement with the results of direct analysis. The inverse method has been applied to the control valve of nuclear power plant.

기호설명		[K_c]	전도에 관련된 요소의 저항행렬
[B]	온도구배 행렬	[K_h]	대류에 관련된 요소의 저항행렬
h, h_i	열전달계수	m	측정점(센서)의 개수
$h_i^{(n)}$	n 반복단계의 초기의 열전달계수값	n	수렴과정의 반복 단계
k	열전도계수	[N]	유한요소의 형상함수
		nc	열전달계수가 다른 영역의 개수
		Q	단위체적당 발열량

* 한국해양대학교 기계냉동자동차공학부 (원고접수일 : 97년 7월)

** 부산대학교 기계설계공학과, 정밀정형 및 금형가공 연구센터

*** 한국중공업 기술연구원, 구조강도연구팀

q	열유속
$\{R_h\}$	표면대류에 관련된 하중벡터
$\{R_Q\}$	내부발열에 관련된 하중벡터
$\{R_q\}$	열유동에 관련된 하중벡터
T^{ev}	유한요소의 절점온도
T_i	측정점에서 측정된 온도
T_∞	주위온도
$\Delta h_i^{(n)}$	n 반복단계의 열전달계수의 미소 변화량
Γ_h	대류가 존재하는 경계영역
Γ_q	열유속이 존재하는 경계영역
$\Phi(h)$	오차를 정의하는 목적함수
Ω^{ev}	유한요소(e)의 영역

1. 서 론

물체 표면의 대류를 수반하는 고체의 열전도를 지배하는 변수는 열전달계수(heat transfer coefficient, HTC)이며, 열전도 해석의 주된 목적은 이 값을 구하는 것이다. 대형 밸브와 로켓노즐의 열전도 해석과 열처리 과정의 해석 등에는 이러한 열전달계수가 중요한 요소로 작용한다. 원자력 발전소의 제어밸브(control valve)의 밸브 케이싱의 경우, 케이싱 내외부의 온도차와 온도분포 및 열응력을 계산하기 위해서는 열전달계수를 구하고 열전도 해석을 수행해야 한다. 이러한 경우 필요한 열전달계수를 구하기 위해서 물체의 표면에 센서를 부착하여 열 유속이나 표면온도를 측정하므로써 열전달계수를 산출하게 된다.

그러나 물체의 표면에 센서를 부착하여 직접 경계조건을 측정하는 방법은 많은 센서를 붙여야 하고 급격한 경계조건 변화를 측정하기 어려우며, 특히 센서를 붙이기 어려운 조건의 경우 측정 자체가 불가능하다. 따라서, 이런 경우에 물체내부의 온도를 측정하고, 역문제(inverse problem)를 적용하면 체계적으로 위치별 열전달계수를 예측할 수 있는데, 이를 열전도 역문제 (inverse heat conduction problem)라 한다[1].

열전도 역문제는 주로 비정상상태(unsteady state)의 열전도 문제를 대상으로 연구되었다. Krutz[2]와 Bass[3]는 1차원 문제에 유한요소법을 도입하였으며 Hsu[4]는 2차원 문제에 적용하

였다. 특히 최근에 2차원 정상상태의 열전도 역문제에 유한요소법과 최적화기법이 도입되었다[5, 6].

본 논문에서는 열전도 해석에 유한요소법을 채용하고 열전달계수를 찾는 역문제는 수렴성이 우수한 다변수 구속문제의 최적화기법을 도입하여 프로그램을 개발하는 것이 목적이다. 따라서 측정된 온도 데이터에서 정상상태의 열전달계수를 체계적으로 계산하는 방법을 제시하고 밸브 케이싱을 해석 예제로 사용하였다.

2. 유한요소법에 의한 열전도 해석

Fig. 1과 같은 2차원 정상상태의 열전도 방정식과 경계조건은 다음과 같다[7].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (1)$$

경계조건

$$\Gamma_h : q = h(T - T_\infty) \quad (2a)$$

$$\Gamma_q : q = q_s \quad (2b)$$

방정식(1)과 경계조건(2)를 만족하는 등가의 범함수는 다음과 같다.

$$I = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \left\{ k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 - 2QT \right\} d\Omega + \int_{\Gamma} \left\{ qT + \frac{1}{2} (T - T_\infty)^2 \right\} d\Gamma \quad (3)$$

요소내의 온도는 형상함수를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$T = [N] \{T^{ev}\} \quad (4)$$

범함수의 변분 $\delta I = 0$

라는 변분원리를 이용하면 유한요소방정식은 다음과 같다.

$$[[K_c] + [K_h]] \{T\} = \{R_Q\} + \{R_q\} + \{R_h\} \quad (5)$$

여기서

$$[K_c] = \int_{\Omega^{ev}} [B]^T [k] [B] d\Omega$$

$$\begin{aligned}
 [K_h] &= \int_{\Gamma_h} h[N][N]d\Gamma \\
 [R_Q] &= \int_{\Omega} Q[N]d\Omega \\
 [R_q] &= \int_{\Gamma_s} q_s[N]d\Gamma \\
 [R_h] &= \int_{\Gamma_h} hT_\infty[N]d\Gamma
 \end{aligned}$$

식(5)에 따르는 유한요소해석 프로그램을 개발하여 온도계산에 이용하였다.

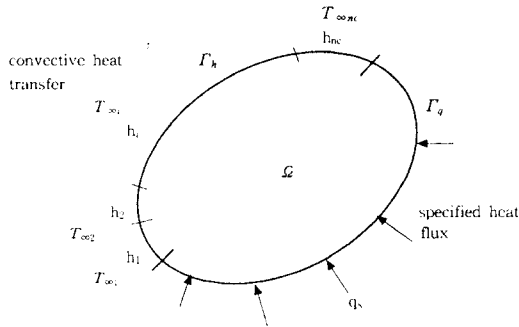


Fig. 1 Heat conduction domain and boundary condition

3. 열전도 역문제의 해석

3.1 문제의 정의

식(2a)의 경계조건의 경우 열전달계수 값과 주위 온도 값이 위치에 따라서 다를 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q = h_i(T - T_{\infty i}) \quad i = 1, 2 \dots nc \quad (6)$$

열전도 역문제에서는 이 h_i 값을 정확하게 예측하는 것이 주목적이다. 즉 모든 절점의 온도 중에서 센서위치에 있는 측정값과 센서위치의 절점에서 계산된 값의 최소사승값으로 정의되는 오차(error norm)를 다음과 같이 나타내고, 이 값을 최소화하는 열전달계수를 구하는 것이다.

$$\Phi(h) = \sum_{i=1}^m (T - T_i)^2 \quad (7)$$

여기서 T는 계산된 온도를 나타낸다. 따라서 대류경계조건이 있는 역문제는 목적함수 $\Phi(h) = \sum_{i=1}^m (T - T_i)^2$ 를 최소화하는 $\{h\} = \{h_1, h_2, h_3, \dots, h_{nc}\}$ 를 구하는 문제로 정의 할 수 있고, 이때의 민감도(sensitivity)는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial h_j} = 2 \sum_{i=1}^m \left\{ (T - T_i) \frac{\partial T}{\partial h_j} \right\} \quad (8)$$

최적화기법을 도입하여 열전달계수를 계산하는 프로그램의 흐름도는 Fig. 2와 같다.

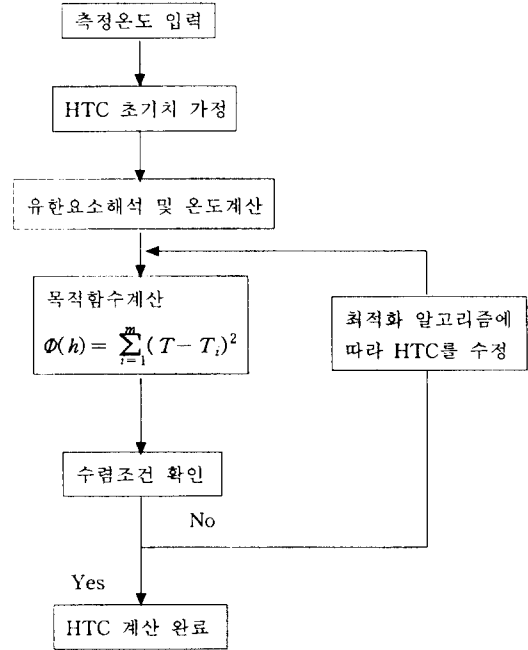


Fig. 2 Flow chart of inverse heat conduction

3.2 제한조건문제를 갖는 최적화 알고리즘

최적화변수 $\{h\} = \{h_1, h_2, \dots, h_{nc}\}$ 는 식(5)의 목적함수를 최소화하는 값이다. 이때의 제한조건은 다음과 같다.

$$g_i(h) = h_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, nc \quad (9)$$

또한 h_i 는 상한치와 하한치를 갖는다.

$$h_{il} \leq h_i \leq h_{iu} \quad (10)$$

수치해석방법은 반복과정에 기초를 두고 있다.

$$h_i^{(n+1)} = h_i^{(n)} + \Delta h_i^{(n)} \quad n=0,1,2, \dots \quad (11)$$

또한 $\Delta h_i^{(n)}$ 는 다음과 같이 두 부분으로 분리된다.

$$\Delta h_i^{(n)} = \alpha_n d_i^{(n)} \quad (12)$$

여기서 $d_i^{(n)}$ 는 탐색방향이고, α_n 는 탐색방향으로의 이동거리(step size)를 나타낸다[8]. 따라서 최적화의 진행은 이들 탐색방향과 이동거리를 결정하는 부문제(subproblem)의 해를 포함하는 것이며, 이 부문제의 해는 현 계산점에서 목적함수와 제한함수의 값 뿐만 아니라 그들의 구배값도 포함하고 있다.

본 논문에서 사용한 최적화 알고리즘은 PLM(Pshenichny's Linearization Method)이다. 알고리즘의 주요 특징은 최적화를 위한 반복과정 중에 이동거리를 계산하기 위한 일차원 검색을 하지 않으므로 한 반복과정에서는 각종 함수를 한번만 계산하면 된다. 또한 목적함수의 최저치의 상한치와 하한치를 계속 찾아나가는 것이 기본개념이다. 일단 목적함수의 상·하한치를 설정한 후 체계적으로 더 좋은 상·하한치를 찾아나가게 되며 최적치를 발견할 때까지 반복 수행하게 된다.

4. 프로그램의 검정을 위한 해석

개발된 열전도 프로그램과 최적화 프로그램을 확인하고 예측된 열전달계수의 정확성을 평가하기 위해서 축대칭 밸브를 대상으로 계산하였다. 열전도 유한요소 해석에 사용한 요소와 경계조건은 각각 Fig. 3에 나타나 있다. 특히 경계조건 중에서 밸브의 내부는 4가지의 다른 열전달계수를 위치에 따라서 달리 하였으며 밸브 표면은 단위 면적당의 일정한 열 유속 $q=1065 \text{ W/m}^2$ 이 유입되는 것으로 가정하였다.

먼저 Fig. 3의 경계조건으로 직접 열전도 해석(direct heat conduction analysis)을 하여 온도 분포를 구하고, 그 중에 10개의 절점온도를 역문제의 측정 온도값으로 입력하여 4가지의 열전달계수를 정확히 찾아낼 수 있는지 확인하였다. 열전도 역문제로 구해낸 열전달계수는 Table 1에 나타내고 있으며 최저 0.4에서 최대 6퍼센트의 오차가 발생하고 있지만 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이 경우 직접 열전도 해석에서 구한 온도(exact temperature)와 역해석에서 계산한 온도(calculated temperature)는 Table 2에 나타나 있으며 아주 정확히 일치함을 알 수 있다.

Table 1 Comparison of heat transfer coefficients($\text{W/m}^2\text{K}$)

Boundary region	Initial guess	Calculated HTC	Exact HTC
A	10	49.68	50
B	10	203.16	200
C	10	498.18	500
D	10	376.21	400

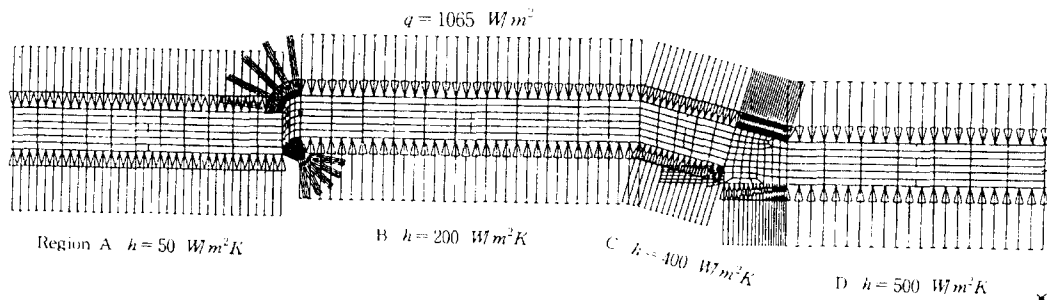


Fig. 3 Finite element mesh and boundary conditions for verification problem

Table 2 Comparison of temperature

Node number	Exact temperature(° C)	Calculated temperature(° C)
1	33.708	33.730
22	33.758	33.789
50	34.162	34.259
122	34.698	34.819
157	36.221	36.292
192	38.377	38.335
234	42.815	42.774
276	44.645	44.626
311	47.831	47.844
346	48.822	48.846

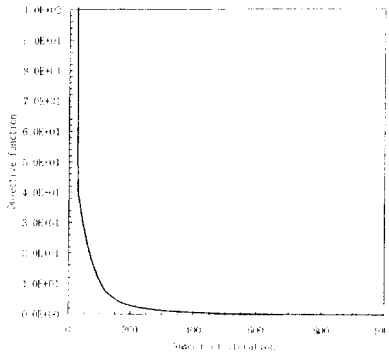


Fig. 4 History of objective function during optimization procedure

Fig. 4는 최적화 목적함수의 수렴 상황을 나타낸 것으로 아주 잘 수렴하고 있음을 알 수 있다. 따라서 열전달계수와 온도분포를 비교하고 온도오차로 정의된 목적함수가 영(zero)으로 수렴하고 있기 때문에 개발된 프로그램은 열전달계수를 정확하게 예측하고 있다는 것을 확인할 수 있다.

5. 모델 밸브의 실험과 결과

5.1 실험용 모델 밸브

원자력 발전소에 사용되는 제어밸브의 내부 표면 열전달계수를 역문제로 구하기 위해서 제어밸브를 1/4로 축소하여 동일 재질의 주강품을 제작하

였다. 제작된 실험용 주강품의 조립도는 Fig. 5와 같다. 주강 모델에서 역문제를 사용하기 위하여 온도를 측정할 위치는 Fig. 6에 표시되어 있는 것과 같이 39점이며, 모두 표면에서 10mm 깊이에 열전대를 점용집(spot welding)시켜 부착하였다.

제작된 주강 밸브의 화학성분은 Table 3과 같으며 열전도계수는 51.9W/mK이다.

Table 3 Chemical composition of test valve

성분	C	Mn	Si	Ni	Cr	P	Mo
제품	0.14	1.16	0.46	0.52	0.41	0.015	0.01
모델 밸브	0.14	1.16	0.46	0.52	0.41	0.015	0.01

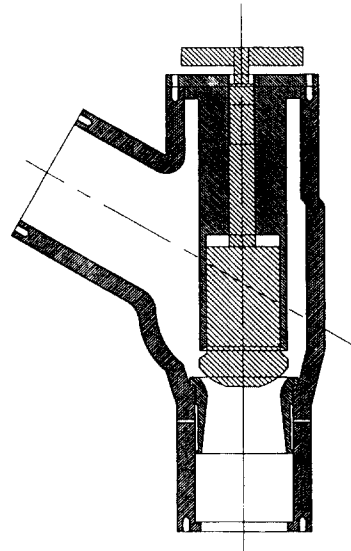


Fig. 5 Assembly drawing of model valve(1/4 scale)

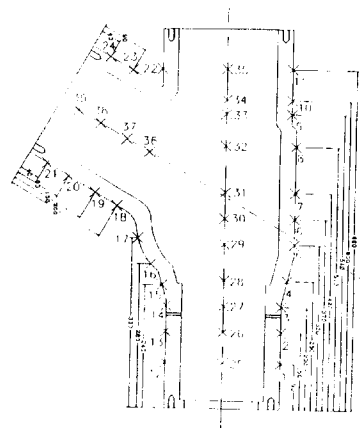


Fig. 6 Measuring points of temperature

5.2 모델 밸브의 실험 조건과 열전달계수 예측

Fig. 7의 빗금친 부분은 열선이 감겨지는 부위를 표시한 것이고, 사진 1은 도면대로 열선을 감은 모습을 촬영한 것이다. 열선을 감고 주위를 단열재로 감싸서 단위면적당 일정한 열량이 표면에서 유입될 수 있도록 하고, 내부에 공기를 흐르게 하여 39개의 측정 점에서 온도를 측정하도록 하였다. 이 모델에 일정한 전력을 공급하면, Section 1에는 830.8 W/m^2 , Section 2에는 879.8 W/m^2 열이 유입되어 온도가 정상상태가 된 후 유동을 부가시켜 시간에 따른 모델의 온도분포를 측정하였다. 사진 2는 모델 밸브의 둘레에 단열재로 감싸고 실험 준비가 완료된 상태를 보여주고 있다.

실험조건은 다음 Table 4와 같다. Fig. 8, 9는 이

Table 4 Experimental conditions

실험조건	CASE I	CASE II
밸브상태	완전개방(full open)	반개방(half open)
입구유속(m/s)	10	10
입구온도(°C)	31.6	34
Reynold 수	$1.2 \text{ TIMES } 10^6$	$1.2 \text{ TIMES } 10^6$
유입열량(W/m ²)	section 1 Q1=830.8 section 2 Q2=879.8	
대기온도(°C)	22	

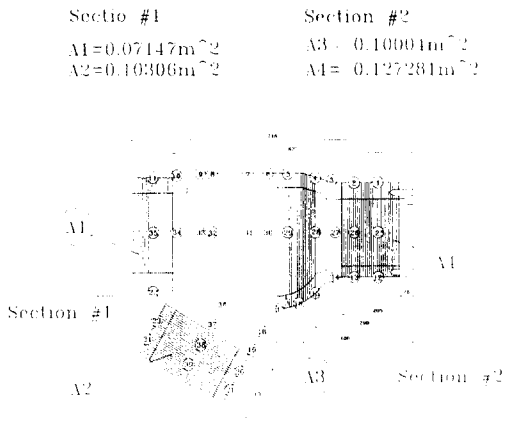


Fig. 7 Heating sections of test valve casing

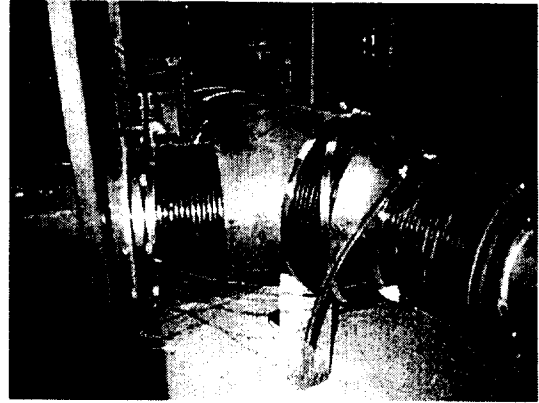


Photo. 1 Test valve casing wound with heating elements

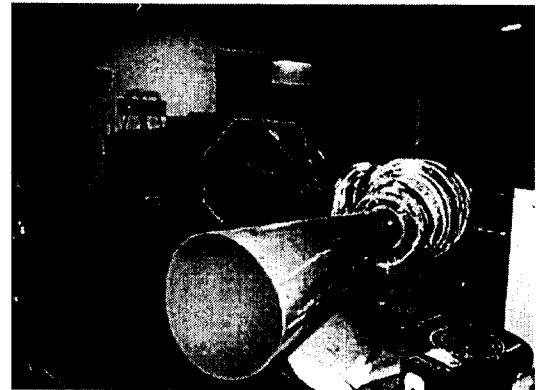


Photo. 2 Experimental setup of test valve casing

경우 최종 정상상태의 측정온도를 위치별로 도시한 것이다. 측정된 온도는 입구 중심 축과 밸브 중심 축을 따라서 대체로 대칭성을 보이고 있다. 이는 밸브 중심 축을 기준으로 한 축대칭 모델로서도 열전달계수 예측이 가능함을 알 수 있다. 정상 상태에서 밸브 내 유동온도(주위온도)는 풍동과 연결되는 밸브 입구의 중심축에서 측정된 온도를 사용하였다.

Fig. 10은 실험과 동일하게 밸브시트(valve seat)를 포함시킨 해석 대상의 모델링으로 683개의 절점과 576개의 요소로 유한요소망을 구성하였다. Fig. 11은 최적화 변수인 열전달계수의 각각의 구간을 나타내고 있다. 이 조건을 이용하여 역문제로 구한 열전달계수는 실험조건에 따라서 Fig. 12에 나타내었다. 열전달계수는 유체유동을 고려할 때 노즐 시트(seat) 부위에서 최대값이 예

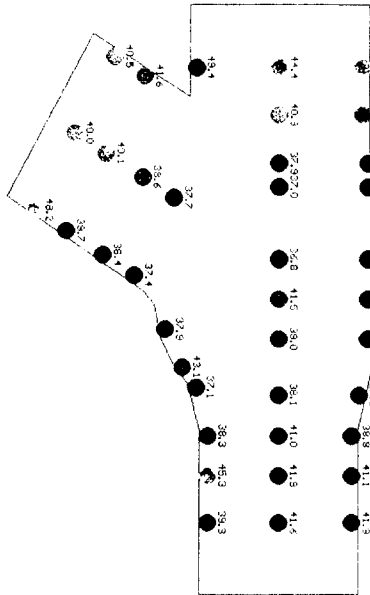


Fig. 8 Measured temperatures in the steady state of CASE I

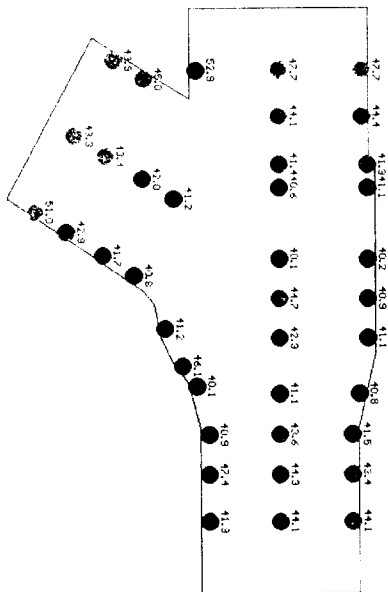


Fig. 9 Measured temperatures in the steady state of CASE II

상된다. CASE I와 CASE II의 경우 계산된 열전달계수는 이러한 경향을 잘 나타내고 있다. 역문제로 구한 값은 측정된 값을 기준으로 최적화한 값이기 때문에 측정 센서의 개수를 늘리면 늘릴 수

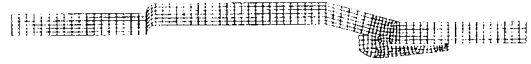


Fig. 10 Finite element mesh for test valve casing

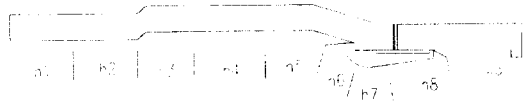


Fig. 11 Boundary regions of heat transfer coefficients

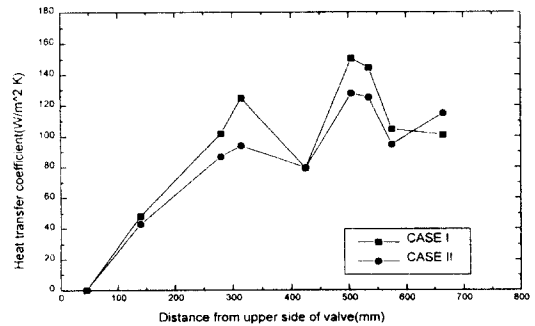


Fig. 12 Calculated heat transfer coefficients in test model

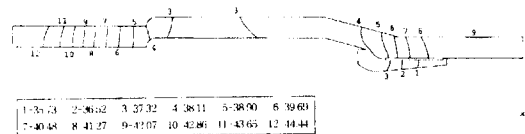


Fig. 13 Temperature distribution with calculated HTC in CASE I

록 더욱 정확한 값을 예측할 수 있다.

CASE I의 경우에 대해서 측정된 온도와 계산된 온도를 비교하여 Table 5에 정리하였다. 두 값이 거의 일치하고 있어 계산에서 구한 최적의 열전달계수의 신뢰성을 확인할 수 있다. Fig. 13은 CASE I의 예측된 열전달계수를 경계조건으로 사용하여

Table 5 Calculated temperatures and measured temperatures in CASE I condition

Measuring point	Calculated temperature(°C)	Measured temperature(°C)
1	41.88	41.9
2	41.05	41.1
3	38.98	38.8
4	37.89	37.9
5	37.95	38.1
6	37.63	37.6
7	37.00	36.9
8	37.54	37.7
9	38.62	38.5
10	41.36	41.0
11	43.93	44.3

구한 온도 분포를 보여주고 있다. 밸브 케이스의 두께 방향으로 온도가 거의 없음을 알 수 있다.

6. 결 론

측정한 온도 데이터로부터 고체 표면의 정상상태의 열전달계수를 구하기 위하여 유한요소법과 최적화기법을 사용한 열전도 역문제 해석용 프로그램을 개발하였으며 예제를 통하여 개발된 프로그램의 타당성을 검증하였다. 또한 실제 적용사례로서 원자력 발전소의 제어 밸브의 축소 모델을 택하였으며, 측정된 온도결과를 이용하여 열전달계수를 구하였다. 따라서 본 연구에서 개발된 프로그램은 정상상태의 열전달계수를 효과적이고 체계적으로 예측할 수 있으며 3차원 문제에도 쉽게 적용할 수 있다.

참고문헌

1. Stolz, G., 1960, Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes, ASME J. of Heat Transfer, pp 20-26.
2. Krutz, G.W., Schoenhals, R.J., and Hore, P.S., 1978, Application of the finite element method to the inverse heat conduction problem, Numerical Heat Transfer, vol. 1, pp 489-498.
3. Bass, B.R., 1980, Application of the finite element method to the nonlinear inverse heat conduction problem using Beck's second method, ASME J. of Heat Transfer, pp 168-176.
4. Hsu, T.R., Sun, N.S., Chen, G.G., and Gong, Z.L., 1992, Finite Element Formulation for two-dimensional inverse heat conduction analysis, ASME J. of Heat Transfer, Vol. 114, pp 553-557.
5. Hensel, E., and Hills, R., 1989, Steady State two-dimensional inverse heat conduction, Numerical Heat Transfer, Part B, vol. 15, pp 227-240.
6. Truffart, B., Jarny, Y., and Delaunary, D., 1993, A general optimization algorithm to solve 2-d boundary inverse heat conduction problems using finite elements, Inverse problems in engineering : Theory and Practice, ASME, pp 53-60.
7. Huebner, K.H. and Thornton, E.A., 1981, The finite element for engineers, Chapter 10, 2nd edition, John wiley & Sons.
8. Arora, J.S., 1989, Introduction to optimal design, Chapter 6, McGraw-Hill.