

# 이차원 비압축성 유동에서 위벽효과에 대한 수치해석

Numerical Analysis for the Wall Effect in the Two Dimensional Incompressible Flow

김 정중<sup>1</sup>, 김 형태<sup>2</sup>

J. J. Kim and H. T. Kim

In this paper, incompressible two-dimensional Navier-Stokes equations are numerically solved for the study of steady laminar flow around a body with the wall effect. A second-order finite difference method is used for the spatial discretization on the nonstaggered grid system and the 4-stage Runge-Kutta scheme for the numerical integration in time. The pressure field is obtained by solving the pressure-Poisson equation with the Neumann boundary condition. To investigate the wall effect, numerical computations are carried out for the NACA 0012 section at the various blockage ratios. The pressure and skin friction on the foil surface, velocity profile in its wake and drag coefficient are investigated as functions of the blockage ratio.

## 1. 서 론

조선, 항공분야에서는 선박, 항공기등의 주변의 유동특성과 물체에 작용하는 힘 등을 모형시험을 통하여 추정하고 있다. 이러한 모형시험에 이용되는 풍동, 회류수조, 캐비테이션 터널등의 시험부는 비행중인 항공기나 운항중인 선박이 갖고 있지 않은 벽들을 갖고 있으며, 이러한 위벽효과로 인하여 모형 물체 주위의 유동이, 실제의 선박이나 항공기에서의 유동과 다르게 나타날 수 있다. 이러한 위벽효과의 가능성을 배제하기 위해 모형시험을 수행 할 때는 시험부의 크기를 고려하여 모형을 작게 제작하여야 한다.

본 연구에서는 위벽효과의 영향을 조사하기 위해 받음각이 없는 이차원 날개 주위 층류 유동에서 blockage ratio를 변화시키면서 수치 계산을 수행하였다. 수치 계산 결과들은 blockage ratio변화에 따라 날개 표면에서 압력계수와 마찰계수, 날개의 항력 그리고 후류 중심선에서 속도성분으로 비교 정리하였다.

## 2. 지배 방정식의 정식화

본 연구에서는 Fig. 1에 보인 바와 같이 수치해석의 대상으로 대칭날개를 선택하고 계산영역의 정의 및 경계조건의 적용에 편리한 직교 좌표계를 기본 좌표계로 사용하였으며, 기본 좌표계에서의 지배 방정식을 물체맞춤 좌표계에 대하여 부분 변환하는 방법을 사용하였다.

직교 좌표계에서의 비압축성 이차원 N-S방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

연속 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

x-운동량 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

1. 충남대학교 공과대학 선박해양공학과 (305-764, 대전광역시 유성구 궁동 220, Tel: 042-821-6629)

2. 충남대학교 공과대학 선박해양공학과 (305-764, 대전광역시 유성구 궁동 220, Tel: 042-821-6629)

y-운동량 방정식

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

위의 방정식에서 모든 변수들은 유입 속도  $U_0$ , 코드길이  $C$ , 그리고 유체의 밀도  $\rho$ 로 무차원화 되었으며,  $u$ ,  $v$ 는 직교 좌표계의 각 속도 성분을,  $P$ 는 정압을 나타낸다. 유동 영역에 대한 수치 계산을 수행하기 위하여 물체맞춤 좌표를 도입하고 지배 방정식의 좌표 변환을 수행하여 실제 유동영역을 단순한 정방형의 계산 영역으로 변환하였다. 좌표 변환에 필요한 Jacobian  $J$ 와 contravariant metric tensor  $g^{ij}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix}, \quad g^{ij} = \xi_x^i \xi_x^j + \xi_y^i \xi_y^j, \quad \text{for } i, j = 1, 2 \quad (5)$$

여기서  $(\xi^1, \xi^2) = (\xi, \eta)$ 이며, 좌표 변환의 관계식들을 사용해서 결과적으로 얻어진 물체맞춤 좌표계에서의 지배 방정식은 다음과 같다.

연속 방정식

$$\mathcal{J} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{U}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{V}{J} \right) \right] = 0 \quad (6)$$

운동량 방정식

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial \xi} + B \frac{\partial Q}{\partial \eta} + H = 0 \quad (7)$$

여기서  $Q$ 는 속도 벡터로  $Q = (u, v)^T$ 로 표시되며 행렬  $A, B$ 는 대각 행렬로서 다음과 같다.

$$A = \text{diag}(U, U), \quad B = \text{diag}(V, V) \quad (8)$$

또한  $U, V$ 는 각각  $\xi, \eta$  방향의 contravariant 속도 성분으로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U^i = u \xi_x^i + v \xi_y^i, \quad \text{for } i = 1, 2 \quad (9)$$

이 식에서  $(U^1, U^2, U^3) = (U, V, W)$ 이다. 운동량 방정식 (10)에서 소오스 벡터  $H$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$H = \begin{bmatrix} \xi_x P_\xi + \eta_x P_\eta \\ \xi_y P_\xi + \eta_y P_\eta \end{bmatrix} \quad (10)$$

### 3. 수치 해석

지배 방정식의 이산화는 유한 차분법을 사용하였으며 Jameson[1]이 사용한 4단계 Runge-Kutta 법 및 implicit residual smoothing 방법을 적용하여 수렴속도를 촉진하였다. 대류항은 2차 풍상 차분을 사용하여 근사하고 그 밖의 공간 도함수들의 이산화는 중심 차분을 사용하여 근사하였다. 수치 계산에는 비교차 격자를 사용하였으며, checkerboard 압력장의 발생을 억제하기 위하여 압력 Poisson 방정식의 이산화는 Sotiropoulos[2]의 방법을 따랐다.

#### 3.1 수치격자 및 경계조건

본 연구에서는 격자간격의 조절이 용이하고 격자가 직교성을 잘 만족하는 GRAPE 방법[3]의 타원형 격자 생성법을 사용하였으며, 위벽효과를 가지는 유동의 수치계산을 위해 Fig. 1에서와 같이 H-형의 격

자를 선택하였다. 계산 영역은 Fig. 1에서와 같이 유입경계는 날개코드 길이의 3배이고, 유출경계는 5배로 하였다. 외부 경계는 위벽효과를 알아보기 위해 날개코드의 0.5배에서 5배까지 여러 가지 경우에 대해서 계산을 수행하였다. 계산에 사용된 경계조건은 다음과 같다.

- 1) **입구면(AB)** : 위벽효과를 가지는 경우는 속도성분 대해서는 Blasius의 평판유동의 국부 레이놀즈 수( $Re_x = U_0 x / \nu$ )  $5 \times 10^3$ 에서 속도를 적용하였고, 위벽효과가 없는 경우에는 균일류 유동 조건( $u = U_0, v = 0$ )을 사용하였다. 압력에 대해서는 두 경우 모두 Neumann 경계조건을 적용하였다.
- 2) **출구면(CD)** : Neumann 경계조건을 속도와 압력에 대한 경계조건으로 적용하였다.
- 3) **물체표면(EF)** : 속도성분은 no-slip 경계조건( $u = v = 0$ )을 적용하고, 압력에 대해서는 Neumann 경계조건을 사용하였다.
- 4) **외부경계(BC)** : 위벽효과가 있는 경우에는 속도성분은 no-slip 경계조건( $u = v = 0$ )을 적용하고, 벽이 없을 경우에는  $u = U_0, \partial v / \partial \eta = 0$ 을 적용하였다. 압력에 대해서는 두 경우 모두 Neumann 경계조건을 사용하였다.
- 5) **대칭면(AF,DE)** : 속도 성분에 대해서는 대칭면 조건( $\partial u / \partial \eta = v = 0$ )을 적용하고 압력에 대해서는 Neumann 경계조건을 적용하였다.

#### 4 계산 조건 및 결과

수치계산은 실험자료[4]가 있는  $Re = 10^4$ 에서 NACA0012 대칭 날개에서 수행하였고, 외부경계의 위치를 변경함으로써 유동장에서 위벽효과의 영향을 조사하였다. 수치 계산에 사용된 계산 영역 및 격자수는 Table 1에 주어져 있다.

Fig. 2에서는 수치해의 수렴성을 보이기 위해서 외부경계 3C에 벽을 포함하고 있는 수치계산에서 속도, 압력, 연속방정식의 만족도를 이전 시간 단계와의 차이를 유수로 정의하고, 유수의 모든 점에서의 합과 날개에서 항력을 보이고 있다. 유수는 매우 작은 값으로 수렴하고 있고, 항력도 일정한 값을 유지하고 있어서 충분히 수렴된 수치해가 얻어졌다고 볼 수 있다.

Fig. 3에서는 blockage ratio( $R_b$ )의 변화에 따른 압력계수의 변화를 보이고 있다. 여기서  $R_b$ 는 날개의 최대두께( $y_{max}/C$ )와 외부경계의 위치( $y_{wall}/C$ )의 비율( $R_b = y_{wall}/y_{max}$ )로 정의된다. 그림에서  $R_b$ 가 감소함에 따라 앞날개 부근에서 순압력구배가 빠르게 증가하는 것을 보여주고 있으며, 이것은 앞날 부근에서 속도가 빠르게 가속되는 것을 의미한다. 뒷날개 부근에서의 역압력구배는  $R_b$ 에 따른 큰 영향은 보이지 않고 있다. 그림에서  $R_b$ 가 33.3보다 작은 경우는 벽이 없는 경우와 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있으며, 날개표면 전체에서 위벽효과의 영향으로 압력계수가 낮아지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 4에서는 날개표면의 마찰계수를 나타낸 것으로,  $R_b$ 가 감소하면서 날개 부근 유동의 가속으로 인하여 마찰계수가 빠르게 증가하고 있다.  $R_b < 33.3$ 에서는 위벽효과가 크게 나타나고 있다.

Fig. 5와 6에서는 최소 압력계수와 압력계수가 최소인  $x/C$  위치를 각각 blockage ratio의 변화에 따라 보이고 있다. Fig. 5에서  $R_b < 20$ 에서는 최소 압력계수가 급격하게 감소하는 것을 보이고 있다. Fig. 6에서는  $R_b$ 가 감소함에 따라 최소 압력계수의 위치가 앞날 쪽에서 뒤로 이동하는 것을 보이고 있다.

Fig. 7에서는 각각의 blockage ratio에서 항력계수를 보이고 있다.  $R_b$ 가 감소하면서 뒷날부근에서 압력의 변화와 유동장의 속도 증가로 인해 항력계수가 증가하고 있으며,  $R_b < 20$ 에서는 위벽효과가 빠르게 나타나고 있다.

Fig. 8은 후류 대칭면에서 속도( $u_c$ )를 보이고 있으며,  $R_b$ 가 감소함에 따라 속도가 증가하는 것을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 위벽효과의 영향을 조사하기 위해 받음각이 없는 이차원 날개 주위 층류 유동에서 blockage ratio를 변화시키면서 수치 계산을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 위벽효과에 의한 부가항력은  $R_b=33.3$ 에서는 3.6%, 16.7에서는 11.9% 그리고 12.5에서는 19.3 %로 나타나고 있으며,  $R_b < 12.5$ 에서는 급격히 증가하였다.
2. blockage ratio 변화에 따른 날개주위의 층류 유동에서  $R_b < 20$ 에서 위벽효과로 인하여 마찰계수, 압력계수, 항력 그리고 유동장이 크게 변하는 것을 확인 할 수 있었다.
3. 본 수치연구는 받음각이 없는 이차원 층류 날개 유동으로 위벽효과를 확인하였으며, 앞으로 받음각이 있는 난류 유동장으로 확장하여 위벽효과의 영향을 확인하는 것이 필요하다고 생각된다.

## 참고문헌

- [1] Jameson, A. and Schmidt, W., "Some Recent Developments in Numerical Methods for Transonic Flows," Computer Methods in Applied Mech. and Eng., 51, 1985.
- [2] Sotiropoulos, F., *A Primitive Variable Method for the Solution of External and Internal Incompressible Flow-Fields*, Ph.D. Thesis, the Univ. of Cincinnati, Cincinnati, OH, 1991.
- [3] Sorenson, R.L., "Grid Generation by Elliptic Partial Differential Equations for a Tri-Element Augmentor-Wing Airfoil," *Numerical Grid Generation* (edited by Thompson, J.F.), 1982
- [4] Gregory, N. and O'Reilly, C.L., "Low Speed Aerodynamics Characteristics of NACA 0012 Airfoil Section, Including the Effects of Upper Surface Roughness Simulating Hoarfrost", *Aero Report 1308*, National Physical Laboratory, 1970.

Table 1 Condition of calculation.

계산단면		NACA 0012 section							
$R_e$		10000							
외부경계조건		Free stream B. C.	Wall B. C.						
계산영역	유입경계	3C	3C						
	유출경계	5C	5C						
	외부경계	3C	0.25C	0.5C	0.75C	1C	2C	3C	5C
Blockage Ratio		50.0	4.2	8.3	12.5	16.7	33.3	50.0	83.3
수치격자 (물체표면)		135 × 51 (41)	135 × 41 (41)	135 × 41 (41)	135 × 41 (41)	135 × 51 (41)	135 × 51 (41)	135 × 61 (41)	135 × 81 (41)
격자 간격( $\eta$ 방향)		0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001

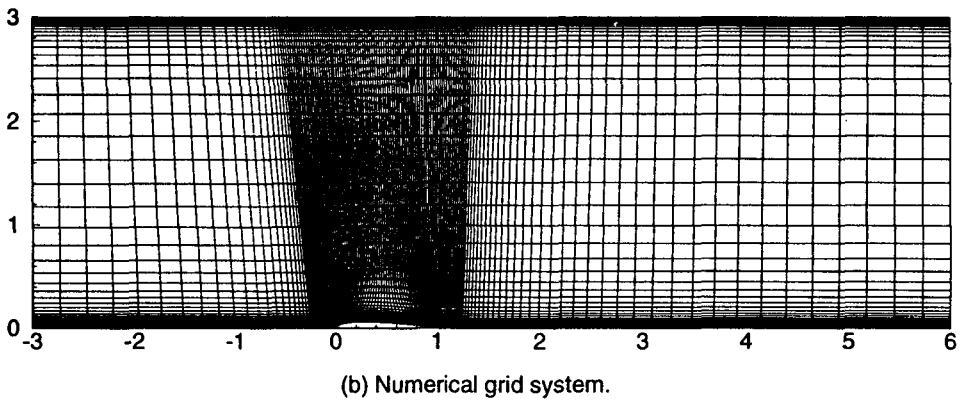
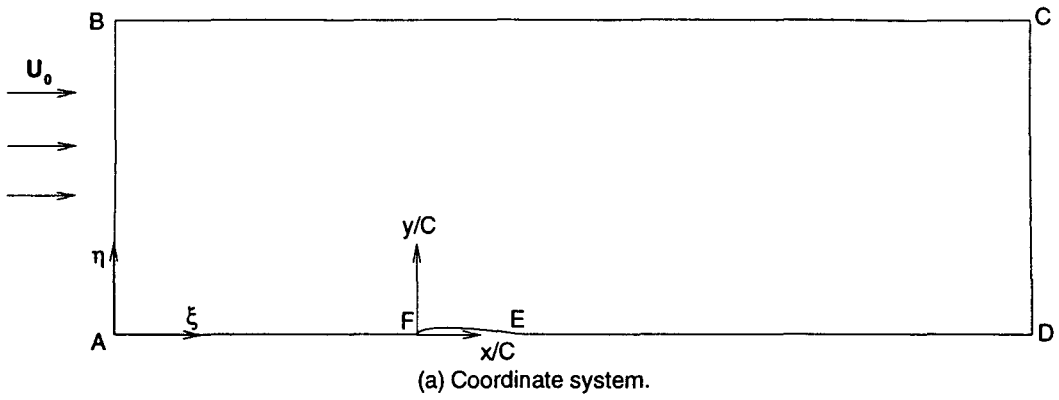
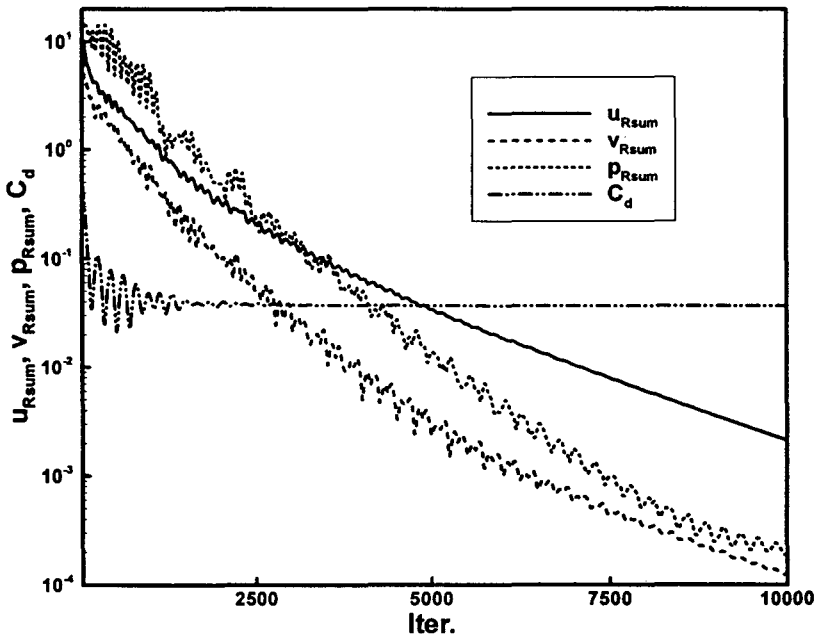


Fig. 1 Coordinate and numerical grid system.



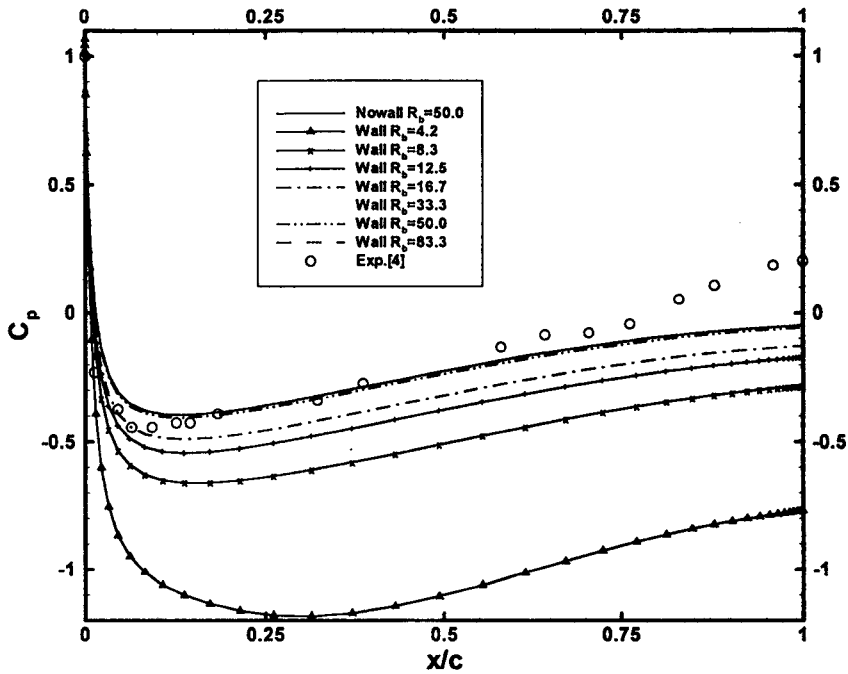


Fig. 3 Pressure coefficients on the surface.

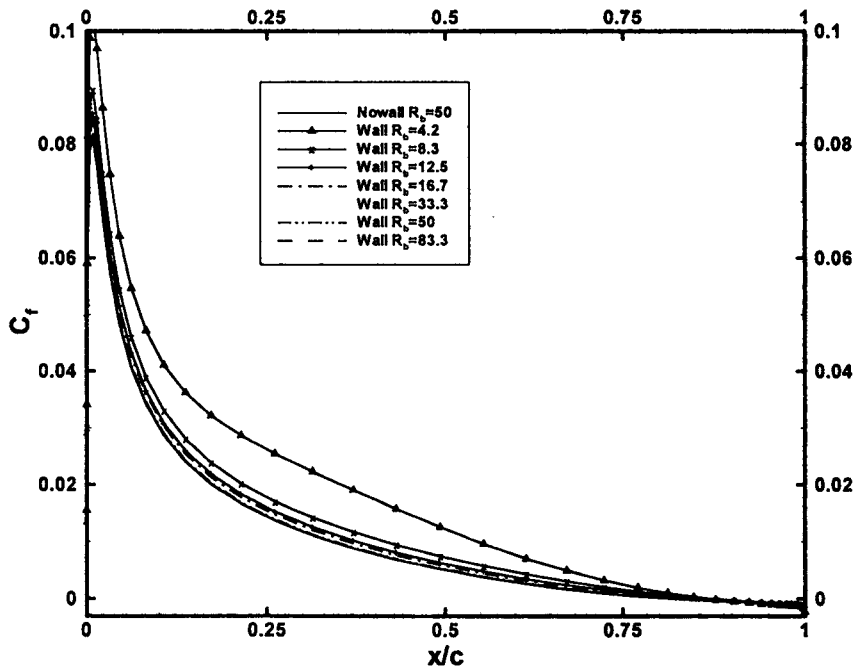


Fig. 4 Skin friction coefficients on the surface.

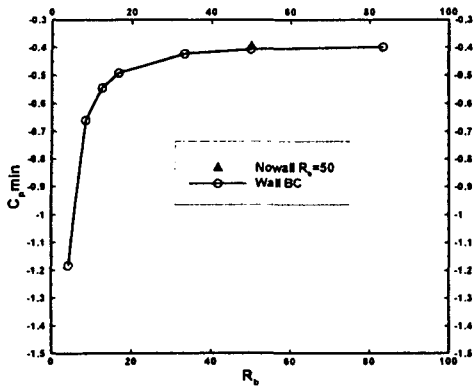


Fig. 5 Minimum surface pressure to the various blockage ratio.

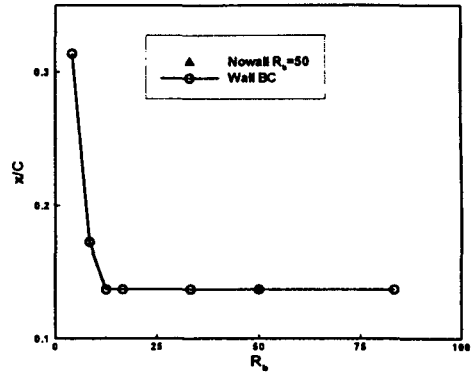


Fig. 6 x-coordinates of minimum surface pressure to the various blockage ratio.

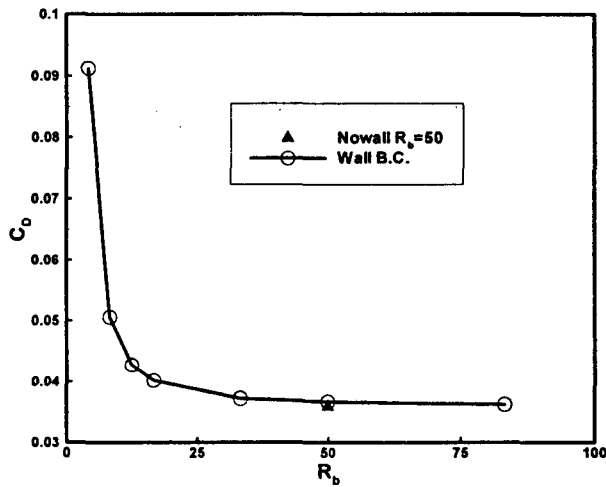


Fig. 7 Drag coefficients to the various blockage ratio.

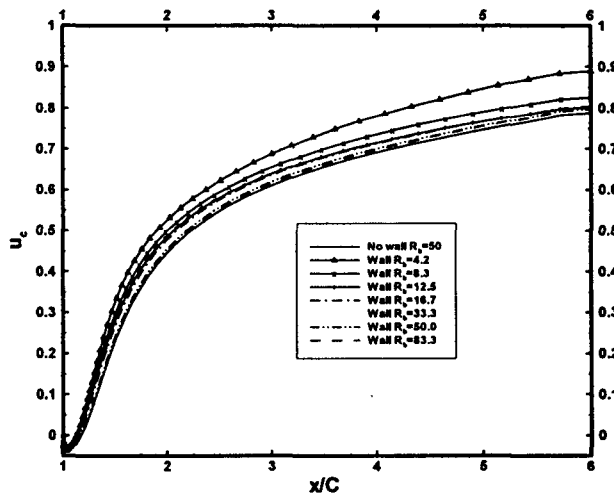


Fig. 8 Profiles of wake center line velocity.