

상관관계를 가진 센서 운동에 의한 표적거리평가

이 호 근
권 해 기 계 장

Range estimation with receiving hydrophones Subject to spatially correlated random motion

Lee, Hyo Keun
Chinhae Machine Depot

(요약)

수동 Wave-front curvature ranging 방법의 통계 성능에 대한 이론적 결과가 유도된다. 센서들의 비선형 및 부동간극 센서들의 운동효과로 인한 표적거리의 편의(Bias) 및 편차(variance)가 센서간의 운동이 상관관계를 가지고 있을 때 유도된다.

이 편차는 센서운동이 정규분포(normal distribution)를 가지며 평균이 0, 같은 편차 및 무시할 수 있는 higher moment 를 가지고 있다고 가정한다. 유도된 이론적 결과를 이용하여 거리편의와 편차는 표적거리, 범위, 센서운동의 상관계수 및 방향각(heading) 표현 편차 변화에 대해 그림으로 나타내었다. 표적거리가 센서간격보다 아주 큰 경우 센서간격이 감소할수록, 표적거리가 증가할수록, 거리편의와 편차는 증가한다.

상관계수가 증가할수록 거리편의는 극한경우로 감소하며, 거리편차는 센서 방향각 오차가 클 때 최소가 되는 상관계수가 존재하며 이는 표적거리, 범위 및 센서간극의 복합함수이다.

I. 서론

표적의 거리 및 범위를 평가하는 데 배열된 센서의 운동(fluctuation)현상은 오차를 유발시키는 가장 큰 환경 조건이며, 이것은 많은 상황에 의해 취급되어 왔다.

Carter(1)는 세계의 센서중 중간 센서의 위치 변경(비선형 배열)에 의한 거리의 오차를 wavefront

curvature, triangulation 방법에 의해 해석했다.

Schultheiss, Ianniello(2)는 randomly perturbed array 에 의한 범위, 거리 오차를 산출하였다.

Hassab, Guimond 및 Nardone(3)은 이들 표적에 의한 범위오차를 상관관계가 없는 정규분포로 가정하여 표적거리오차를 구하였다. Schultheiss, Ashok(4)은 독립적인 센서의 운동의 경우 범위, 거리 오차를 유도하였다. Engelbrecht(5)는 상관관계가 있는 범위

각으로 부피 표적위치의 분포를 구하였다.

한편 Hassab(6)은 비선형, 부동간극 센서 배열에서 한 센서가 운동할때의 거리오차를 산출하였다.

이 논문은 wavefront curvature ranging 방법을 사용하여, 중간센서를 중심으로 하여 양쪽 센서가 상관관계를 가지고 운동을 하며, 비선형 및 부동간극 센서 배열 구조에 의해 야기되는 거리의 편의, 편차를 여러매개변수에 대해 구하였다. 특히 센서 방향각의 운동에 의한 오차는 매질 자체의 비균질성, 표적 이동함을 대변하는 대표변인 것이며, 센서 방향각의 운동을 영구분포로 가정하고 평균 0, 편차가 같으며 운동의 상관계수 ρ 를 가지는 경우의 거리의 통계적 분석을 시도하였다.

II. Wavefront curvature ranging 방법

음향 표적에 대한 위치는 음향중심에서 범위 및 거리로 나타내며, 혹은 좌표표를 이용하여 x와 y로 표시 가능하다.

본 논문에서는 좌표표를 이용하며, 중간센서 C를

기점으로 양쪽 센서가 방향각 α_1, α_2 로 이동하여, 거리 R, 방위 θ 를 그림 1. 에 표시하였다.

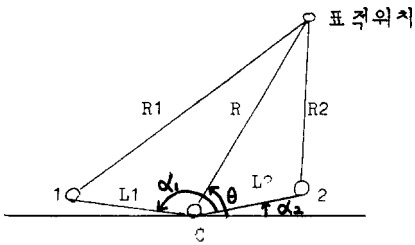


Fig.1. Geometry of array and source where 1, C, and 2 denote the position of the sensors respectively

매질은 음속 c 를 가지며 균질하다고 가정한다. 표적거리 R 은 wavefront curvature ranging 방법을 이용하여 1-c 와 2-c 의 지연시간을 측정함으로써 구할 수 있다. α_{1t} 은 π , α_{2t} 은 0에 가까운 배열 구조에서 간격 L_1 과 L_2 는 무사된 간격과 거의 같다. 관측서에 도착하는 신호음의 지연시간은 센서 1-c 및 2-c 의 correlation 에 의해 측정된다. 센서 1-c 와 2-c 에 도달하는 신호음의 지연시간 τ_1 과 τ_2 는 cosine 법칙에 의해 아래와 같다.

$$\tau_1 = \frac{R_1 - R}{c} = \frac{1}{c} \left[(R^2 + L_1^2 - 2RL_1 \cos(\alpha_1 - \theta))^{1/2} - R \right] \quad (1)$$

$$\tau_2 = \frac{R - R_2}{c} = \frac{1}{c} \left[R - (R^2 + L_2^2 - 2RL_2 \cos(\theta - \alpha_2))^{1/2} \right] \quad (2)$$

자유음장(far-field) 조건을 적용하여 τ_1, τ_2 를

전개하면 음향중심 C 에서의 거리 R 를 구할 수 있다.

$$R = \frac{L_1^2 \sin^2(\theta - \alpha_1) + L_2^2 \sin^2(\theta - \alpha_2)}{2C(\tau_1 - \tau_2) + 2L_1 \cos(\theta - \alpha_1) + 2L_2 \cos(\theta - \alpha_2)} \quad (3)$$

표적거리 R 은 수중음속, 지연시간차이, 센서간격, 센서 방향각을 알면 표적방위의 함수로서 구할 수 있다. 배열의 선형이 유지되고 ($\alpha_1 = \pi, \alpha_2 = 0$), 동간격 배열 ($L_1 = L_2 = L$) 인 경우 거리 R 은 다음과 같다.

$$R = \frac{L^2 \sin^2 \theta}{C(\tau_1 - \tau_2)} \quad (4)$$

식(4)에서 지연시간의 차이는 거리에 큰 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

센서위치에서의 수중음속 변화, 표적의 이동, 센서 간격 및 방향각의 변화량은 하나의 변수 즉 센서방향각 α_1, α_2 에 포함될 수 있으며, 이의 통계적 분석에 의해 거리의 오차를 산출할 수 있다. 즉 센서방향각의 오동 특성을 파악 하므로써 거리오차를 추정할 수

있다. 따라서 표적거리 오차를 감소하기 위해 센서의 오동 특성의 정의될 때 최적 산호처리기법(optimum post-processing) 이 도입된다. (5) (6) (7)
III. 거리 편위(bias)의 평가

배열 센서의 정확한 방향각은 측정하기 어렵으나 일정 방향각에서 소팅 이동하는 센서 배열 구조에서 편의를 가진 거리를 산출하고자 한다. 센서 1, 2 에서 관측된 방향각은 다음식으로 주어진다.

$$\alpha_1 = \alpha_{1t} + n_1$$

$$\alpha_2 = \alpha_{2t} + n_2 \quad (5)$$

여기서 α_{1t}, α_{2t} 는 참방향각(true heading) 이며, n_1, n_2 는 방향각 uncertainty 이며, 평균 0, 편차 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ 인 난변수(random variable) 이다. 식(5)을 식(3)에 대입하면 새로운 R_n 을 얻는다.

$$R_n = \frac{L_1^2 \sin^2(\beta_1 - n_1) + L_2^2 \sin^2(\beta_2 - n_2)}{2C(\tau_1 - \tau_2) + 2L_1 \cos(\beta_1 - n_1) + 2L_2 \cos(\beta_2 - n_2)} \quad (6)$$

여기서 $\beta_1 = \theta - \alpha_{1t}$
 $\beta_2 = \theta - \alpha_{2t}$ 이다.

거리의 평균은 방향각 Uncertainty 의 양상별 평균이다. 식(6)을 n_1, n_2 에 대해 Maclaurin 시리즈로 4차까지 전개하면 다음과 같다.

$$R_n = \frac{A - B_1 n_1 - B_2 n_2 + C_1 n_1^2 + C_2 n_2^2 + D_1 n_1^3 + D_2 n_2^3 - E_1 n_1^4 - E_2 n_2^4}{F + G_1 n_1 + G_2 n_2 - H_1 n_1^2 - H_2 n_2^2 - I_1 n_1^3 - I_2 n_2^3 + J_1 n_1^4 + J_2 n_2^4} \quad (7)$$

여기서 $A = L_1^2 \sin^2 \beta_1 + L_2^2 \sin^2 \beta_2$

$B_i = L_i^2 \sin 2\beta_i \quad (i=1,2)$

$C_i = L_i^2 \cos 2\beta_i \quad (i=1,2)$

$D_i = \frac{2}{3} L_i^2 \sin 2\beta_i \quad (i=1,2)$

$E_i = \frac{L_i^2}{3} \cos 2\beta_i \quad (i=1,2)$

$F = 2C(\tau_1 - \tau_2) + 2L_1 \cos \beta_1 + 2L_2 \cos \beta_2$

$G_i = 2L_i \sin \beta_i \quad (i=1,2)$

$H_i = L_i \cos \beta_i \quad (i=1,2)$

$I_i = \frac{L_i}{3} \sin \beta_i \quad (i=1,2)$

$J_i = L_i/12 \cos \beta_i \quad (i=1,2)$

식(7)을 다시 4차 다항식으로 전개하여 정리하면 다음과 같다.

$$R_n = R_t + P_1 n_1 + P_2 n_2 + Q_1 n_1^2 + Q_2 n_2^2 + Q_3 n_1 n_2 + S_1 n_1^3 + S_2 n_2^3 + S_3 n_1 n_2^2 + S_4 n_1^2 n_2 + T_1 n_1^4 + T_2 n_2^4 + T_3 n_1 n_2^3 + T_4 n_1^3 n_2 + T_5 n_1^2 n_2^2 \quad (8)$$

여기서 R_t 는 참거리(true range)이며, p_1, p_2, \dots 같은 필요할때 전개 하도록 한다.

두 개의 변수 n_1, n_2 가 Jointly gaussian 분포를 가지는 경우 이의 밀도 함수는 다음과 같다.(8)

$$f(n_1, n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{n_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{2\rho n_1 n_2}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{n_2^2}{\sigma_2^2}\right]\right\} \quad (9)$$

여기서 n_1, n_2 의 평균은 0, 편차는 σ_1, σ_2 , 상관계수 ρ 이다.

결국 방향각의 종속적인 운동이 있을때 $\langle n_1, n_2 \rangle$ 항목은 거리의 기대값에 큰 영향을 준다. wavefront curvature ranging 방법을 이용하여 얻어진 거리평가를 위한 lower bound 는 방향각의 표준편차 σ_α 의 4승 항목은 무시하며, 약간의 경미후에 얻어진다.

$$R_{bias} = \langle R_n \rangle - R_t \\ = (Q_1 + Q_2 + Q_3)\sigma_\alpha^2 \quad (10)$$

여기서

$$Q_1 = \frac{R_t c_1}{A} + \frac{R_t^2 h_1}{A} + \frac{R_t^2 b_1 g_1}{A^2} + \frac{R_t^3 g_1^2}{A^2} \quad (i=1,2)$$

$$Q_3 = \frac{R_t^2 b_1 g_2}{A^2} + \frac{R_t^2 b_2 g_1}{A^2} + \frac{2R_t^3 g_1 g_2}{A^2}$$

센서 배열이 직선이며 ($\alpha_{1t} = \pi, \alpha_{2t} = 0$) 센서 간격이 같으면 ($L_1 = L_2 = L$) 거리 편차는 다음식으로 표현된다.

$$R_{bias} = \left[\frac{R_t \cos 2\theta}{\sin^2 \theta} + \frac{2R_t^3}{L^2 \sin^2 \theta} (1-\rho) \right] \sigma_\alpha^2 \quad (11)$$

$\rho = 1$ 일때, 즉 센서 배열 전체가 동시에 요동하는 경우 거리편차는 σ_α 가 작을때 0에 가까운 값을 가지며 센서 간격에 무관하다.

$\rho = -1$ 일때, 즉 센서들의 운동이 반대방향일때 거리 편차는 가장 크다.

$\rho = 0$ 일때 즉 센서들의 운동이 독립적일때 표적 거리가 큰 경우 센서 하나가 요동할때에 비해(6) 거리편차는 2배 증가한다.

식(11)의 첫째항은 둘째항에 비해 거리가 클때 무시할 수 있으며 아랫식으로 간단히 표시된다.

$$R_{bias} = \frac{2R_t^3}{L^2 \sin^2 \theta} (1-\rho) \sigma_\alpha^2 \quad (12)$$

방향각 오차가 작을때 σ_α 는 지연시간오차 σ_τ 와 직선적인 관계를 가지며 R_{bias} 는 σ_τ 에 대해서도 유사한 결과를 가져온다. 즉

$$\sigma_\alpha = \frac{c\sigma_\tau}{L \sin \theta} \quad (13)$$

IV. 거리편차(Variance)의 평가
거리편차 σ_R^2 은 다음식으로 정의된다.

$$\sigma_R^2 = \langle (R_n - R_t - \langle R_n - R_t \rangle)^2 \rangle \quad (14)$$

여기서 $\langle \rangle$ 는 기대값이다.

식(8)을 이용하여 n_1, n_2 의 4승 항목까지 유도하여 정리하면 다음식으로 주어진다.

$$R^2 = (P_1^2 + P_2^2 + 2\rho P_1 P_2) \sigma_\alpha^2 \\ + [2Q_1^2 + 2Q_2^2 + (\rho^2 + 1)Q_3^2 + 4\rho^2 Q_1 Q_2 - 2\rho Q_2 Q_3 \\ - 2\rho Q_1 Q_3 + 2P_1(3B_1 + 2\rho^2 S_3 + S_3) \\ + 2P_2(3S_2 + 2\rho^2 S_4 + S_4)] \sigma_\alpha^4 \quad (15)$$

식(15)의 첫째 항목은 방향각 오차의 입자적 효과이며 짧은 거리일때 작은 방향각 오차일때 무시한다. 둘째항목은 거리 및 방향각 오차가 증가함에 따라 무시할 수 없는 항목이다.

식(15)는 매우 복잡하며, 센서 배열의 선형 ($\alpha_{1t} = \pi, \alpha_{2t} = 0$) 및 등간격 배열인 경우 다소 단순화한 식으로 주어진다.

$$\sigma_R^2 = \left[\frac{2R_t^2 \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} (1+\rho) + \frac{2R_t^4 (1-\rho)}{L^2 \sin^2 \theta} \right] \sigma_\alpha^2 \\ + \left[R_t^2 (1+\rho^2) (1 + \frac{\cos^4 \theta}{\sin^4 \theta}) - \frac{2R_t^2 \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} (5+\rho^2) \right. \\ \left. - \frac{2R_t^4 (2\rho^2 + 2\rho + 9)}{L^2 \sin^2 \theta} - \frac{R_t^4 \cos^2 \theta}{L^2 \sin^4 \theta} (21\rho^2 - 4\rho - 41) \right. \\ \left. + \frac{4R_t^6}{L^4 \sin^4 \theta} (2\rho^2 + 2\rho + 1) \right] \sigma_\alpha^4 \quad (16)$$

표적이 broadside 방향 ($\theta = 90^\circ$) 에 있을때는 아랫식으로 축소되어 진다.

$$\sigma_R^2 = \frac{2R_t^4 (1-\rho)}{L^2 \sin^2 \theta} \sigma_\alpha^2 \\ + \left[R_t^2 (1+\rho^2) - \frac{2R_t^2 (2\rho^2 + 2\rho + 9)}{L^2} + \frac{4R_t^6 (2\rho^2 + 2\rho + 1)}{L^4} \right] \sigma_\alpha^4$$

한편 표적 거리가 매우 큰 경우 식(17)은 다음과 같이 전개된다.

$$\sigma_R^2 = \frac{2R_t^4 (1-\rho)}{L^2 \sin^2 \theta} \sigma_\alpha^2 + \frac{4R_t^6}{L^4 \sin^4 \theta} (2\rho^2 + 2\rho + 1) \sigma_\alpha^4 \quad (18)$$

식(18)에서 $\rho = 1$ 일때 첫째항은 0이며 R_t 가 매우 클때 ρ 가 감소할수록 거리편차가 더 이상 감소하지 않고 최저가 되는 상관계수가 존재한다.

V. 수차 결과

유도된 일관성 범위를 이용하여 센서가 2개를 유지하며 ($\alpha_{1t} = \pi$, $\alpha_{2t} = 0$), 상관계수를 가지고 요동할 때 wave-front curvature ranging 방법의 성능을 규명하고자 한다.

그림 2, 3 은 표적거리, 센서간격 및 센서 광학각오차의 함수로서 거리편차의 및 편차의 진폭을 나타내고 있다.

센서 간격이 30m 일 때 매우 짧은 표적거리에서는 wave-front curvature ranging 방법의 유용성이 입증된다.

센서간격이 100m 에서 200m 로 점점 증가함에 따라 어느 정도 큰 표적거리에서도 wave-front curvature ranging 방법이 우수하나 그 이상을 넘어가면 오차는 너무 커진다.

그림 4, 5 는 상관계수의 함수로서 거리편차 및 편차를 나타냈으며 σ_{Rt} 가 무엇을 보는 상관계수에 따라 진폭의 영향을 볼 수 있다. 그러나 σ_{Rt} 가 클 때 ($\sigma_{Rt} = 0.4^\circ$) 거리가 작아 최소가 되는 상관계수가 존재하며, 짧은 거리 ($Rt = 10\text{Km}$) 에서 최소값은 상관계수가 큰 쪽으로 이동한다. 그러나 표적거리가 클 때 ($Rt = 50\text{ Km}$) 에는 거리편차의 최소값은 거의 변하지 않으며, 센서간격이 증가할수록 거리편차는 급격히 감소한다.

또한 거리편차는 상관계수에 의존적으로 감소한다. 그림 6 은 상관계수의 함수로서, 표적의 광학에 따른 거리오차를 나타내었으며 broadside($\theta = 90^\circ$) 에서 많이 감소할수록 거리편차의 및 편차는 증가한다.

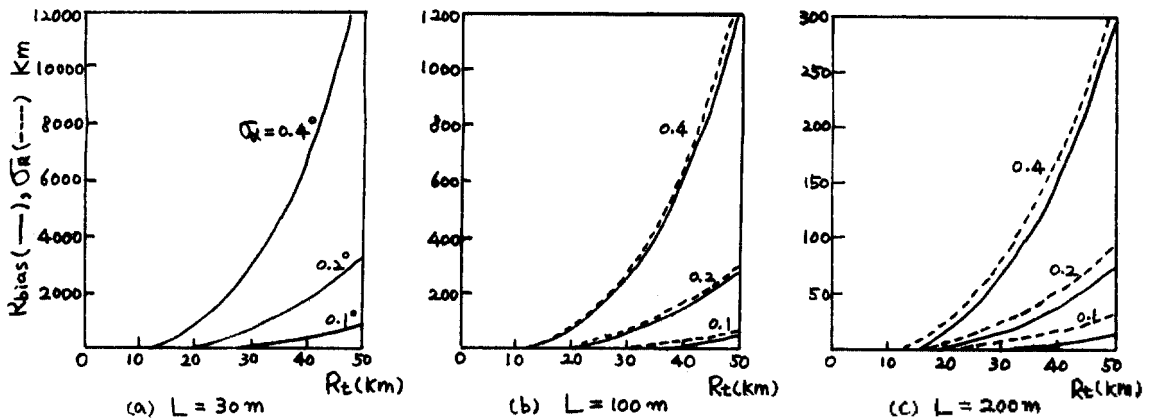


Fig.2. Variation of lower bound in range bias(—) and standard deviation(---) as a function of true range for a source at broadside($\theta = 90^\circ$), correlation coeff. $\rho = 0$, sensor position uncertainty in degrees and inter-sensor separation L. (a) $L=30\text{m}$; (b) $L=100\text{m}$; (c) $L=200\text{m}$

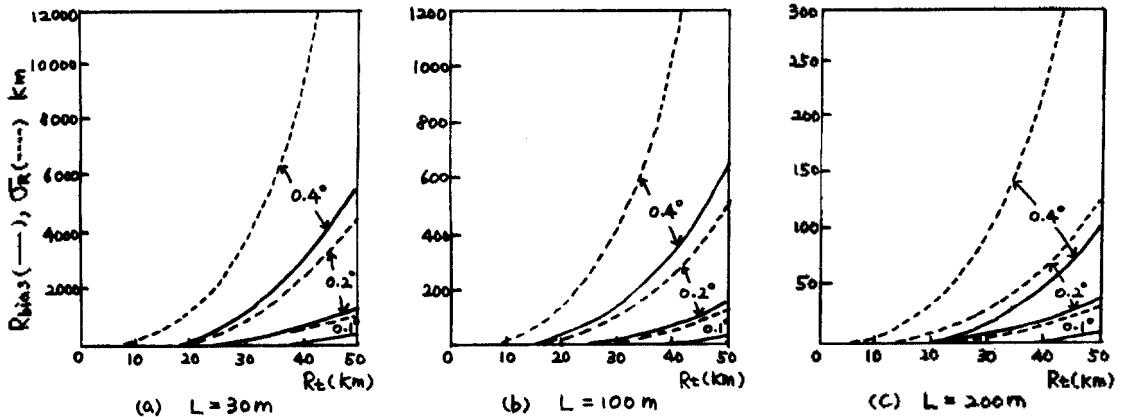


Fig.3. Same as Fig.2. except for correlation coeff. $\rho = 0.5$

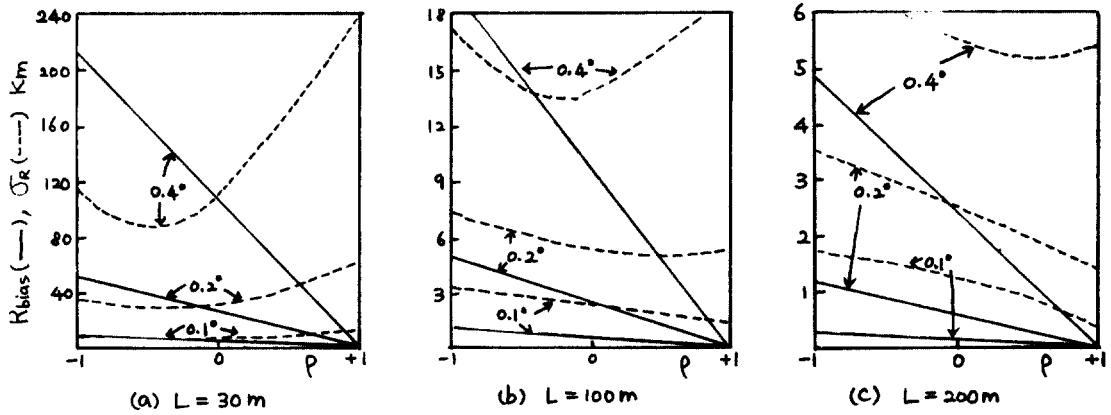


Fig.4. Variation of lower bound in range bias(—) and standard deviation(---)as a function of correlationcoeff. for a source at broadside($\theta = 90^\circ$), true range 10Km, sensor position uncertainty in degrees and inter-sensor separation L (a) $L=30$ m;(b) $L=100$ m;(c) $L=200$ m

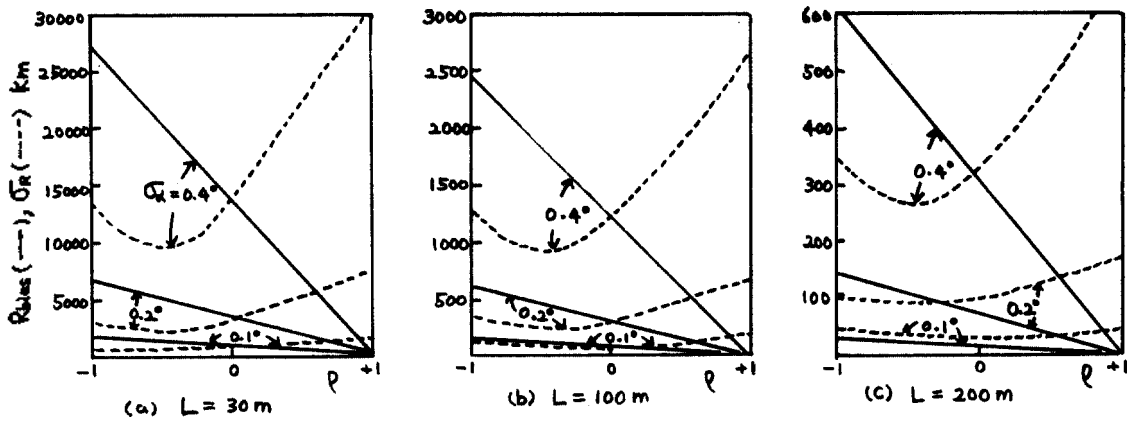


Fig.5. Same as Fig.4 except for True range 50Km

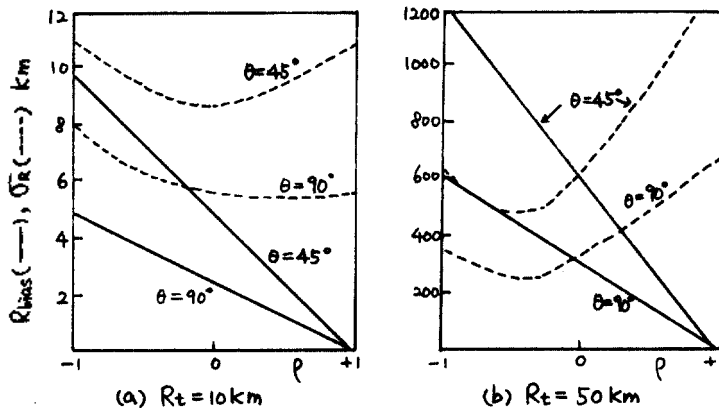


Fig.6. Variation of lower bound in range bias(—) and standard deviation(---)as a function of correlation coefficient for sensor position uncertainty $\sigma_\theta = 0.2^\circ$, sensor separation $L=100$ m and a source located at true range R_t (a) $R_t = 10$ Km; (b) $R_t = 50$ Km

VI. 결 론

유도된 거리편의및 편차는 센서방향각의 분포 특성이 무시할 만큼 작다는 가정 아래유도된 제한된 값이며, wavefront curvature ranging 방법을 이용하여 lower bound 를 유도하였다.

거리편의및 편차는 상관계수, 배열형태및 센서요동 특성의 함수이다.

센서 간격이 감소할수록, 표적거리가 증가할수록, 거리편의및 편차는 증가한다.

상관계수가 증가할수록 거리편의는 직선적으로 감소 하며, 거리편차는 센서 방향각의 오차가 클때 최소가 되는 상관계수가 존재한다. 표적거리가 작을때 최소 거리편차가 생기는 상관계수 지점은 센서 간격의 증가에 따라 양의 쪽으로 이동하며 거리가 매우 클때 는 최소점은 거의 이동하지 않는다.

한편 표적의 방위가 broadside 방향($\alpha = 90^\circ$)에서 멀어질수록 거리편의및 편차는 증가하는 경향을 나타내며, endfire 방향 ($\theta = 0^\circ$)에서는 Singularity 가 존재하며 거리편의및 편차는 무한대가 된다.

이러한 Singularity 현상을 제거하기 위해 측정된 지연시간은 $|T_1 - T_2| > \Delta T$ 의 관계에서 ΔT 보다 큰 영역에서 처리되어야 한다. 그러므로 ΔT 는 거리 편차의upper bound 를 결정짓는 요소이다.

결론적으로 ΔT 의 결정을 위해 센서 배열 구조및 운동 특성의 정보가 요구되며 측정된 거리정확도를 위해 사후 신호처리기술이 보증되어야할 것이다.

REFERENCES

1. G.C. Carter, "Passive ranging errors due to receiving hydrophone position uncertainty," J. Acoust.Soc. Am. 65(2), 528-531(1979)
2. P.M. Schultheiss and J.P.Ianniello, "Optimum range and bearing estimation with randomly perturbed arrays," J.Acoust. Soc. Am. 68(1), 167-173(1980)
3. J.C. Hassab, B.W. Guimond and S.C.Nardone, "Estimation of location and motion parameters of a moving source observed from a linear

- array" J.Acoust.Soc. Am. 70(4), 1054-1061(1981)
4. P.M. Schultheiss and E.Ashok, "Optimum and sub-optimum source localization with sensors subject to random motion," J.Acoust. Soc. Am. 74(1), 131-142(1983)
5. R.S. Engelbrecht, "Passive source localization from spatially correlated angle-of-arrival data," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-31, No. 4, 842-846 (1983)
6. J.C. Hassab, "The effect of uncertainty in the heading or placement of a sub-array on passive ranging accuracy," J.Acoust. Soc.Am. 75(2), 479-485(1984)
7. J.W.R. Griffiths, P.L.Stocklin and C.V.Schooneveld, Signal Processing, Academic Press London and New York, 1973,P577-590
8. A.Papoulis, Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. New York : McGraw-Hill, 1965, P.212.