

초음파 진동자 등가회로의 모델링에 관한 연구

김 건, 나 회 창, 차 일 환  
연 세 대 학 교 전 자 공 학 과

Astcde A study of modeling the ultrasonic transducer  
equivalent circuit

Kyn Kim, Hee Chang Na, Li Whan Cha  
Yonsei University, Dept. of Electronic Eng.

Abstract

In this paper, an equivalent circuit model of the piezoelectric transducer considering fundamental resonance frequency and harmonics was proposed.

In the experiment, the frequency characteristics of ultrasonic transducer were measured, and then compared to the simulated using estimated transducer equivalent circuit parameters.

The difference between experimental data and simulated one was at the ratio of 6.5% when normalized at the fundamental resonance frequency, but including the two harmonics, the difference was decreased into 5.3%.

As the result, equivalent circuit modeling and measuring technique adopted to the study can be verified and applicable to the wideband transducer analysis.

요 약

본 연구는 piezo-electric transducer 등가회로의 모델링에 관한 연구로서 진동시에 발생하는 공진주파수와 harmonics 까지 고려한 등가모델을 제시하였다.

실험결과 공진주파수만을 고려한 모델의 경우 harmonics를 제외한 부분에서 평균 6.5%의 오차가 발생하였으며 harmonics 까지 고려한 모델에서는 평균오차가 5.3%로서 그 차이점을 줄일 수 있어 실제 등가회로에 접근함을 알 수 있었다.

본 연구의 결과는 음향변환기의 전기적 특성을 파악함으로써 전기-음향 상사관계의 제반응용에 이용될 것

이 기대된다.

1. 서 론

모든 음향시스템의 해석시 전기적으로 해석하는 것이 물리적인 면을 포함하지 않으므로 용이하다. 그리고 이때 transducer 자체의 전기적특성을 고찰하는 일은 가장 기본적인 일이다. 1966년 Abraham, I, Dranetz가 differential Immittance 방법을 이용하여 transducer의 특성을 고찰하였으나<sup>1)</sup> 이는 전체 임피던스값을 이용하였기 때문에 transducer의 전기적특성을 파악하기 어렵다.

이론적으로도 음향 parameter를 이용하여 전기적 parameter의 값을 구하는 수식이 성립되어 있으나 전술했듯이 음향 parameter 자체가 물리적인 면을 포함하므로 정확한 값을 추정하기 어렵다.

본 연구에서는 공진주파수와 harmonics 까지 고려한 등가회로를 제시한 후 실험치를 토대로 정규화된 값에 대해서 simulation하여 등가회로의 전기적 parameter를 추정하였다. 그리고 이를 기초로 얻은 임피던스와 실험치를 비교하여 제안된 등가회로의 정확성을 고찰하였다.

본 연구에서 제안된 방법은 측정시간의 절약, 장비의 소형 단순화, 정확성이 기대되므로 transducer의 전기적 parameter 전면에 대한 측정방법으로서의 응용이 전망되며 특히 transducer의 harmonics에 관한 기본적인 자료로서 이용될 수 있다.

## 2. 본 론

공진주파수만을 고려할 경우 transducer의 등가회로는 집중정수등가회로로 나타낼 수 있다.

아래그림 1은 piezo-electric transducer의 집중정수등가회로를 나타낸다.<sup>(2)</sup>

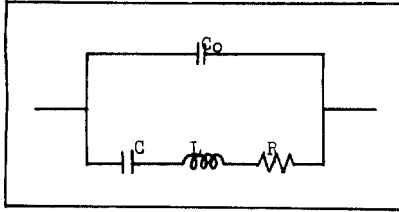


그림 1 transducer의 집중정수등가회로

그림 1의 등가회로는 직렬공진회로 즉, 저항 인덕턴스 캐패시턴스를 포함하는 직렬회로에 병렬로 콘덴서  $C_0$ 가 연결된 것이다.

그림 1 등가회로의 임피던스에서 resistance 성분을  $R_e'$ , reactance 성분을  $X_e'$ 라 하면 다음 (1), (2)식으로 나타낼 수 있다.

$$R_e' = \frac{A_2 + A_3}{A_1} \dots\dots\dots (1)$$

$$X_e' = \frac{A_4 - A_5}{A_1} \dots\dots\dots (2)$$

단, 여기서

$$A_1 = \left(1 + \frac{C_0}{C} - \omega^2 C_0 L\right)^2 + (\omega C_0 R)^2 \dots\dots\dots (3,1)$$

$$A_2 = R \left(1 + \frac{C_0}{C} - \omega^2 C_0 L\right) \dots\dots\dots (3,2)$$

$$A_3 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \omega C_0 R \dots\dots\dots (3,3)$$

$$A_4 = \omega C_0 R^2 \dots\dots\dots (3,4)$$

$$A_5 = \left(1 + \frac{C_0}{C} - \omega^2 C_0 L\right) \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \dots\dots\dots (3,5)$$

따라서 전체 임피던스  $Z$ 는 아래식(4)와 같다.

$$Z = R_e' + jX_e' \dots\dots\dots (4)$$

transducer가 완전히 unloaded된 경우의 임피던스는 아래식(5)와 같다.

$$X_e' = -j \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega \left\{ C_0 (\omega^2 LC - 1) - C \right\}} \dots\dots\dots (5)$$

식 (4), (5)를 주파수의 함수로 그리면 그림 2와 같다.

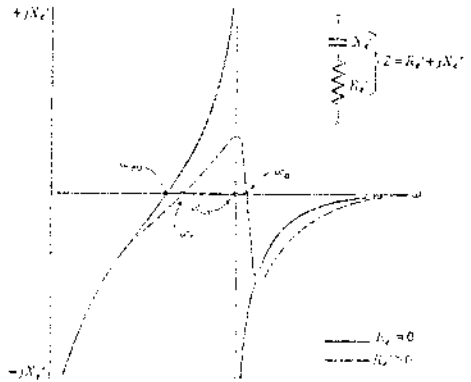


그림 2 transducer 임피던스의 주파수 특성

그림에서  $\omega_r$ ,  $\omega_w$ 는 공진주파수,  $\omega_s$ ,  $\omega_w$ 는 반공진주파수이며, 임피던스의 reactance 성분은 공진주파수에서 최소가 되고 반공진주파수에서 최대가 됨을 알 수 있다. 또한 transducer가 loading이나 mounting에 의해서 damping되지 않았을 경우 ( $R_e' \neq 0$ )에는 임피던스곡선의 pole이 유한 값을 갖음을 알 수 있다.

식(4)에서 clamed 임피던스 즉  $X_e' = \frac{1}{j\omega C_0}$ 를 빼면 motional 임피던스가 되어 이를 기초로 motional 임피던스 루우프를 그릴 수 있다.<sup>(3)</sup> 이 때의 이 루우프를 이용하면 transducer의 일반적인 특성을 구할 수 있다.

이상과 같은 이론은 공진주파수만을 고려한 경우로서 harmonics의 존재를 규명할 수 없다.

harmonics 까지 고려한 경우에는 분포정수 등가회로를 도입해야 된다.<sup>(4)</sup>

그림 3 은 piezo-electric transducer 의 분포정수 등가회로를 나타낸다.

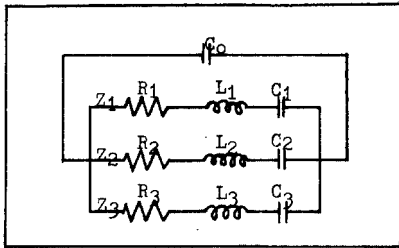


그림 3 transducer 의 분포정수 등가회로

그림에서 임피던스  $Z_2$  는 공진주파수의 경우  $Z_1, Z_3$  는 harmonics 에 의해서 영향을 받는 부분이다. 먼저 공진주파수의 경우  $L_2, C_2$  가 공진하게 되므로  $Z_2$  는 최소가 되며  $Z_1, Z_3$  는 전체 임피던스에 영향을 미치지 않을 만큼 크다. 이와같은 현상은 harmonics 의 경우에도 성립하여 각 harmonics 에서도 공진하며 실제적인 등가회로에 접근할 수 있다.

전술한 바와 같은 공진주파수에서의 임피던스 특성은 각 harmonics 에서도 성립한다.

### 3. 연구 방법

본 연구에서는 주요 unit 를 마이크로프로세서로 제어하였다.

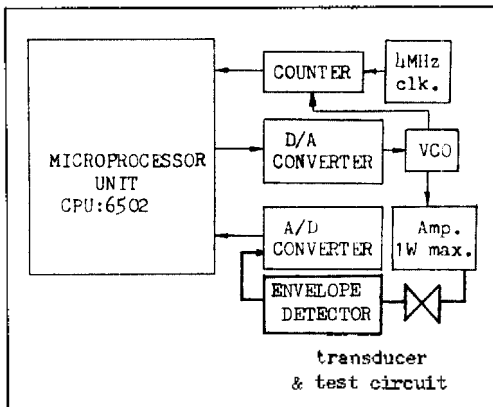


그림 4 실험장치 구성도

우선 D/A 변환기로 VCO (Voltage-Controlled Oscillator) 를 구동시키고 transducer 구동에 요구되는 power 를 고려하여 VCO 의 정현파출력을 1W-power 증폭기로 증폭시켰다. transducer 출력은 포락선검출기를 거쳐 A/D 변환기로 입력되고 그 출력은 마이크로 프로세서로 입력된다.

또한 VCO 의 구형파 출력을 counting 하여 마이크로 프로세서로 구동주파수를 측정하였다. 이 때 시간을 줄이기 위해 4MHz 의 clock 으로 입력신호의 주기를 counting 하였다.

A/D 변환기는 sampling time 이 50μsec 이며 8 bits 로 0 ~ 5V 를 변환하였다.

그림 4 는 본 연구에 사용된 실험장치 구성도이다. 그림 4 의 transducer 부분을 상세히 그리면 그림 5 와 같으며 이 그림이 transducer 의 어드미턴스 측정원리도이다.

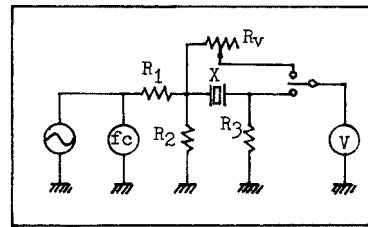


그림 5 transducer 의 어드미턴스 측정원리도

#### 3.1. 공진주파수의 경우 (그림 1)

식(4)에서 공진시의 임피던스를  $Z_r$ , 공진주파수를  $f_r$  이라 하면 식(6), (7)로 나타낼 수 있다.

$$Z_r = \frac{R}{1 + j\omega_r RC_o} \dots\dots\dots (6)$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \dots\dots\dots (7)$$

(6), (7)식을 변형하면 다음과 같다.

$$R = \frac{Z_r}{\sqrt{1 - (\omega_r C_o Z_r)^2}} \dots\dots\dots (8)$$

$$L = \frac{1}{\omega_r^2 C} \dots\dots\dots (9)$$

등가회로의 parameter 측정방법중 전송회로 ( transmission circuit )를 이용하는 경우에 다음식이 성립한다.<sup>(5)</sup>

$$C = 2 \frac{f_s - f_r}{f_r} (C_o - C_s) \dots\dots\dots(10)$$

여기서  $f_s$ 는 transducer와 직렬로 콘덴서  $C_s$ 를 달았을 때 최대출력이 나오는 경우의 주파수이다. 식(10)을 변형하면 아래식(11)과 같이 되는데,

$$C_o = \frac{C \cdot f_r}{2(f_s - f_r)} + C_s \dots\dots\dots(11)$$

이 때 식(8), (9), (11)을 식(4)에 대입하면 전체 임피던스는 C만의 함수로 되므로 실험으로 임의의 주파수에서의 임피던스를 구하여 C를 sweep시켜 얻은 임피던스와의 오차가 거의 Zero가 될 때의 C 값을 취한다. 이러한 과정을 여러 주파수에서 되풀이하면 평균적인 C 값을 얻을 수 있고 R, L,  $C_o$  값은 (8), (9), (11)식에 의해서 구할 수 있다. 이 때 공진주파수나 harmonics에서 영향을 받지않는  $C_o$  값을 고정시킨다.

**3.2. harmonics의 경우**

$C_o$  값은 고정되어 있으므로 식(8), (9)만을 식(4)에 대입한 후 C를 sweep시켜 R, L 값을 얻을 수 있다.

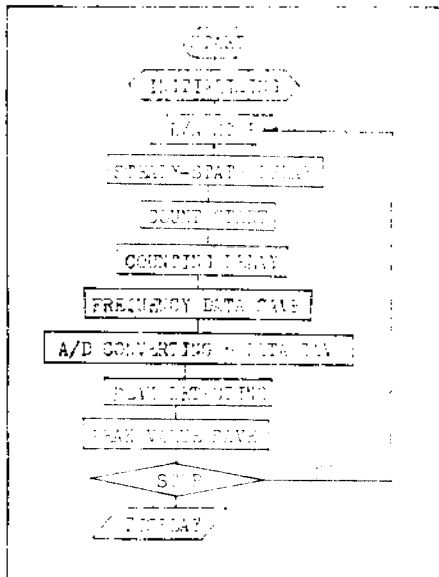


그림 6 제어프로그램의 흐름도

이러한 과정으로 구한 parameter ( 그림 3. 참조 ) 들을 모두 조합하여 전체 임피던스를 simulation으로 구하고 실험치와 비교분석하였다.

그림 6 은 제어프로그램의 흐름도이다.

**4. 결과 및 고찰**

실험결과 각 parameter의 값은 표1과 같고 공진주파수와 harmonics일 때의 주파수, 그리고 그때의 임피던스는 표2와 같다.

표1 parameter value

	R(Ω)	L(H)	C(pF)	$C_o$ ( pF )
fun.	20.5295	0.0360	3200	39723.56
sub.	552.564	0.2792	1672	
fir.	250.668	0.1798	250	

표2 공진주파수와 임피던스

	$f_r$ ( KHz )	$Z_r$ ( Ω )
fun.	14.819	20.470
sub.	7.289	341.933
fir.	23.46	138.092

공진주파수에서는 실험치와 simulation한 값이 정확히 일치하나 harmonics에서는 약간의 오차가 있음을 보여준다. 이는 정규화시킬 당시 포락선검출기의 비선형특성으로 인하여 정확한 값을 측정하지 못했기 때문이다.

그림 7은 실험으로 얻어진 임피던스 특성곡선이다. 그림에서 보듯이 일정 레벨에서 하한선이 존재함을 알 수 있는데 이 때의 전압레벨은 0.3V 정도이다. 이러한 현상은 포락선 검출기가 0.3V이하의 신호는 검출하지 못했기 때문이다. 이는 오실로스코프부터 확인하였다.

그림 8은 공진주파수만을 정규화시켰을 때의 임피던스 특성곡선이며 평균오차는 6.5%이다.

그림 9는 공진주파수와 harmonics까지 고려하였을 때의 임피던스 특성곡선이다. 그림에서 알 수 있듯이 harmonics의 존재가 뚜렷하며 평균오차 역시

그림 8의 경우보다 작은 5.3%로서 그 차이가 클

있음을 알 수 있다.

그러나 그림 8, 9 의 경우 모두 30 KHz 이상에서는 많은 오차가 발생하였는데 이는 주파수가 높아지면서 변형된 진동이 생겨 탄력으로 분포된 질량이 영향을 받기 때문이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 transducer의 등가회로에 의한 주파수 특성을 이론과 실험에 의해 근소한 오차로 구할 수 있었다. 또한 transducer 구동시 공진주파수 이외에 harmonics의 존재를 확인하여 공진주파수 뿐만 아니라 harmonics까지 고려한 새로운 등가모델의 가능성을 제시하였다.

실험에서의 오차는 포락선 검출기의 하한선의 존재와 비선형 특성에 의해 발생하였으며 이는 정확한 포락선 검출기에 의해서 줄일 수 있다.

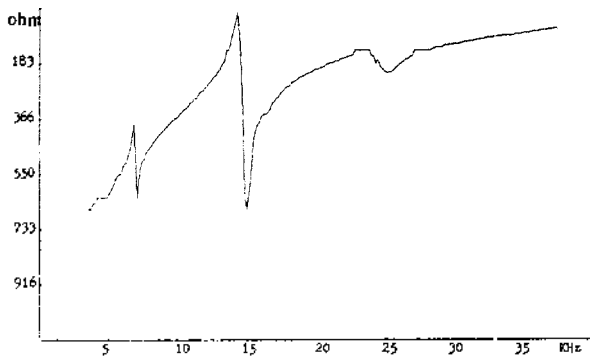


그림 7 임피던스 특성곡선 (실험치)

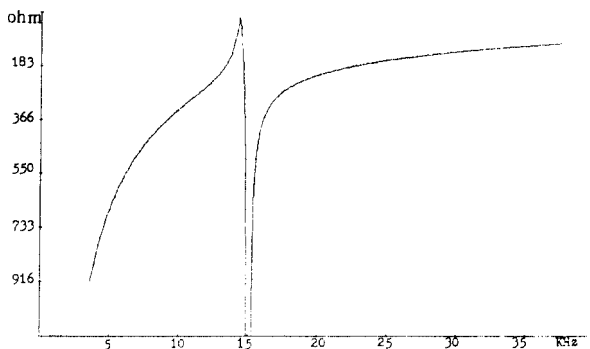


그림 8 임피던스 특성곡선 (fun. simulation)

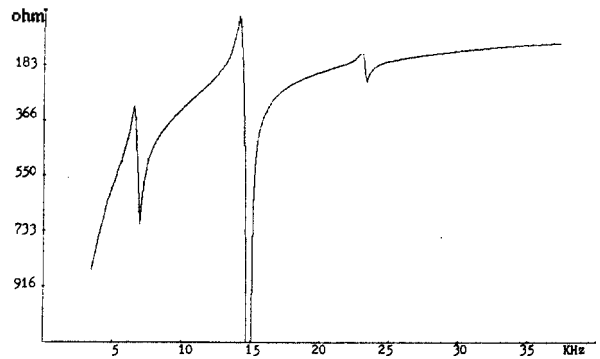


그림 9 임피던스 특성곡선 (fun. + har. simulation)

높은 주파수에서 발생하는 문제점은 harmonics의 수를 증가시켜서 해결할 수 있으리라 예측된다.

이와 같은 문제점이 해결되면 본 연구에서 제안한 방법은 transducer의 등가회로를 정확히 해석하는 데 이용될 수 있으며 이를 기초로 전기-음향 변환장치에 전반적으로 응용할 수 있다.

## 6. 참 고 문 헌

- 1) Abraham I, Dranetz, "Analysis of Electroacoustical Transducers by Differential Immittance Techniques", J.A.S.A. 40, 412-416 (1966).
- 2) 차입환, "음향공학개론", 서울, 한신문화사.
- 3) Richard H, Bolt, "Sonics", New York.
- 4) 實吉純一 외 4인, "초음파 기술편람", 일본, 日刊工業新聞社.
- 5) 조분재, "PZT 압전 세라믹을 이용한 수중 초음파 송·수신장치에 관한 연구", 연세대학교 전자공학과