

스피커 지지부 강성과 Force Factor의 비선형 계수 추출

두세진, 성광모

서울대학교 공과대학 전자공학과 응용전자연구소

Determination of the Nonlinear Parameters of Stiffness and Force Factor of the Loudspeaker

S. J. Doo and K. M. Sung

Applied Electronics Lab., Department of Electronics Eng., Seoul National Univ.

요약

진동판 변위에 따라 변화하는 스피커의 비선형 강성과 비선형 force factor 를 간단한 함수로 모델링하고 각각의 계수를 구하는 방법을 살펴보았다. 강성의 계수를 구하는 데 있어서 질량을 부가하는 기계적인 방법을 사용하여 강성과 force factor 간의 커플링을 배제하도록 하였으며, 공진시 스피커로 입력되는 전압, 전류 파형으로부터 force factor의 함수를 얻어 curve fitting 함으로써 force factor의 계수를 얻을 수 있게 하였다. 실험시 변위의 측정엔 밀폐형 스피커의 내부 음압을 측정하여 변위를 간접측정하는 방법을 사용하였다.

1. 서론

대입력시 스피커의 진동판은 여러가지 원인들로 인해 입력 신호에 비례하는 선형적인 운동 변위를 보이지 못하고 왜곡되게 움직인다. 왜곡의 원인으로는 보이스 코일의 위치에 따른 지지부 강성과 force factor, 그리고 코일의 인덕턴스 등의 변화들 들 수 있다[1]. 이 중에서도 특히 큰 영향을 미치는 것은 강성과 force factor이 비선형 특성이다[2]. 스피커의 비선형 모델을 세워 비선형 왜곡 특성을 분석하고 더 나아가 스피커의 특성을 선형화하기 위해서 강성 $s(x)$ 와 force factor $Bl(x)$ 의 변위에 따른 함수 관계를 알아내는 것이 필요하다. A.J.M. Kaizer는 $s(x)$ 와 $Bl(x)$ 를 x 에 관한 2차함수로 놓고 보이스 코일의 여러 위치에서 측정한 데이터로부터 curve fitting을 통해 이들 계수를 구했다[1]. 최근에는 W.Klippel이 이들 강성과 force factor의 x 에 대한 함수 관계를 측정하기 위해 2 tone을 사용한 혼변조 방법을 제시하였다[3]. 하지만 Kaizer의 방법은 진동판 변위를 측정하기 위해 진동판에 가속도계를 부착하는 번거로움이 있고, 측정 데이터로부터 $s(x)$, $Bl(x)$ 를 구해내는 데 많은 오차를 야기하며, Klippel의 방법은 2 tone을 사용한다는 번거로움과 미세한 비선형 factor를 알아야 한다는 제약이 있다.

본 논문에서는 비선형 왜곡을 야기하는 $s(x)$ 와 $Bl(x)$ 의 새로운 측정 방법을 제안한다. 우선 강성의 계수를 구하는 데 있어서 질량을 부가하는 기계적인 방법을 사용하여 강성과 force factor 간의 커플링을 배제하도록 하였으며 force factor의 계수는 공진시 입력전압과 전류와의 관계로부터 추출한다.

2. 비선형 운동방정식

저주파 대역에서는 스피커를 집중소자들이 이용하여 전기-기계 등가회로로 모델링이 가능하다.

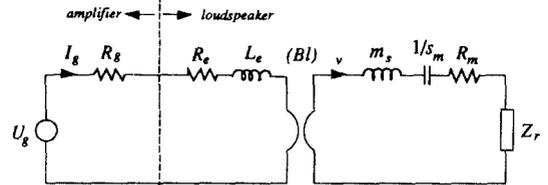


그림 1. 저주파 대역에서 스피커의 전기-기계 등가회로

밀폐형 스피커의 경우 Z_r 은 공기매질에 의한 부가질량 m_r 과 인클로저 내부 공기의 탄성 $1/s_a$ 으로 표현될 수 있으므로 그림 1의 등가회로는 그림 2와 같이 1 자유도를 갖는 간단한 형태의 기계적 등가회로로 표현될 수 있다. 스피커 유니트 자체만의 경우도 같은 형태의 등가회로로 표현된다.

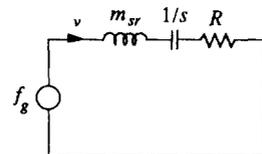


그림 2. 밀폐형 스피커의 기계적 등가회로

그림 2에서

$$m_{sr} = m_s + m_r$$

$$s = s_m + s_a$$

3-2. force factor $Bl(x)$ 의 모델링

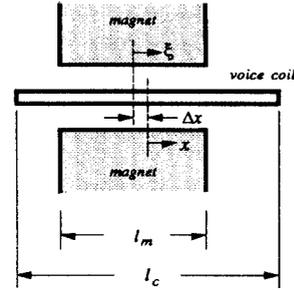


그림 3. 영구자석과 보이스 코일의 상대적 위치

보이스 코일을 자석 사이의 중앙선 위치에 그림 3에 보인 바와 같이 위치시켜 스피커의 구동부가 형성되는데 이 때 제작상의 오차 등으로 인하여 코일의 중앙과 자석의 중앙이 Δx 만큼 어긋나게 위치할 수 있다. 코일에 전류 I 를 흘려 이 위치에서 다시 x 만큼 움직이면 이 때 코일이 받는 로렌츠 힘의 크기는

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2\pi r l \int_{-\frac{l_c}{2}+x}^{\frac{l_c}{2}+x} B_n(\xi) dx \\
 &= 2\pi r l \int_{-\frac{l_c}{2}+x}^{\frac{l_c}{2}+x} B_n(x-\Delta x) dx \\
 &= \frac{4\mu_0 m r I}{2\eta} \left[\sqrt{\eta^2 + (x-\Delta x + \frac{l_m}{2})^2} - \sqrt{\eta^2 + (x-\Delta x - \frac{l_m}{2})^2} \right]_{x-\frac{l_c}{2}}^{x+\frac{l_c}{2}} \\
 &= \frac{4\mu_0 m r I}{2\eta} \left[\sqrt{\eta^2 + (x-\Delta x + \frac{l_c+l_m}{2})^2} - \sqrt{\eta^2 + (x-\Delta x + \frac{l_c-l_m}{2})^2} \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{\eta^2 + (x-\Delta x + \frac{l_m-l_c}{2})^2} + \sqrt{\eta^2 + (x-\Delta x - \frac{l_c+l_m}{2})^2} \right] \\
 &= Bl(x) \cdot I \tag{7}
 \end{aligned}$$

와 같이 되며 이것은 그림 4와 같은 곡선을 나타내며 이것은 force factor $Bl(x)$ 의 형태이기도 하다. 그림 4를 비추어 볼 때 $Bl(x)$ 는

$$Bl(x) = \frac{1}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} \tag{8}$$

과 같은 식으로 표현할 수 있다. 다른 여러 연구에서는 $Bl(x)$ 를 2차 다항식으로 표현하였지만[1-3] 그 경우는 변위가 큰 경우 오차가 점차적으로 커져서 바람직하지 않으므로, 그보다는 식 (8)과 같은 2차식의 역수로 표현하는 편이 더욱 넓은 변위 영역에서 적용할 수 있음을 알 수 있다.

4. 비선형 계수의 추출

4-1. $s(x)$ 의 계수 추출

$$\begin{aligned}
 R &= R_m + \frac{(Bl)^2}{R_g + R_e} \\
 f_g &= \frac{U_g \cdot Bl}{R_g + R_e + j\omega L_e}
 \end{aligned}$$

이때 운동방정식은 진동변위 x 에 대해

$$m_{sr} \frac{d^2 x}{dt^2} + R \frac{dx}{dt} + sx = f_g \tag{1}$$

와 같이 된다. s 와 Bl , 그리고 L_e 는 일반적으로 변위의 함수이므로[1] 식 (1)은 다음과 같이 비선형 운동방정식이 된다.

$$m_{sr} \frac{d^2 x}{dt^2} + R(x) \frac{dx}{dt} + s(x)x = f_g(x) \tag{2}$$

3. $s(x)$ 와 $Bl(x)$ 의 모델링

3-1. 강성 $s(x)$ 의 모델링

강성 $s(x)$ 는 진동판 지지부의 강성 s_m 과 인클로저 공기의 강성 s_a 의 합이다. 진동판 지지부의 강성 s_m 은 비선형 스프링과 같이 생각할 수 있어 변위가 커질수록 커지며 강성은 변위 x 에 대해 대칭으로 놓을 수 있으므로 2차항까지만을 표시하면.

$$s_m(x) \cong s_{m0} + s_{m2}x^2 \tag{3}$$

와 같다. 여기서 s_{m0} 는 변위가 작은 선형 영역에서의 강성이다. 한편 밀폐형 스피커의 경우 인클로저 내부 공기에 의해 강성 $s_a(x)$ 가 발생하며 이것은 다음과 같이 놓을 수 있다[1].

$$\begin{aligned}
 s_a(x) &\cong \gamma S^2 \frac{\rho_0}{V_0} \left[1 - (\gamma + 1) \frac{Sx}{V_0} + (\gamma + 1)(\gamma + 2) \left(\frac{Sx}{V_0} \right)^2 \right] \\
 &= s_{a0} + s_{a1}x + s_{a2}x^2 \tag{4}
 \end{aligned}$$

여기서 γ 는 공기의 비열비, ρ_0 는 대기압, S 는 진동판 면적, 그리고 V_0 는 인클로저의 부피이다. 스피커의 전체 등가 강성 $s(x)$ 를 2차항수까지만으로 절삭시키면

$$\begin{aligned}
 s(x) &= s_m(x) + s_a(x) \\
 &\cong (s_{m0} + s_{a0}) + s_{a1}x + (s_{m2} + s_{a2})x^2 \\
 &= s_0 + s_1x + s_2x^2 \tag{5}
 \end{aligned}$$

와 같이 꼭지점이 zero가 아닌 2차항수로 표시할 수 있다. 스피커 유닛만의 경우는 공기에 의한 강성은 무시할 수 있으므로 $s_a(x)=0$ 가 되고 따라서

$$s(x) = s_m(x) \cong s_{m0} + s_{m2}x^2 \tag{6}$$

과 같이 x 에 대해 대칭인 형태로 표시된다.

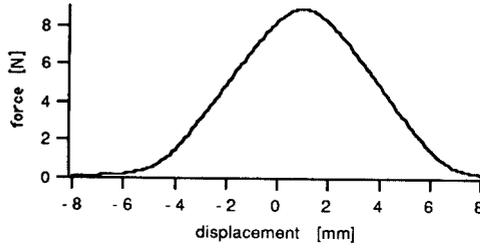


그림 4. 보이스코일이 받는 힘의 분포

스피커 단자에 전기신호를 가해 그 출력된 음의 특성을 분석하거나 curve fitting으로 비선형 계수를 구하는 방법은 강성과 force factor, 그리고 hysteresis 등 비선형 요인별로 분리할 수가 없어 구한 계수에 신뢰성이 부족하다. 본 연구에서는 비선형 요인별로 분리하여 계수를 구할 수 있는 방법을 고안하였다. 지지부 강성 $s(x)$ 를 구하기 위해서는 진동판의 변위 x 에 따른 강성의 값을 측정하는 것이 필요한데 스피커 단자에 전압을 가해 진동판을 움직이게 하면 force factor와 강성이 결합된 형태로 진동판이 움직이게 되어 해석이 어렵게 된다. 따라서 전압을 가하지 않고 기계적으로 진동판을 이동시키도록 하여 강성만을 분리하여 측정할 수 있도록 하였다.

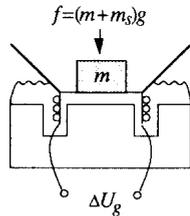


그림 5. 진동판 위에 질량을 부가하여 진동판을 이동시킨다.

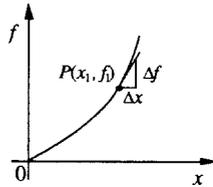


그림 6. 스피커 지지부의 힘과 변위와의 관계

스피커의 지지부 강성 $s_m(x)$ 는 변위가 클수록 커지는 hardening spring 특성을 가지므로 앞의 식 (3)과 같이 2차식으로 놓을 수 있다. 스피커 지지부 비선형 강성의 계수를 구하기 위해서는 우선 그림 5와 같이 위를 향해 누인 스피커 진동판 위에 질량 m 을 올려 놓는다. 이 때 x 만큼 진동판이 움직었다면, 힘과 변위와의 관계는

$$f = (m + m_{sr})g = s(x)x = (s_{m0} + s_{m2}x^2)x \quad (9)$$

와 같이 된다. 여기서 m_{sr} 은 공기부하를 포함한 진동판의 질량이며 g 는 중력가속도로서 9.81 m/s^2 이다. 이렇게 진동판이 x 만큼 이동된 상태에서 스피커 단자에 작은 전압 ΔU_g 을 인가하면 미소 변위 Δx 의 변화가 발생하며, 이러한 작은 변화에 대해서는 구간 선형(piecewise linear)이라 가정할 수 있으므로 그림 6의 P 점에서의 스피커 운동방정식은 $\Delta x \rightarrow 0$ 일 때

$$(m + m_{sr}) \frac{d^2(\Delta x)}{dt^2} + R(x) \frac{d(\Delta x)}{dt} + s_d(x)\Delta x = \Delta f \quad (10)$$

인 선형방정식이 된다. 여기서

$$s_d(x) \equiv \frac{df}{dx} = s_{m0} + 3s_{m2}x^2 \quad (11)$$

$$\Delta f = \frac{\Delta U_g B l(x)}{R_g + R_e} \quad (12)$$

이다. 한편 식 (10)에서 질량 m 을 부가했을 때 스피커의 공진 주파수 ω_0 는

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{s_d(x)}{m + m_{sr}}} \quad (13)$$

로 결정됨을 알 수 있다. s_{m0} 는 질량 m 을 부가하지 않은 상태의 공진주파수로부터 구할 수 있는 값이므로 질량 m 을 부가한 상태의 공진주파수를 측정하면 식 (13)으로부터 $s_d(x)$ 를 구할 수 있고 식 (9), (11)로부터 x 와 s_{m2} 를 구할 수 있음을 알 수 있다. 즉,

$$x = \frac{3(m + m_{sr})g}{s_d(x) + 2s_{m0}} \quad (14)$$

$$s_{m2} = \frac{s_d(x) - s_{m0}}{3x^2} \quad (15)$$

와 같이 된다. 밀폐형 스피커의 경우는 내부 공기에 의한 강성이 앞의 식 (4)로 주어지므로 이것을 계산하여 스피커 유니트 자체의 강성과 합하면 식(5)와 같은 강성 $s(x)$ 의 계수들 모두 결정할 수 있게 된다.

4-2. $Bl(x)$ 의 계수 추출

스피커의 운동방정식은 그림 1의 등가회로부터,

$$m_{sr} \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + s(x)x = Bl(x) \cdot i \quad (16)$$

와 같이 되어 $Bl(x)$ 는 다음과 같다.

$$Bl(x) = \frac{m_{sr} \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + s(x)x}{i} \quad (17)$$

한편, 스피커의 공진주파수에서는 질량과 강성 성분은 서

로 상세되고 손실 성분이 우세하게 된다. 특히 스피커 시스템의 경우 공진 주파수에서의 Q 는 1내외로서, 손실 성분이 상당히 큰 것이 보통이므로 식 (17)은 다음과 같이 간략화될 수 있다.

$$Bl(x) = \frac{R_m \frac{dx}{dt}}{i} \quad (18)$$

또한 스피커에의 입력 전압과 진동판의 속도 dx/dt 와는

$$V = R_e i + Bl(x) \frac{dx}{dt} \quad (19)$$

의 관계를 가지므로 식 (18)과 식 (19)로부터 $Bl(x)$ 는 다음과 같은 관계를 갖는 것을 알 수 있다.

$$Bl(x) = \sqrt{R_m \left(\frac{V(x)}{i(x)} - R_e \right)} \quad (20)$$

즉, 스피커 공진주파수의 정현파 전압 V 를 스피커에 가하고 진동판 변위 x 와 전류 i 를 측정하면 식 (20)을 이용하여 $Bl(x)$ 의 함수를 구해낼 수 있다. 이렇게 구한 $Bl(x)$ 의 그래프로부터 curve fitting을 하여 식 (8)로 근사화시키고 그 계수를 구할 수 있다.

5. 계수 추출 실험

5-1. $s(x)$ 의 계수 추출 실험

계수 추출의 실험 대상으로 직경 10cm인 필드계 진동판을 사용하는 소형 위상반전형 스피커를 선택하였다. $ka \ll 1$ 인 저주파에서의 진동판 전후공기에 의한 공기부하(air loading)의 양 m_a 은

$$\frac{16}{3} \rho_0 a^3 = \frac{16}{3} \times 1.2 \times (0.05)^3 = 0.8 \text{ [g]}$$

이다. 우선 스피커 진동판과 보이스 코일의 질량을 측정하였다. 질량 측정은 진동판에 작은 미소 질량을 부착하여 이로 인하여 스피커의 공진 주파수가 변화하는 양을 측정함으로써 알아낼 수 있다(4). 즉 공기 부하 및 진동판과 코일의 질량의 합을 m_m , 진동판에 부착한 부가질량을 M 이라 하면 m_m 는

$$m_m = \frac{M}{(f_s/f_s')^2 - 1} \quad (21)$$

가 된다. 여기서 f_s 는 미소질량 부가 이전의 공진주파수이고, f_s' 는 부가 이후의 공진주파수이다. $f_s = 83.1$ [Hz]인 아 스피커의 공진주파수는 $M = 6.20$ [g]일 때 $f_s' = 58.8$ [Hz]가 되어 이로부터 구한 m_m 은 6.20[g]이다.

(1) 스피커 유니트만의 경우

이 경우는 $s(x) = s_m(x)$ 이며 꼭지점이 $x=0$ 인 2차식으로 모델링된다. 따라서 식 (6)의 s_{m0} 와 s_{m2} 를 구하면 된다. 이제 $s(x)$ 의 계수를 구하기 위해 스피커 진동판에 여러가지 질량을 각각 부가시켜 공진주파수가 변화하는 것을 측정하였다. 표 1에는 진동판에 부가한 질량 m , 이에 의해 변화된 공진주파수 f_0 , 식(13)으로부터 구한 $s_d(x)$, 식(14)로부터 구한 변위 x 가 나타나 있다.

표 1. 부가질량에 의한 공진 주파수 변화와 측정된 s_{m2}

$m+m_m$ [g]	107.2	208.2	308.8
f_0 [Hz]	21.1	16.5	14.7
$s_d(x)$ [N/m]	1884	2238	2634
x [mm]	0.599	1.090	1.510
s_{m2} [N/m]	1.80×10^8	1.54×10^8	1.38×10^8

표 1에 각 부가질량에 대해 계산된 s_{m2} 를 함께 나타내었다. 각 부가질량에 대해 구해진 s_{m2} 가 각각 다른 것은 스피커의 지지부 탄성을 2차식으로 모델링한 것에 대한 오차때문이다. s_{m0} 는

$$\begin{aligned} s_{m0} &= s_d(0) = \omega_0^2 m_m = (2\pi \times 83.1)^2 \times 6.20 \times 10^{-3} \\ &= 1690 \text{ [N/m]} \end{aligned} \quad (22)$$

로 계산되므로 2차식으로 모델링한 스피커 유니트만의 $s_m(x)$ 는

$$\begin{aligned} s_m(x) &= s_{m0} + s_{m2}x^2 \\ &= 1690 + 1.5 \times 10^8 x^2 \end{aligned}$$

라 놓을 수 있다.

(2) 밀폐형 스피커의 경우

밀폐형 스피커로 구성된 경우의 $s(x)$ 는 식(4)에 보인 내부 공기의 강성 $s_a(x)$ 을 합해야 한다. 밀폐형으로 구성한 경우 인클로저의 부피 V_0 를 알아야만 $s_a(x)$ 를 구할 수 있는데 인클로저 내부의 부피는 스피커 후면 굴곡과 흡음재, 포트 등으로 인해 측정하기가 어렵다. 본 논문에서는 내부 부피를 다음과 같은 방법으로 측정하였다.

밀폐형 스피커의 경우 공진각주파수를 ω_0 라 하면 선형 영역에서는 식(4), (5)로부터

$$s_0 = s_{m0} + \gamma S^2 \frac{P_0}{V_0} = \omega_0^2 m_m \quad (23)$$

가 된다. 식 (22)를 이용하면 인클로저 부피 V_0 는

$$V_0 = \frac{\gamma S^2 P_0}{(\omega_0^2 - \omega_0^2) m_m} \quad (24)$$

가 되며 각 값을 대입하면 $V_0 = 2.78 \times 10^{-3}$ [m³] = 2.78[l]임을 알 수 있다. 따라서 인클로저 내부 공기의 강성 $s_a(x)$ 는 식(4)로

스피커 지지부 강성과 Force Factor의 비선형 계수 추출

부터 계산할 수 있으며 밀폐형 스피커의 경우의 강성 $s(x)$ 는 $s_v(x)$ 와 $s_m(x)$ 의 합으로서

$$s(x) = s_m(x) + s_d(x) = 4796 - 2.10 \times 10^4 x + 1.5 \times 10^8 x^2 \quad (25)$$

가 된다. 식 (25)를 그림으로 그려보면 그림 7과 같다.

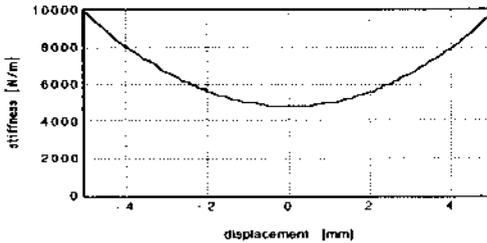


그림 7. 밀폐형 스피커의 $s(x)$ 그래프

5-2. $BI(x)$ 의 계수 추출 실험

식(20)을 이용하여 $BI(x)$ 의 함수를 구하기 위해서는 스피커 단자에 입력되는 전압 V , 스피커 단자에 흘러들어가는 전류 i , 스피커 진동판의 변위 x 를 동시에 측정하는 것이 필요하다. 스피커 단자에 흐르는 전류의 측정을 위해서 본 논문에서는 스피커에 직렬로 작은 값의 저항 R_i 를 연결하여 R_i 양단의 전압을 측정함으로써 간접적으로 전류를 측정하였다. R_i 는 0.1 (Ω)으로 하여 전압강하가 작도록 하였다.

한편 스피커 인클로저 내부의 음압 p_a 과 진동판의 변위는 내부 공기의 왜곡이 심하지 않은 경우 비례관계를 갖는다[5]. 내부 공기의 왜곡은 $(2 \times \text{SPL} - 195)$ 로서[6] 내부 음압이 과다히 크거나 인클로저가 아주 작거나 하지 않으면 내부 공기를 선형 매질로 간주할 수 있다. 본 논문에서는 스피커를 밀폐형으로 구성하고 스피커 인클로저 내부에 160dB 까지 측정가능한 B&K4133 마이크론을 설치하여 내부 음압을 측정함으로써 변위를 간접적으로 측정하였다. $BI(x)$ 의 측정을 위한 장비 설치는 그림 8과 같다.

그림 9는 공진주파수 140Hz에서 측정한 전압 V , 전류 i , 변위 x 의 파형이다. 공진 상태이므로 전압, 전류는 동위상인 것을 볼 수 있다. 식 (20)을 사용하여 구한 $BI(x)$ 의 형태는 그림 10과 같다. 그림 10의 점선으로 나타낸 그림은 $BI(x)$ 를 식 (8)로 모델링하여 curve fitting 한 결과로서 $b_0 = 0.17$ [N/A], $b_1 = -12$ [N/A/m], $b_2 = 4000$ [N/A/m²]의 계수를 얻었다. 따라서 $BI(x)$ 는 다음과 같이 모델링할 수 있다.

$$BI(x) = \frac{1}{0.17 - 12x + 4000x^2} \quad [\text{N/A}]$$

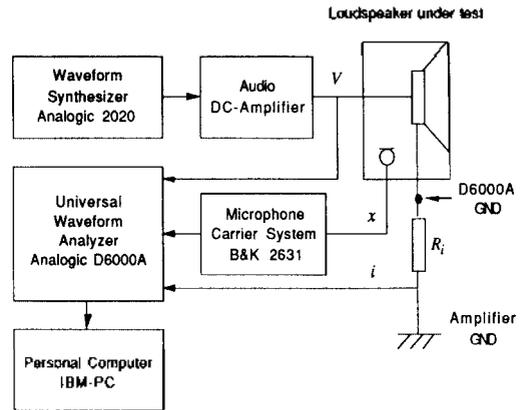


그림 8. $BI(x)$ 의 측정을 위한 장비의 설치

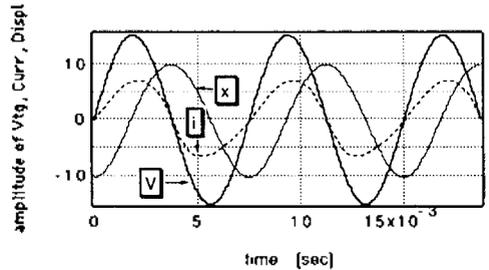


그림 9. 스피커 입력전압과 전류, 그리고 측정된 변위의 파형

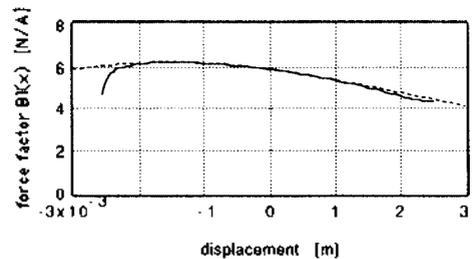


그림 10. 측정된 $BI(x)$ 와 근사화한 결과

VI. 결론

본 논문에서는 스피커 비선형 특성의 원인이 되는 가장 큰 요소인 강성과 force factor의 비선형 계수를 측정하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 강성의 계수를 구하는 데 있어서 강성과 force factor 간의 커플링을 배제하도록 하여 측정의 신뢰도를 높였으며, force factor의 계수는 스피커로 입력되는 전압, 전류 파형으로부터 쉽게 구할 수 있도록 하였다. 측정된 계수는 이후 스피커의 비선형 특성을 감소시키기 위한 비선형 왜곡 보상 시스템의 기본 데이터로 사용될 수 있다.

참고문헌

- [1] Kaizer, A. J. M., "Modeling of the Nonlinear Response of an Electrodynamic Loudspeaker by a Volterra Series Expansion", J. Audio Eng. Soc., Vol.35, No.6(1987), pp.421-433.
- [2] Klippel, W., "Nonlinear Large-Signal Behavior of Electrodynamic Loudspeakers at Low Frequencies", J. Audio Eng. Soc., Vol.40, No.6(1992), pp.483-496.
- [3] Klippel, W., "Dynamic Measurement and Interpretation of the Nonlinear Parameters of Electrodynamic Loudspeakers", J. Audio Eng. Soc., Vol.38, No.12(1990), pp.944-955.
- [4] Rossi, M., *Acoustics and Electroacoustics*, Artech House Inc., Norwood, 1988.
- [5] Small, R. H., "Simplified Loudspeaker Measurements at Low Frequencies", J. Audio Eng. Soc., Vol.20, No.28(1972) pp.252-257.
- [6] S. J. Doo and K. M. Sung, "Distortion Measurement of the Closed-box Loudspeaker without an Anechoic Chamber", submitted to *Acustica* in 1993.