

# 자유경계단 효과를 고려한 복합재 적층판의 점진적 파손 연구

주상전\* · 박중완 · 홍창선 · 김천곤

한국과학기술원

## 1. 서론

복합재료는 일반 금속재료에 비해 비강성, 비강도가 매우 높고 이방성 성질을 이용하여 원하는 역학적 특성을 갖는 구조물을 제작할 수 있는 장점 때문에 항공 우주 구조물에 많이 쓰이고 있다. 복합재의 파손 양상은 모재균열, 층간분리, 섬유파손 등으로 나눌 수 있다. 손상의 형태의 크기는 복합재 구조물의 강도와 성능에 상당한 영향을 끼친다. 하중상태에 대한 내부 손상 정보는 복합재 구조물의 최적설계 및 손상허용설계를 하는데 매우 중요하다. 한 단층에서 최초파손이 일어난 이후 완전히 파손될 때까지 적층판의 파손 거동을 예측하기 위해 손상이 발생된 단층의 강성을 저하된 강성치로 변환하여 해석을 수행하는 점진적 파손해석 프로그램을 구성하였다.

점진적 파손해석 연구를 수행한 기존의 연구자들은[1-6] 계산의 효율을 위해 2차원 유한요소법을 사용하였다. 그러나 자유경계단에서 응력의 특이성이 존재하며 이러한 큰 크기의 응력들은 자유경계단에서의 파손시작의 원인이 된다. 따라서 자유경계단 근처의 응력상태를 구하는 것은 매우 중요하며 이를 위해서는 3차원 응력장이 필요하다. 3차원 응력장을 사용해서 해석을 수행한 연구들은[7-8]정확한 응력장을 구했지만 초기파손이후의 강성저하 시에 상수나 가정된 강성저하법을 사용하였다.

본 연구에서는 응력과 변형률을 구할 때 층별변위 이론에 기초한 3차원 유한요소법을 사용하였다. 손상의 형태와 크기는 파손해석시에 파손기준식과 강성저하모델을 사용하여 예측하였다. 모재파손이 발생한 경우에는 전단-지연 모델에 기초를 둔 거시적 파손모

델을 도입하여 각 변형률 상태에 대해 강성의 비선형적인 저하를 고려하였다. 파손하중과 손상의 축적을 정확하게 예측하기 위해서 자유경계단 부근과 두께방향으로 세분화된 요소를 사용하여 해석을 수행하였다. 파손이 발생되기까지는 선형탄성거동을 보인다고 가정하였다. 한 요소내의 손상된 단층은 저하된 강성값을 갖는 동가의 단층으로 치환되었다.

## 2. 유한요소법

### 2.1 유한요소 수식화

층별변위이론(generalized layerwise plate theory)에서 자유경계단에서의 층간응력을 정확하게 구하기 위해 면내 방향과 더불어 두께방향으로도 구간 연속적인 변위장을 가정한다. 층별변위이론에서의 변위장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \sum_{J=1}^N U_J(x, y) \phi^J(z) \\ v(x, y, z) &= \sum_{J=1}^N V_J(x, y) \phi^J(z) \\ w(x, y, z) &= \sum_{J=1}^N W_J(x, y) \phi^J(z) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $u, v, w$ 는 기준좌표축이  $x$ - $y$  평면과 일치하는 좌표계에서 변형 전에  $(x, y, z)$  위치에 있던 점의 각각  $x, y, z$  방향으로의 변위 성분들을 나타낸다. 식 (1)은 변위장의 두께방향 변화를 일차원 유한요소의 개념으로 표현한다. 1-D 유한요소는 두께 방향으로  $z_J$  ( $J=1, 2, \dots, N$ )에서 모두  $N$ 개의 절점을 가진다.

함수  $\phi^J(z)$  ( $J=1,2,\dots,N$ )는 적층판의 두께방향으로 분포된  $N$ 개의 절점과 관련된 일차원 Lagrangian 보간함수이다. 함수  $U_J, V_J, W_J$ 는 변형 전의 적층에서  $J$ 번째 평면에 위치한 ( $z=z_J$ 로 정의된) 모든 점들에서의 변위 성분들을 나타낸다. 식 (1)에서 나타내는 변위장과 관련된 유한요소 모델은 평판을 나타내는 유한요소에 가상 변위 이론(Principle of virtual work)를 적용시켜서 구할 수 있다.

$$\int_V (\sigma_{ij} \epsilon_{ij}) dV = \int_S (T_i \delta u_i) dS \quad (2)$$

식 (2)에서  $\sigma_{ij}$ 는 응력 텐서의 성분,  $\epsilon_{ij}$ 는 변형률 텐서의 성분들을 나타내고,  $T_i$ 는 표면력(surface traction vector)을 나타낸다.

식(2)에 구성방정식과 변형률-변위 관계식을 대입하고 두께방향으로 적분을 수행하면 다음과 같은 합력을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} N_x^J, N_y^J, N_{xy}^J &\equiv \sum_{k=1}^{N-1} \left[ \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) \phi^J dz \right] \\ Q_y^J, Q_x^J &\equiv \sum_{k=1}^{N-1} \left[ \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\sigma_{yz}, \sigma_{xz}) \phi^J dz \right] \\ \tilde{N}_z^J, \tilde{Q}_y^J, \tilde{Q}_x^J &\equiv \sum_{k=1}^{N-1} \left[ \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\sigma_z, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}) \frac{d\phi^J}{dz} dz \right] \end{aligned} \quad (3)$$

유한요소 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Ku = F \quad (4)$$

여기서 강성행렬  $K$ , 변위벡터  $u$  그리고 외력  $F$ 는 다음과 같다.

$$K = \int_V \begin{bmatrix} H^T Q^1 H & H^T Q^2 H & H^T Q^3 H & \dots & H^T Q^N H \\ H^T Q^2 H & H^T Q^2 H & H^T Q^2 H & \dots & H^T Q^2 H \\ H^T Q^3 H & H^T Q^3 H & H^T Q^3 H & \dots & H^T Q^3 H \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H^T Q^N H & H^T Q^N H & H^T Q^N H & \dots & H^T Q^N H \end{bmatrix} dA \quad (5)$$

여기서,

$$Q^{JK} = \begin{bmatrix} A_{11}^{JK} & A_{12}^{JK} & A_{16}^{JK} & B_{13}^{JK} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12}^{JK} & A_{22}^{JK} & A_{26}^{JK} & B_{23}^{JK} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{16}^{JK} & A_{26}^{JK} & A_{66}^{JK} & B_{36}^{JK} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^{JK} & C_{23}^{JK} & C_{36}^{JK} & D_{33}^{JK} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44}^{JK} & A_{45}^{JK} & B_{44}^{JK} & B_{45}^{JK} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45}^{JK} & A_{55}^{JK} & B_{45}^{JK} & B_{55}^{JK} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44}^{JK} & C_{45}^{JK} & D_{44}^{JK} & D_{45}^{JK} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{45}^{JK} & C_{55}^{JK} & D_{45}^{JK} & D_{55}^{JK} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} A_{rs}^{JK} &\equiv \sum_{k=1}^{N-1} \int_{z_k}^{z_{k+1}} [(\bar{C}_{rs})_k \phi^J \phi^K] dz \\ B_{rs}^{JK} &\equiv \sum_{k=1}^{N-1} \int_{z_k}^{z_{k+1}} [(\bar{C}_{rs})_k \phi^J \frac{d\phi^K}{dz}] dz \\ C_{rs}^{JK} &\equiv \sum_{k=1}^{N-1} \int_{z_k}^{z_{k+1}} [(\bar{C}_{rs})_k \frac{d\phi^J}{dz} \phi^K] dz \\ D_{rs}^{JK} &\equiv \sum_{k=1}^{N-1} \int_{z_k}^{z_{k+1}} [(\bar{C}_{rs})_k \frac{d\phi^J}{dz} \frac{d\phi^K}{dz}] dz \end{aligned} \quad (7)$$

## 2.2. 해석기법

유한요소 평형방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K\Delta^n u^{(i)} = F - {}^n P^{(i-1)} \quad (8)$$

여기서 상점자  $(i)$ 는 반복계산, 상점자  $n$ 은 하중단계를 나타낸다.

점진적 파손해석을 위한 알고리즘은 다음과 같다.

- 1) 작은 양의 변위 증가
- 2) 전 단계의 정보에 기초하여 강성행렬의 구성
- 3) 변위와 변형률 계산
- 4) 내력 및 반력
- 5) 수렴 판정  
수렴하지 않으면 2)로 간다.
- 6) 재료 주축에서의 응력 계산
- 7) 파손판정식의 적용  
파손이 발생하지 않으면 1)로 가서 7)까지 반복
- 8) 강성의 감소 평가
- 9) 전체 응력과 응력 증가량(5)가
- 10) 내부력 벡터 계산  
더 이상의 파손 진전이 없으면 1)로 감

### 3. 파손평가

#### 3.1 파손기준식

복합재 적층판의 파손은 각 하중단계마다 각 단층별로 파손을 평가한다. 본 연구에서는 파손모우드를 구분할 수 있고 강성저하에 의해 재분배된 응력들의 영향을 고려할 수 있도록 응력성분의 다항식으로 표시된 Hashin의 파손이론을 사용하였다. Hashin이 제안한 파손식을 각 모우드별로 정리하면 다음과 같다.

- 섬유인장파손

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \frac{(\sigma_5^2 + \sigma_6^2)}{S^2} = e_f \quad (9)$$

- 섬유압축파손

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_C}\right)^2 = e_b \quad (10)$$

- 모재인장파손

$$\frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{Y_T^2} + \frac{(\sigma_4^2 - \sigma_2\sigma_3)}{Q^2} + \frac{(\sigma_5^2 + \sigma_6^2)}{S^2} = e_m \quad (11)$$

- 모재압축파손

$$\frac{1}{Y_C} \left[ \left(\frac{Y_C}{2T}\right)^2 - 1 \right] (\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{4Q^2} + \frac{(\sigma_4^2 - \sigma_2\sigma_3)}{Q^2} + \frac{(\sigma_5^2 + \sigma_6^2)}{S^2} = e_{mc} \quad (12)$$

- 층간분리

$$\left(\frac{\sigma_1}{Z_T}\right)^2 + \frac{(\sigma_4^2 + \sigma_5^2)}{Q^2} = e_d \quad (13)$$

#### 3.2 강성저하모델

어떤 단층에서 파손이 발생되었다고 평가되면, 본 연구에서는 단층의 물성치를 각 변형률 단계에 따라 거시적 파손 모델을 도입하여 저하시킨다. 섬유파손의 경우 섬유다발파손이론, 모재파손의 경우 전단-지연 모델을 유한요소법에 적용하였다. 전단-지연 모델에서는 모재균열이 2l의 길이로 균일하게 분포되어 있고 층간전단응력은 모재균열층과 인접층의 변위차에 비례한다고 가정한다.

### 4. 결과 및 고찰

#### 4.1 직교적층판의 파손 후 거동

직교적층판에 대한 파손후 거동을 조사하기 위해서 점진적 파손해석을 수행하였다. 선택된 적층은  $[0/90]_s$ ,  $[90]_s/0]_s$  이다. 크기는 120mm × 20 mm

× 0.6mm 이고 대칭경계조건을 이용하여 1/8영역만 모델링하였다. 다음과 같은 P3051 물성치를 사용하였다.  $E_1=127.8$  GPa,  $E_2=E_3=9.4$  GPa,  $G_{12}=G_{13}=4.1$  GPa,  $G_{23}=3.1$  GPa,  $\nu_{12}=\nu_{13}=0.28$ ,  $\nu_{23}=0.31$ . Fig.1과 같이 요소수렴성조사를 통해서 자유경계단에서 세밀한 요소분할을 하였다.

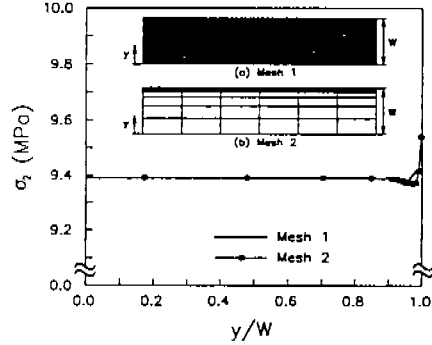


Fig.1 Mesh convergence test for the free edge stresses.

Fig. 2는 파손해석에서 예측된 모재파손 영역을 나타낸다. 현재의 해석에서는 자유경계단 부분에서 3차원 응력장을 고려하였기 때문에 파손이 보다 점진적으로 발생하는 것을 묘사할 수 있다. 응력의 특이성이 자유경계단에서 발생하기 때문에  $[0/90]_s$  적층판에서는 모재파손이 0/90 단층의 경계에서 발생되어 면내 방향으로 진행된다. 그러나  $[90]_s/0]_s$  적층판에서는 모재파손이 전 90° 층에서 갑자기 발생한다.

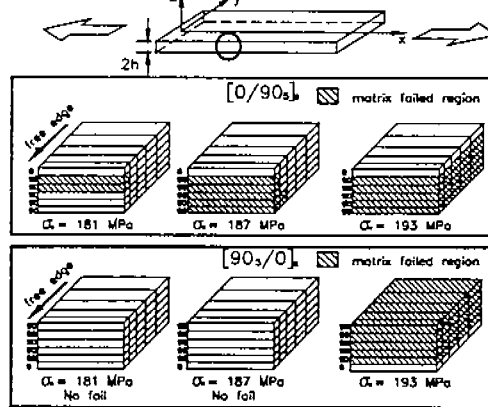


Fig.2 Comparison of failure progress at the free edge between  $[0/90]_s$  and  $[90]_s/0]_s$  laminates.

#### 4.2 준등방성 적층판의 파손 후 거동

두께가 같고 적층순서가 다른 준등방성 적층판에 대해 파손후 거동을 조사하였다.

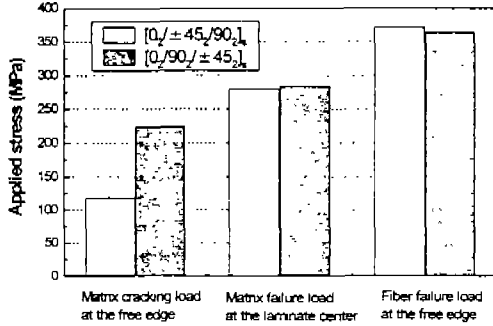


Fig.3 Comparison of failure loads between  $[0_2/\pm 45_2/90_2]_5$  and  $[0_2/90_2/\pm 45_2]_5$  laminates.

$[0_2/\pm 45_2/90_2]_5$ ,  $[0_2/90_2/\pm 45_2]_5$  적층판에 대한 해석결과를 그림3에 제시하였다. 준등방성 적층판에서는 직교적층판에 비해 자유경계단에서의 초기파손하중이 적층순서가 달라지면 크게 차이가 생긴다. 이것은 두께 방향으로 층간응력이 크기가 매우 크고 분포도 달라지기 때문에 생기는 것이다. 자유경계단에서 모재 파손 하중이  $[0_2/\pm 45_2/90_2]_5$  적층판이  $[0_2/90_2/\pm 45_2]_5$  적층판보다 89%(100Mpa)정도 작다.

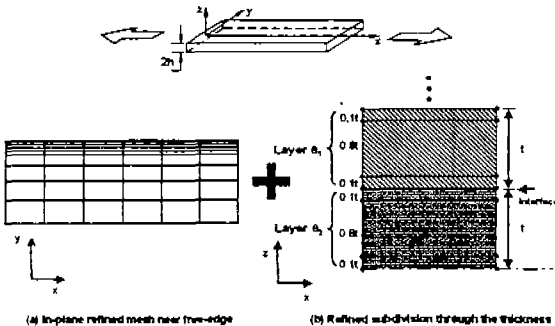


Fig.4 Mesh refinement both in-plane and through the thickness directions of quasi-isotropic laminates.

자유경계단 효과를 좀더 세밀하게 고려하기 위해서 그림 4와 같이 면내 요소분할과 더불어 두께 방향으로 세밀한 요소분할을 수행하였다. 두께 방향의 요소분할에 따른 파손하중의 비교를 그림 5에 나타내었다. 두께 방향으로 12세분할(subdivision)하였을 경우 4세분할 했을 경우보다 층간분리의 경우 23%, 섬유파손의 경우 15% 더 낮게 평가하였다.

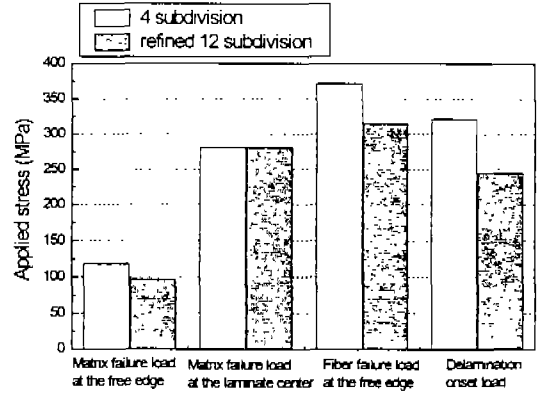


Fig.5 Failure loads of  $[0_2/\pm 45_2/90_2]_5$  laminate according to the number of subdivisions through the thickness.

#### 5. 결론

직교적층판과 준등방성 적층판에 대해 자유경계단 효과를 고려한 파손 후 거동에 대해 조사하였다. 3차원 응력장과 비선형 강성저하법을 사용한 파손해석은 보다 점진적으로 파손을 평가한다.

#### 참고 문헌

1. Lessard, L. B. and Chang, K. Y. et. al., App. Mech. Rev., 43, No. 5, part 2, May (1990), 304.
2. Chang, K. Y., Liu, S. and Chang, F. K., JCM, 25, March (1991), 274.
3. Tan, S. C., JCM, 25, May (1991), 556.
4. Tolson, S. and Zabaraz, N., Computer & Structures, 38, No. 3, (1991), 361.
5. Kim, Y. W. and Hong, C. S., J.R.P.C., 11, Oct. (1992), 1078.
6. Shahid, I. and Chang, F. K., JCM, 29, No. 7, (1995), 926.
7. Lee, J. D., Computer & Structures, 15, No. 3, (1982), 335.
8. Reddy, Y. S. and Reddy, J. N., J. Composite Technology & Research, 15, No. 2, Summer (1993), 73.
9. Robbins, D. H. and Reddy, J. N., Int. J. Numerical Method in Engineering, 36, (1993), 655.