1993년도 한국음향학회 학술논문발표회 논문집(제 12권 1(s)호)

선형배열에서 확장보간된 신호의 디지틀 빔포밍

이 강 식, 성 굉 모
서울대학교 공과대학 전자공학과 응용전자연구실

Digital Beamforming of Extended Interpolated Signals for Linear array

G. S. Yi and K. M. Sung
Applied Electronics Lab., Department of Electronics Eng., Seoul National Univ.

1. 서 론

선형배열에서는 공간에 배열된 여러개의 무방향성 센서로부터 신호를 받아 특정한 방향의 신호만 서로 보강되도록 처리함으로써 조향된 빔을 형성한다. 이러한 빔은 수신된 각각의 센서신호들을 시간지연함으로써 얻을 수 있는데 이를 시간영역 빔포밍(beamforming in time-domain)이라 하고 그 과정은 그림1에서 보듯이 센서신호들을 시간지연(τ_n)하고 빔의 부엽준위를 낮추기 위해 가중치(w_n)를 곱한 다음 합을 구함으로써 빔포머 신호가 된다.

이러한 과정이 디지틀로 구현된 빔포머에서는 빔포밍하기 전에 센서신호가 A/D변환기에 의해 Nyquist rate와 같거나 큰 주파수로 샘플링된다. 샘플링된 센서신호가 빔포밍에 사용되므로 빔 조향이 가능한 방향 즉 사용 가능한 시간지연은 샘플링 주기의 정수배에 해당하는 경우이다. 그러므로 샘플링 주기가 작을 수록 사용가능한 시간지연이 증가하므로 많은 방향으로 빔을 조향할 수 있다.

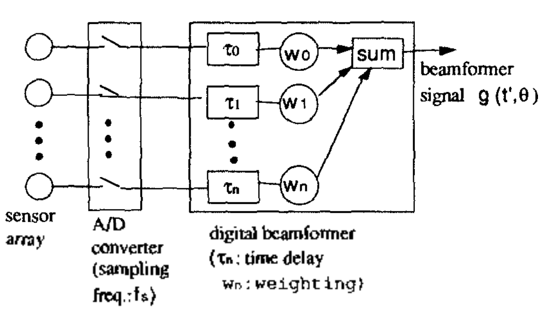

Fig1. Digital beamforming operation in time-domain

일반적으로 선형배열에서는 빔을 -90°에서 +90°까지 등간격으로 넓게 조향하는 것이 필요한데 샘플링 주기의 정수배에 해당하는 시간지연은 등간격으로 조향하기 위해 요구되는 시간지연과 일치하지 않는다. 또한 촘촘한 간격의 많은 방향으로 빔을 조향하기 위해서는 샘플링 주파수를 Nyquist rate보다 훨씬 크게 함으로써 가능하나 이는 H/W구현상 한계가 있다.

이를 극복하는 방법은 빔포밍을 하기 위해 필요한 신호들을 보간하는 것이다. 즉 H/W로 수용할 만한 주파수로 센서신호를 샘플링한 후 디지틀 보간으로 원하는 조향각의 시간지연에 해당하는 실제신호를 복구하는 것이다. 이것은 Pridham and Mucci [1]가 제안했 듯이 FIR필터를 사용하여 효과적으로 구현될 수 있다. 또 하나의 제안은 인접한 두개의 샘플링된 센서 신호를 가지고 선형보간법으로 시간지연에 해당하는 실제신호를 근사하는 것이다. 이 방법은 실제로 쉽게 응용 가능하나 선형보간된 신호는 실제신호와의 오차를 갖게 되므로 빔포밍에 영향을 미치게 된다. 이러한 영향에 대한 빔포머의 성능을 Bödecker and Siegel[2]는 조사 하였다.

본 논문에서는 좀 더 정확히 실제신호를 근사 하기 위해 선형보간보다 확장된 세개의 인접한 샘플신호를 이용하는 이차보간법을 이용하고 이차보간된 신호의 오차에 대한 빔포머의 성능을 선형보간의 경우와 비교하기로 한다.

2. 선형및 이차보간

디지틀 빔포머에서 센서로 들어오는 stationary band-limited 신호$s(t)$는 Nyquist rate보다 큰 주파수f_s로 샘플링 된다. 따라서 샘플링된 신호의 샘플간격은 $T_s=1/f_s$이 되며 식(1)처럼 정규화된 시간t'에서는 샘플간격이 1이 된다.

$$t'=t/T_s,\quad f'=f/f_s,\quad \tau'=\tau/T_s \tag{1}$$

간격이 1인 등간격의 신호를 가지고 등간격 사이(Δ)의 신호를 근사하는 가우스 보간방정식[3]은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s(t'+\Delta) = s_0 + \frac{\Delta}{1!}\delta s_{t'+1/2} + \frac{\Delta(\Delta-1)}{2!}\delta^2 f_{t'} \\ + \frac{\Delta(\Delta-1)(\Delta+1)}{3!}\delta^3 s_{t'+1/2}\cdots \end{aligned} \tag{2}$$

$$(\ \delta^n s_{t'} = \delta^{n-1}s_{t'+1/2} - \delta^{n-1}s_{t'-1/2},\ \ s_{t'} = s(t')\ )$$

식(2)에서δ^n의 n값이 식의 차수를 결정하는데높은 차수가 포함될 수록 정확한근사값을 구할 수 있으나 차수 만큼의 등간격의 신호를 필요로 한다. 일차항까지 근사식은 선형 보간식이 되며 이차항까지 확장된 이차보간식과 보간된 신호의 평균 자승오차에 대해 알아본다.

2-1. 선형및 이차 보간된 신호

선형보간된 신호는 식(2)의 일차항까지 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$s'(t'+\Delta,\Delta)=s(t')+[s(t'+1)-s(t')]\Delta=as(t')+bs(t'+1)$$
$$0\le\Delta\le1 \quad (a=1-\Delta,\ b=\Delta) \tag{3}$$

선형보간된 신호 보다 더 정확한 신호를 구하기 위해 식(2)에서 이차항까지 포함하는 이차보간된 신호는 다음과 같다.

$$s'(t'+\Delta,\Delta)=as(t'-1)+bs(t')+cs(t'+1) \tag{4}$$
$$\left(a=\frac{\Delta(\Delta-1)}{2},\ b=(1-\Delta)(1+\Delta),\ c=\frac{\Delta(\Delta+1)}{2}\right)$$

그림2에서선형보간은인접한 두개의 신호를 만족하는 직선을이용하여 Δ의신호를 근사하지만 이차보간은인접한세개의 신호를 만족하는 포물선을 사용한다. 따라서 보간된 신호$s'(t'+\Delta,\Delta)$는 실제신호$s(t'+\Delta)$와 오차가 생기지만 이차보간된 신호의 오차는 선형보간의 경우 보다 작음을 짐작할 수 있다. 이를 알아 보기위해 각 보간된 신호의 실제신호와의 평균 자승오차를 비교해 보자.

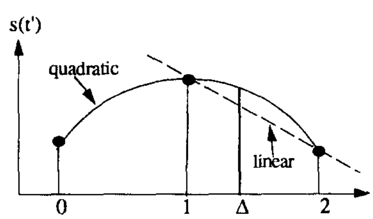

Fig2. Linear and quadratic interpolation

2-2. 평균 자승 오차

선형보간된 신호와 실제신호와의 평균좌승오차는 Δ의 함수로 나타나며 다음과 같다.

$$\xi(\Delta)=E[s(t'+\Delta)-s'(t'+\Delta,\Delta)]^2 \tag{5}$$
$$=R_s(0)[1+a^2+b^2]+2abR_s(1)-2aR_s(\Delta)-2bR_s(1-\Delta)$$
$$(R_s(\tau')=E[s(t')s(t'+\tau')])$$

이차보간된 신호의 평균좌승오차는 다음과 같다.

$$\xi(\Delta)=E[s(t'+\Delta)-s'(t'+\Delta,\Delta)]^2 \tag{6}$$
$$=(1+a^2+b^2+c^2)+2(ab+bc)R_s(1)+2acR_s(2)$$
$$-2[aR(\Delta+1)+bR(\Delta)+cR(\Delta-1)]$$

그림3는 중심주파수f_c=0.125, 대역폭f_b=0.25인 백색잡음신호를 사용하여 각 보간된 신호의 $\xi(\Delta)$를 나타내며 Δ가 샘플 간격의 중앙에 위치할 수록 오차가 증가하며 이차보간된 평균 자승오차는 선형보간의 경우보다 작음을 보여 준다.

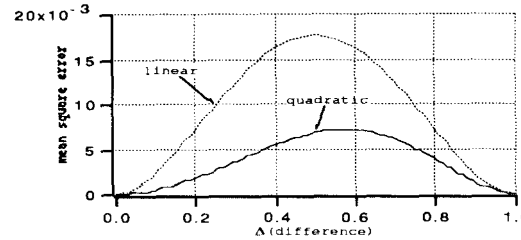

Fig3. Mean square error for interpolations of a white band-limited noise signal with f_c=0.125 and f_b=0.25

3. 선형 배열에서 보간된 신호의 빔 포밍

앞에서는 하나의 보간된 신호의 오차를 알아 보았고 여기서는 N개의 보간된 신호들이 빔포밍을 할때 생기는 오차에 대하여 알아본다. 그림4는 센서가 등간격d로 배열된 선형배열에서 빔을 조향하기 위해 필요한 시간지연을 나타낸다. θ는 빔 조향각이고 ϕ는 센서로 들어 오는 신호의 입사각을 나타내며 샘플링 주기의 배수가 되는 시간 t'=0, 1, 2, 3, 4, ‥ 에서 수신된 센서신호가 샘플링된다.

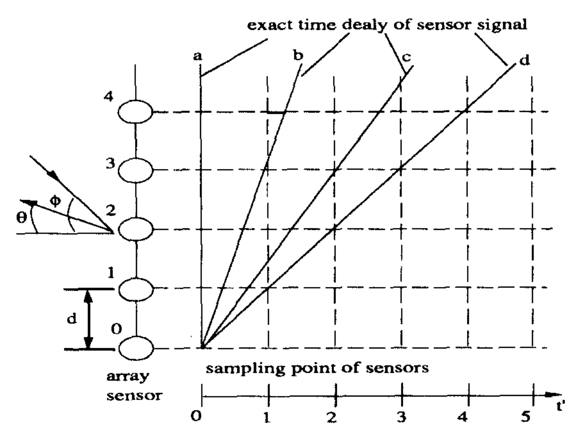

Fig4. Scheme of time-delay beamforming for linear array

선형배열에서 빔을 θ방향으로 조향하기 위해서 n번째 센서에 필요한 시간 지연은 $n\frac{d\sin\theta}{c}$ 이다. 그리고 $s_n(kT_s)$를 n번째 센서의 kT_s시각에서의 샘플링된 신호라고 할 때 빔 포머 신호는 다음과 같다.

$$g(kT_s)=\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1}w_ns_n\left(kT_s-n\frac{d\sin\theta}{c}\right) \tag{7}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n s_n\left(\left(k - n\frac{d\sin\theta}{cT_s}\right)T_s\right) \quad \left(M = \sum_{n=0}^{N-1} w_n\right)$$

(c: signal's propagation speed, w_n: weighting)

조향각및 신호의 입사각에 대한 시간지연을 다음과 같이 정규화한다.

$$\delta_\theta = d'\sin(\theta),\quad \delta_\phi = d'\sin(\phi) \qquad \left(d' = \frac{d}{c\cdot T_s} = \frac{d}{\lambda_s}\right) \quad (8)$$

따라서 n번째 센서에 필요한 시간 지연은 $n\delta_\theta$이고 식(7)은 다음과 같이 된다.

$$g(t',\theta) = \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n s_n(t' - n\delta_\theta) \quad (9)$$

그림4에서 샘플링된 신호만을 사용하여 빔포밍을 할때 가능한 빔 조향각은 시간지연 δ_θ가 정수가 되는 a, d와 같은 경우이다. 그러나 또 다른 조향각에 대한 시간지연 즉 b, c와 같은 경우도 가능한 데 이때는 빔포밍을 하기 위한 센서신호들을 인접한 샘플신호로 부터 보간법에 의한 보간된 신호들을 사용한다. 보간된 신호들의 오차는 빔포밍에 영향을 미치게 되는데 이를 알아보기 위해 빔패턴과 주빔준위를 구한다.

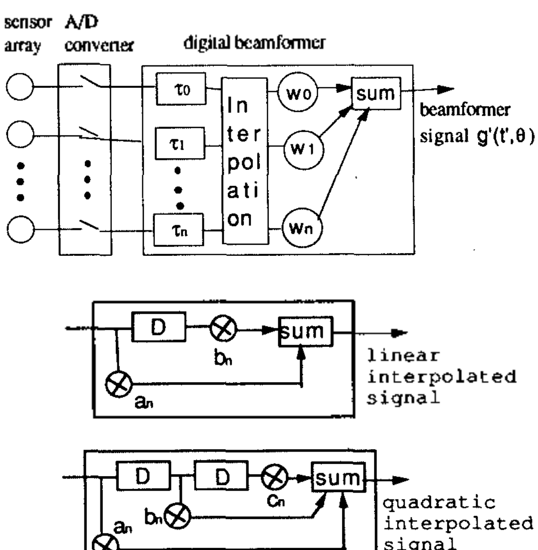

Fig5. Digital beamforming operation of interpolated signals

3-1. 빔패턴(beam pattern)

그림4는 보간된 신호를 사용하여 빔포밍하는 과정을 나타낸다. 빔을 조향하기 위해서 먼저 각 센서의 시간지연$n\delta_\theta$와 가장 인접한 정수와의 차이를 구하여 시간지연에 해당하는 보간된 신호들을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta_n = \mathrm{int}(n\delta_\theta) - n\delta_\theta \quad (10)$$

$$s_n(t' - n\delta_\theta) = s_n(t' - \mathrm{int}(n\delta_\theta) + \Delta_n)$$

윗식의 보간된 신호들을 이용한 빔포머 신호는 다음과 같다

$$g'(t',\theta) = \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n s_n(t' - \mathrm{int}(n\delta_\theta) + \Delta_n, \Delta_n) \quad (11)$$

센서로 들어오는 신호를 평면파라고 가정하면 각 센서에 수신되는 신호는 시간지연의 차이만 생기게 된다. 따라서 첫 번째 센서에 수신된 신호를 $s(t')$라 할때 n 번째 센서의 신호는 $s_n(t') = s(t' + n\delta_\phi)$되므로 식(11)은 다음과 같이 된다.

$$g'(t',\theta) = \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n s_n(t' - \delta_n + \Delta_n, \Delta_n) \quad (12)$$

$$(\delta_n = \mathrm{int}(n\delta_\theta) - n\delta_\phi)$$

빔포머의 빔패턴은 빔이 θ방향으로 조향하고 있을 때 센서로 들어오는 신호의 입사각φ에 대한 빔포머 신호의 전력을 나타내는 함수이다. 따라서 빔패턴은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B'(\theta,\phi) = E\{|g'(t',\theta,\phi)|^2\} \quad (13)$$

식(12)를 이용하여 선형보간된 신호들의 빔 포머 신호를 구하면 다음과 같다.

$$g'(t',\theta) = \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n s_n(t' - \delta_n + \Delta_n, \Delta_n) \quad (14)$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n[a_n s(t'+\delta_n) + b_n s(t'+\delta_n+1)]$$

$$(a_n = 1 - \Delta_n,\ b_n = \Delta_n)$$

식(13)을 이용하여 빔패턴을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B'(\theta,\phi) = E\{|g'(t',\theta,\phi)|^2\} \quad (15)$$

$$= \frac{1}{M^2}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} w_n w_m[(a_n a_m + b_n b_m)R_s(\delta_n - \delta_m) + 2a_n b_m R_s(\delta_n - \delta_m + 1)]$$

이차보간된 신호들의 빔포머 신호및 빔패턴도 같은 방법으로 구하면 다음과 같다.

$$g'(t',\theta) = \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n s_n(t' - \delta_n + \Delta_n, \Delta_n) \quad (16)$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N-1} w_n[a_n s(t'+\delta_n - 1) + b_n s(t'+\delta_n) + c_n s(t'+\delta_n+1)]$$

$$\left(a_n = \frac{\Delta_n(\Delta_n - 1)}{2},\ b_n = (1-\Delta_n)(1+\Delta_n),\ c_n = \frac{\Delta_n(\Delta_n+1)}{2}\right)$$

$$B'(\theta,\phi) = E\{|g'(t',\theta,\phi)|^2\} \quad (17)$$

$$= \frac{1}{M^2}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} w_n w_m[(a_n a_m + b_n b_m + c_n c_m)R_s(\delta_n - \delta_m)$$
$$+ 2a_n b_m R_s(\delta_n - \delta_m - 1) + 2a_n c_m R_s(\delta_n - \delta_m - 2)$$
$$+ 2b_n c_m R_s(\delta_n - \delta_m - 1)]$$

식(15)과식(17)의각 보간된 빔패턴을 알아보기 위하여 센서 갯수N=50 센서간 간격d'=1.56 Dolp-Chebychev의가중치를

가지는 빔포머에서 입력신호는 중심주파수 f=0.2(샘플링 주파수의 1/5배)를 가지는 자기상관 함수 $R_s(\tau') = \cos(2\pi f'\tau')$인 협대역 신호를 사용하였다.

그림6,7,8은 빔의 조향각에 따른 시간지연이 각각 δ_θ=0.3, 0.78, 1.0인 경우의 빔패턴이다. 그림8은 빔 조향각θ=40°일 때 δ_θ=1.0정수(그림4의 d)이므로 실제신호들을 사용한 빔패턴이 되므로 원래의 빔패턴을 그대로 유지한다. 그림6,7의 δ_θ=0.3와 δ_θ=0.78인 경우(그림4의 b, c)는 보간된 신호들에 의한 빔패턴을 형성하게 된다. 그림에서 보간을 하지않고 시간지연에 가장 인접한 샘플신호들을 사용한 일그러진 빔패턴은 보간된 신호의 사용으로 개선개선됨을 볼수 있다. 그리고 이차보간된 빔패턴은 선형보간의 경우 보다 부엽준위및 주빔준위가 더욱 개선됨을 볼수 있다.

3-2. 주빔준위 (Main Beam Level)

주빔준위는 빔 조향각과 신호의 입사각이 일치하는 경우 빔포머신호가 최대의 전력을 갖게 되는데 이것이 주빔준위이고 빔패턴에서 다음과 같이 구할수 있다.

$$B'(\theta) = B'(\theta, \phi = \theta) \tag{18}$$

그림9는 빔 조향각이 0°에서 90°까지의 주빔준위이며 협대역 신호의 주파수가 샘플링 주파수에 비해 각각 0.125배, 0.2배, 0.25배인 경우이다. 신호의 주파수가 높아질 수록 보간오차가 증가하므로 주빔이득이 감소하나 이차보간된 주빔준위는 선형보간된 주빔준위 보다 증가함을 확인할 수 있다.

4. 결론

디지틀 빔포머에서 빔포밍을 하기 위한 센서신호들을 얻기 위해 실제로 쉽게 응용 가능한 방법인 선형및 이차보간을 사용하였다.

보간된 신호의 평균자승오차를 통하여 이차보간된 신호의 실제신호와의 오차는 선형보간된 신호의 경우 보다 작음을 볼 수있었다. 또한 보간된 빔패턴을 구하여 부엽준위와 주빔주빔준위에서 이차보간된 빔패턴은 선형보간된 빔패턴보다 개선됨을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

[1] R.G.Pridham and R. A. Mucci, "A novel approach to digital beamforming,"J. Acoust. Soc. Amer., Vol.63,No.2,pp.425-434, Feb.1978.

[2] D. Rathjen and M. Siegel "Omnidirectional Beam Forming for Linear Antennas by Means of Interpolated Signals" IEEE J. of Engineering,Vol. OE-10,No.3,July 1985

[3] J. Stillwell "Mathematics and its History" CH.9 Interpolation

[4] D. A. Gray "Effect of Time-Delay Errors on the Beam Pattern of a Linear Array" IEEE J. of Engineering, Vol. OE-10,No.3,July 1985

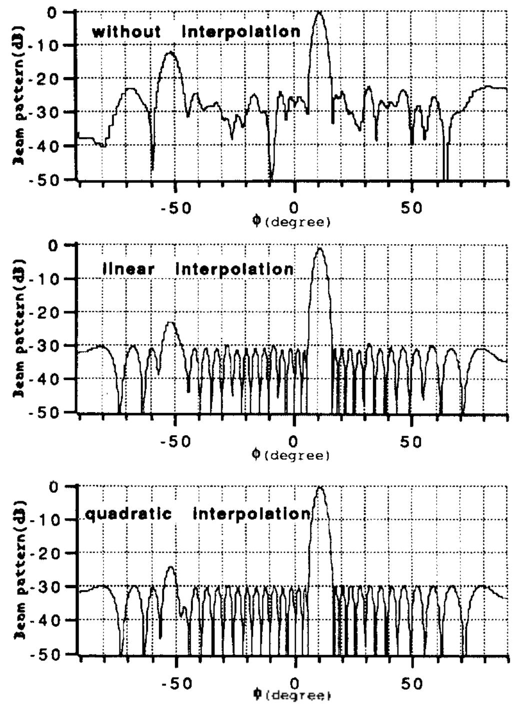

Fig6. Beam patterns of interpolated beams in the case of narrow band signal for $\delta_\theta = 0.3$(steering angle $\theta = 11.1°$)

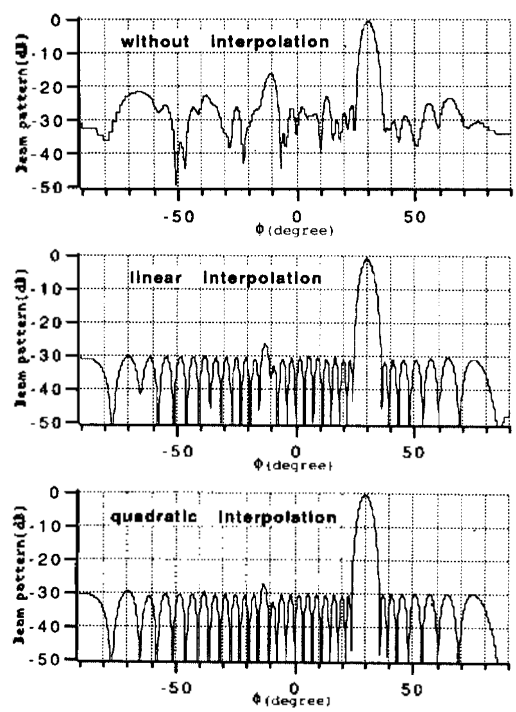

Fig7. Beam patterns of interpolatd beams in the case of narrow band signal for $\delta_\theta = 0.78$(steering angle $\theta = 30°$)

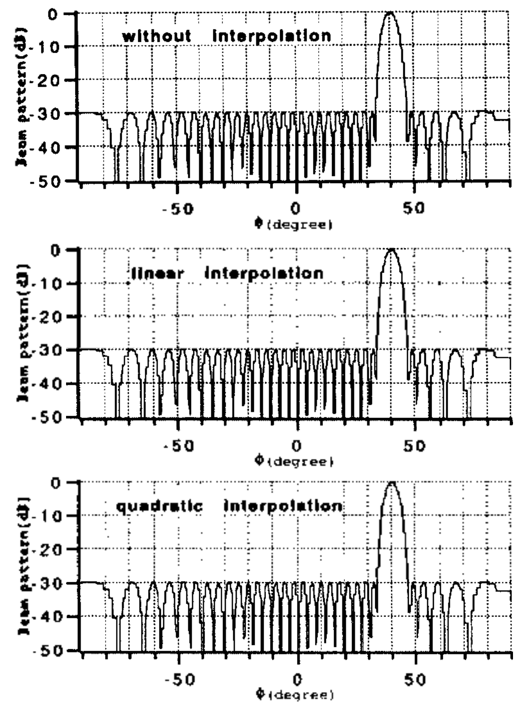

Fig8. Beam patterns of interpolated beams in the case of narrow band sigal for $\delta_\theta = 1.0$(steering angle $\theta = 40°$)

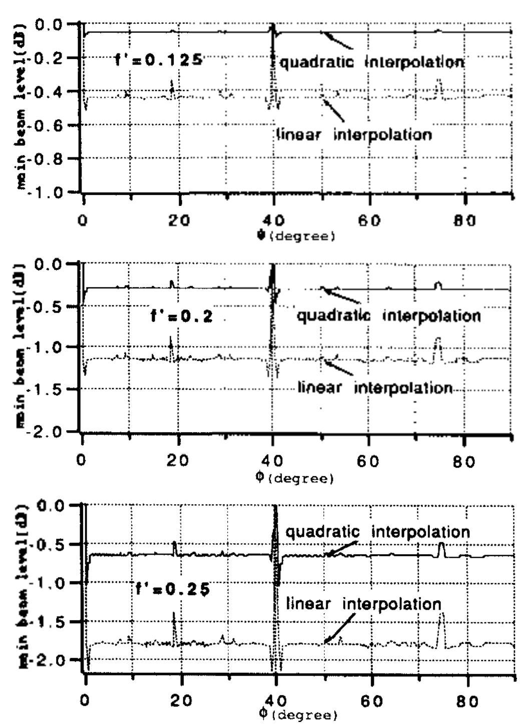

Fig9. Main beam levels of interpolated signals in the case of narrow band signals with different center frequency f'