

# Upwind Navier-Stokes 방법을 이용한 다양한 무딘물체 유동장의 수치 해석적 연구

## Numerical Analysis of Flowfield over Various Blunt-bodies Using Upwind Navier-Stokes Method

서 정 일<sup>1)</sup>, 송 동 주<sup>2)</sup>

### ABSTRACT

A finite-difference method based on conservative supra characteristic method(CSCM) type upwind flux difference splitting has been studied on the bluntness effect on the wall heat transfer rate and wall pressure over blunt-body. The results show that the stagnation heating varies inversely with the square root of the nose radius.

### 1. INTRODUCTION

인공위성을 지구궤도에 진입시키는 재래식 로켓트 및 우주왕복 우주선들의 개발로 인하여 현재에 와서도 극초음속 유동영역은 주요한 연구분야로 자리를 잡아오고 있다. 이들 극초음속 우주선이 비행하게 되는 유동영역은 고 마하수와 저 레이놀즈수가 결합된 강한 점성 유동영역으로 초음속 유동과는 다른 물리적 현상들이 나타난다. 우주선이 이 영역에서 비행할 시 발생하는 강한 활모양 충격파로 인하여 자유유동의 높은 운동에너지는 충격파 이후 거의 모두 열에너지로 변화하게되며, 이로 인하여 우주선은 고온의 유동환경에서 비행하게 된다.

점성 유동에 의해 우주선에 작용하는 공기 역학적 힘들, 예를 들면 표면 마찰력이나 양항력과 같은 작용력 외에도 고온 유동으로 인한 대류와 복사현상으로 에너지 플럭스가 우주선 표면으로 전달되고 이러한 열전달로 인하여 비행체 표면에서는 열보호재의 용발현상이 일어나게 된다. 이러한 용발로 인해 비행체 형상이 변하게 되고 변화된 형상과 용발된 물질로 인하여 우주선에 작용하는 유체 작용력과 열전달이 다시 변하게 되는 상호작용을 하게 된다. 따라서 우주선을 고온으로부터 보호하기 위한 열 보호 시스템의 설계는 우주선 설계에 있어 중요한 인자가 된다. 특히 극초음속 비행체의 앞부분을 구형으로 설계하는 가장 큰 이유는 정체점에서의 열전달율을 줄이는 것이 공기역학적 저항을 줄이는것보다 더 중요하기 때문이다.

1950년대부터 70년대 후반에 이르는 기간 동안 상대적으로 완전 Navier-Stokes 방정식 보다 해석이 쉬운 경계층 이론, 공간 전진 기법, 점성충격파층, Parabolized N-S 방법들이 개발되어 유동장 해석에 쓰여졌다. 그러나 복잡한 열유동장과 비행체 형상변화에 의해서 이러한 방법들은 제약을 받게 되었다. 따라서 1980년대 이후 급격히 발전된 수치 해석적 알고리즘과 컴퓨터 하드웨어로 효율적인 완전 Navier-Stokes 방법을 극초음속 비행체의 다양한 일반적 형상에 적용해 보는 것은 정확한 물질전달 예측을 통한 형상변화문제에 대한 선행연구로서 의미있는 일이라 하겠다. 본 연구에서는 Lombard[1][2][3][4]등의 CSCM Upwind 방법을 사용하여 다양한 코부분 형상을 가진 무딘물체 형상에 대하여 적용하여 표면 열전달과 공기력의 특성을 연구해 보았다..

### 2. ANALYSIS

축대칭, 압축성, 완전 기체, 점성 유동장을 지배하는 방정식은 일반곡면 좌표계에서 다음과 같이 벡터 보존 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\xi_x}{J} f + \frac{\xi_y}{J_y} yg \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\eta_x}{J} f + \frac{\eta_y}{J_y} yg \right) = \frac{1}{J} \delta_\xi q + \Delta_\xi F + \Delta_\eta G = \Delta_\xi F_v + \Delta_\eta G_v \quad (1)$$

여기서 q는 보존 변수, f와 g는 비점성 플럭스,  $f_v$ ,  $g_v$ 는 점성 플럭스로 다음과 같은 원시변수로 이루어져 있다.

1) 영남대학교 기계공학부 대학원

2) 영남대학교 기계공학부 (712-749, 경상북도 경산시 대동 213-1)

$$\begin{aligned}
q &= (\rho, \rho u, \rho v, \varepsilon)^T \\
f &= (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(\varepsilon + p))^T \\
g &= (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(\varepsilon + p))^T \\
f_v &= (0, \sigma_{xx}, \tau_{yx}, u\sigma_{xx} + v\tau_{yx} + kT_x)^T \\
g_v &= (0, \tau_{xy}, \sigma_{yy}, u\tau_{xy} + v\sigma_{yy} + kT_y)^T
\end{aligned} \tag{2}$$

CSCM Upwind 방법에 있어서 비점성 플럭스항  $\Delta_\xi F$ 는 다음과 같이 여러 형태로 쓰일수 있다.

$$\begin{aligned}
\partial_\xi F &= \overline{A} \partial_\xi q &= \overline{MT\Lambda T^{-1} M^{-1}} \partial_\xi q \\
&= \overline{MT\Lambda T^{-1}} \partial_\xi \tilde{q} &= \overline{MA'} \partial_\xi \tilde{q} \quad (\overline{A'} = \overline{T\Lambda T^{-1} T}) \\
&= \overline{MT\Lambda} \partial_\xi \tilde{\tilde{q}}
\end{aligned} \tag{3}$$

여기서,  $\tilde{q}$  = 원시변수(primitive variables)

$\tilde{\tilde{q}}$  = 특성변수(characteristic variable)

보존변수  $q$ 와 원시변수  $\tilde{q}$  그리고 특성변수  $\tilde{\tilde{q}}$ 는 다음과 같은 연관을 갖는다.

$$\partial \tilde{q} = \overline{M^{-1}} \partial q, \quad \partial \tilde{\tilde{q}} = \overline{T^{-1}} \partial \tilde{q} \tag{4}$$

$M$  행렬은 원시변수  $\tilde{q}$ 를 보존변수  $\tilde{\tilde{q}}$ 로 변환시켜 주는 행렬이며  $\overline{T^{-1}}$  행렬은 원시변수를 특성변수로 바꿔주는 행렬이며 밀도와 압력 그리고 마하수를 대수(logarithm) 차분형태로 바꾸어 주는 자연 scaling을 사용한다.

위의 식(3)를 이용하여  $\overline{A'} \Delta \tilde{q}$ 를 비점성 플럭스인  $\Delta_\xi F$ 의 값으로 부터 구하려면 다음과 같은 방정식을 풀어야 한다.

$$\Delta_\xi F = \overline{MA'} \Delta \tilde{q}, \quad \overline{A'} \Delta \tilde{q} = \overline{M^{-1}} \Delta_\xi F = \tilde{M}^{-1} \Delta_\xi q \tag{5}$$

윗식 (5)로부터  $\tilde{M}^{-1}$ 을 구하면 비점성 플럭스항을 알고 있는 변수로 표시할 수 있다.

대각행렬 진리함수를 사용하여 고유치의 부호에 따라  $\Delta_\xi F$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta_\xi F^\pm = \overline{MTD^\pm T^{-1} A'} \Delta \tilde{q} = \overline{MTD^\pm T^{-1} \tilde{M}^{-1}} \Delta q = \tilde{A}^\pm \Delta q \tag{6}$$

여기서

$$D^\pm = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{\Lambda}{|\Lambda|} \right)$$

식 (6)과 같이 flux difference splitting 을 보존변수  $q$ 를 이용하여 표시한다. 위와 같은 변환으로 CSCM Flux Difference Splitting 방법을 Roe의 형태로 나타낼 수 있다.

### Numerical discretization

Upwind 방법을 이용하여 일반적인  $ij$  번째 내부점의 유한차분 방정식을 기술하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
& \left[ I + (\tilde{A}^+ \Delta_\xi)_{i-1} + (\tilde{A}^- \Delta_\xi)_i + (\tilde{B}^+ \Delta_\eta)_{j-1} + (\tilde{B}^- \Delta_\eta)_j \right] \delta q_{i,j} \\
&= -(\tilde{A}^+ \Delta_\xi q)_{i-1} + (\tilde{A}^- \Delta_\xi q)_i + (\tilde{B}^+ \Delta_\eta q)_{j-1} + (\tilde{B}^- \Delta_\eta)_j
\end{aligned}$$

여기서  $\Delta$ 와  $\nabla$ 는 전방 및 후방공간 차분기호이다. 내재적인 왼쪽항을 근사인수분해한 후 Lombard 등[2]이 이용한 대각지배 ADI 방식을 도입하면 다음과 같이 쓰여 질 수 있다.

$$\left[ -\tilde{A}^+, E, \tilde{A}^- \right] E^{-1} \left[ -\tilde{B}^+, E, \tilde{B}^- \right] \delta q = \text{RHS}$$

여기서,  $E = I + \tilde{A}^+ - \tilde{A}^- + \tilde{B}^+ - \tilde{B}^-$

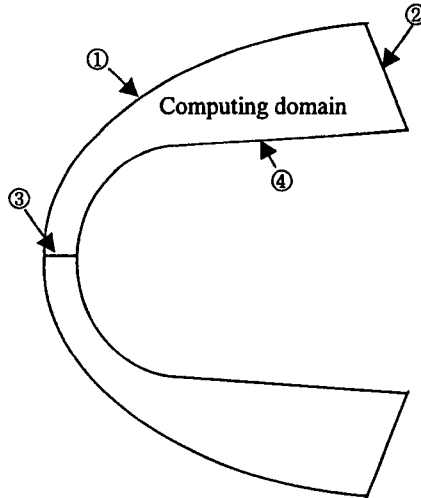
윗식은 다음과 같은 절차를 통해 순차적으로 해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \left[ -\tilde{A}^+, E, \tilde{A}^- \right] \delta q^* &= \text{RHS} \\ \left[ -\tilde{B}^+, E, \tilde{B}^- \right] \delta q &= E \delta q^* \\ q^{n+1} &= q^n + \delta q \end{aligned}$$

### Boundary conditions

경계면에서 완전결합된 내재적 근사방법은 특성 경계방정식으로부터 구할 수가 있으며 보조 경계방정식을 보존변수나 원시변수로서 나타낼 수 있다. 무딘물체를 통과하는 축대칭 극초음속 완전기체 점성유동장에 대한 경계조건은 유동이 극초음속으로 들어와 초음속으로 빠져나가는 유동으로 아래와 같다.

- ① 4 Physical boundary conditions (density, total energy and flow direction fixed)
- ② 4 Numerical boundary conditions (0<sup>th</sup> order extrapolation)
- ③ Axisymmetric boundary conditions
- ④ Isothermal and noslip boundary conditions



### 3. RESULTS AND DISCUSSION

Table 1은 본 연구에 사용된 시험 조건을 나타낸다. 고도 50km에서 마하수 15의 비행속도를 가지는 무딘물체 우주선으로 벽면 온도는 1000K로 고정하였다.

그림 1은 시험비행체의 코부분 형상을 나타낸다. 장축과 단축의 비가 각각 1 : 1, 1.5 : 1, 2.5 : 1, 3 : 1인 ellipse에 대하여 같은 비행시험 조건에서 계산을 수행하였다. 그림 2는 계산에 사용된 격자계를 나타낸다. 100×100 격자계를 사용하였으며 열전달율의 정확한 예측을 위하여 벽면으로부터 첫번째 격자가 충격과 분리거리의 10<sup>-4</sup>안에 오도록 벽면에 격자를 밀집 시켰다.

그림 3, 4, 5 및 6은 비행체 코부분의 무딘정도에 따른 등압력선을 보여주고 있다. 전반적으로 등압력선의 큰 차이는 보이지 않으나 무딘정도가 커질수록 예상대로 유동의 급속한 팽창으로 인한 압력

강도가 좁은 범위에 걸쳐져 있음을 확인 할 수 있다.

그림 7, 8, 9 및 10 은 무딘정도에 따른 등온선을 보여주고 있다. 유동장 전체에 대한 온도 분포는 무딘정도에 따라 크게 변하지 않았음을 보여준다.

그림 11 은 벽면을 따른 압력 분포를 보여주고 있다. 무딘정도에 관계 없이 정체점에서의 압력은 거의 유사한 값을 예측하고 있다. 유동이 급격하게 팽창하는 부분에서는 보다 명확한 차이를 보여준다. 그러나 팽창이 끝난 이후의 값들은 거의 유사하다.

그림 12 는 벽면을 따른 열전달율을 각각의 무딘정도에 대하여 비교한 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 형상이 보다 무딘 정도가 큰 형태일수록 정체점에서의 열전달량이 적어짐을 확인 할 수 있다.

Table 2 는 정체점에서의 열전달량을 구를 기준으로 하여 반경의 제곱근의 역수로 구한 과 실제계산 결과를 비교한 표이다. 무딘 정도가 클수록 기준값에 대한 %차이가 커지고는 있으나 정성적으로는 반경의 제곱근에 반비례하는 특성을 이 표로부터 확인 할 수 있다.

#### 4. CONCLUSIONS

압축성 축대칭 Upwind Navier-Stokes 코드를 이용하여 무딘정도에 따른 열전달율과 압력 분포를 검토해 보았을 때 압력 분포는 커다란 차이를 보여주고 있지 않으나 무딘정도가 커짐에 따라 열전달율은 반경의 제곱근에 반비례하여 작아짐을 알 수 있다.

#### 5. REFERENCES

[1] Lombard, C.K., *Conservative Supra-Characteristic Method for Splitting the Hyperbolic systems of Gasdynamics for Real and Perfect Gases*, NASA CR-166307, 1982.  
 [2] Lombard, C. K. ,Bardina, J., Venkatapathy, E. and Olinger, J., *Multi-dimensional Formulation of CSCM - An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations*, AIAA-83-1895, 1983.  
 [3] Lombard, C. K., Oliver, J., Yang, J.Y., Davy, W. C., *Conservative Supra Characteristics Method for Splitting the Hyperbolic System of Gasdynamics with Computed Boundaries for Real and Perfect Gases*, AIAA-82-0837, 1982.  
 [4] 서정일, 송동주, Upwind 방법을 이용한 무딘물체 주위의 화학적 비평형 비점성 유동장의 수치해석, 1997년도 추계학술대회 논문집, 부산대학교, 한국전산유체공학회, PP.99-105, 1997.10.17  
 [5] Anderson, J. D. jr, *Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics*, McGraw-Hill, New York, 1989

Table. 1 Test conditions

Air Model	Mach no.	Altitude	Re <sub>N</sub>	R <sub>N</sub>	Cone half angle	T <sub>w</sub>
Perfect gas	15	50km	0.760E+04	0.0254m	5°	1000K

Table.2 Heat transfer rate comparison to reference condition

$$q_w \equiv \frac{1}{\sqrt{R_N}} q_{w1}, q_{w1} = 4.212 [\text{MW} / \text{m}^2] [5]$$

	Sphere	1.5 to 1 Ellipse	2.5 to 1 Ellipse	3 to 1 Ellipse
q <sub>w</sub> (근사식)	q <sub>w1</sub> (Reference)	3.4392	2.6640	2.4320
q: Computing results	4.212	3.6242	2.9902	2.8083
%Difference	*	4	12	15

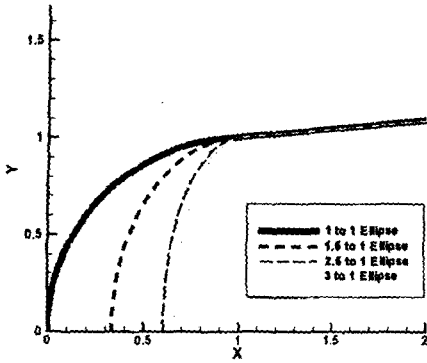


그림 1. Tese nose-tip shape

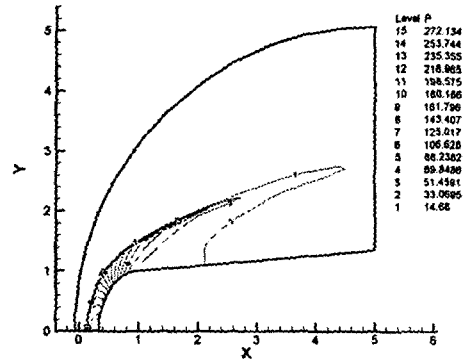


그림 4. Pressure contour plot over blunt body with 1.5 to 1 ellipse nose-tip shape

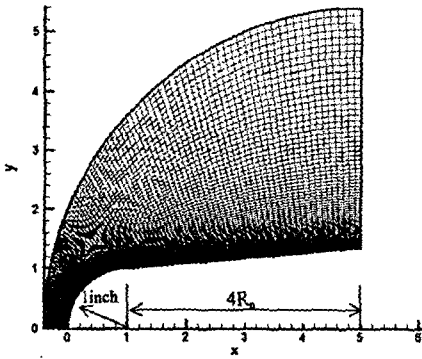


그림 2. 100x100 grid system

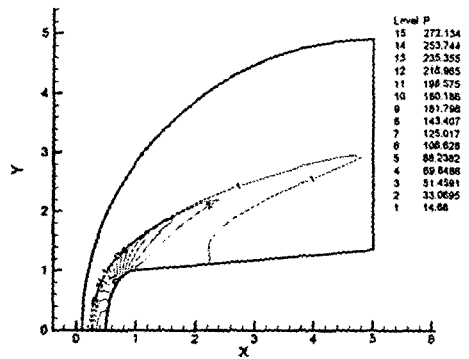


그림 5. Pressure contour plot over blunt body with 2.5 to 1 ellipse nose-tip shape

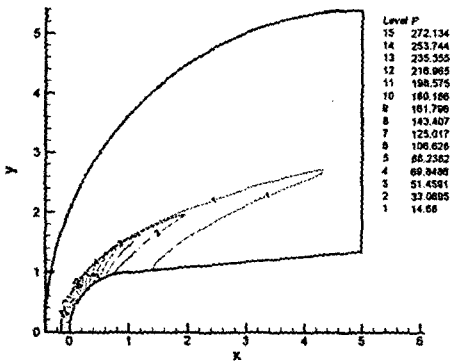


그림 3. Pressure contour plot over blunt body with 1 to 1 ellipse nose-tip shape

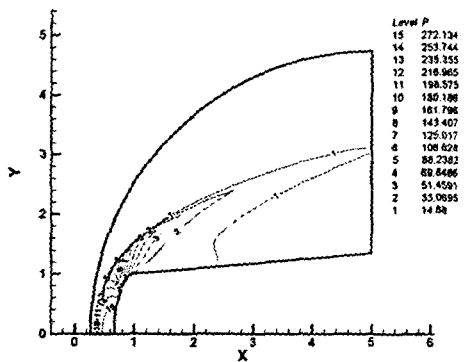


그림 6. Pressure contour plot over blunt body with 3 to 1 ellipse nose-tip shape

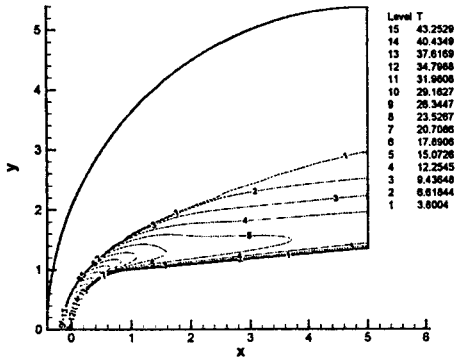


그림 7. Temperature contour plot over blunt body with 1 to 1 ellipse nose-tip shape

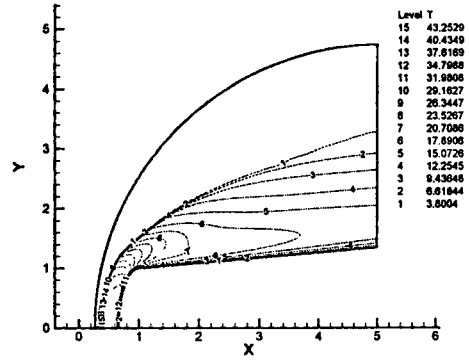


그림 10. Temperature contour plot over blunt body with 3 to 1 ellipse nose-tip shape

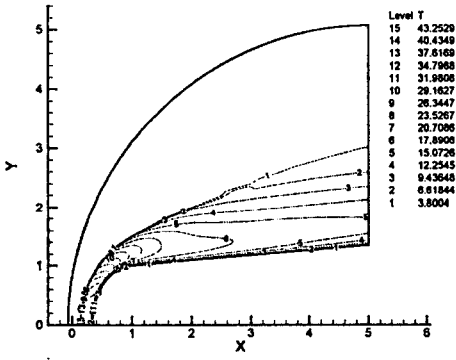


그림 8. Temperature contour plot over blunt body with 1.5 to 1 ellipse nose-tip shape

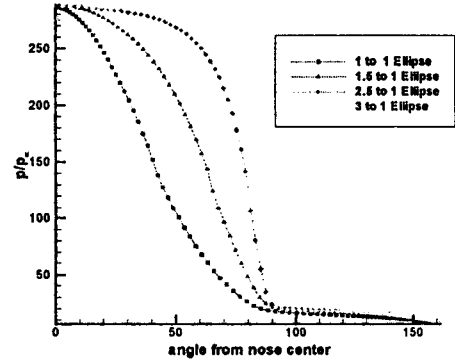


그림 11. Comparison of wall pressure distribution profile among different nose-tip shape

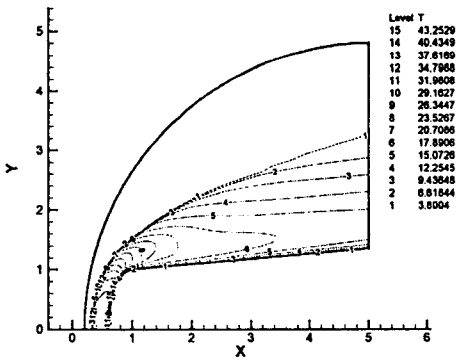


그림 9. Temperature contour plot over blunt body with 2.5 to 1 ellipse nose-tip shape

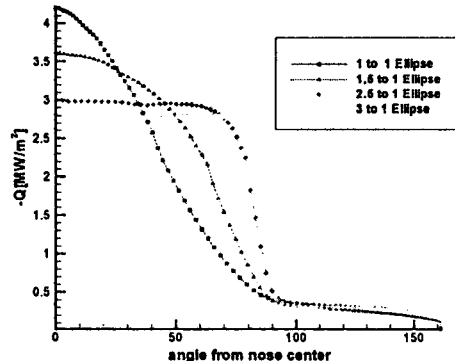


그림 12. Comparison of heat transfer distribution profile among different nose-tip shape