

선티압전 및 구속감쇠의 예측을 위한 모드 변형을 에너지법

조기대*, 이 인 (한국과학기술원)

1. 서론

수동감쇠의 일환으로 점탄성 재료를 이용한 구속 감쇠처리는 Kerwin[1]이 처음 연구한 이래로 많은 연구자들이 해석적 및 유한요소 방법을 개발하였다. 점탄성 재료란 외력이 가해질 때 받은 에너지의 일부는 복원 가능한 탄성 에너지로 저장하고 나머지는 열에너지 등으로 발산시켜 큰 감쇠성을 갖는 긴 분자 체인을 가진 폴리머 계통의 재료를 통칭한다[2]. 최근에는 외부에서 가해지는 변형 에너지의 일부를 전기적 에너지로 발산하는 새로운 형태의 선티 수동감쇠에 대한 연구가 수행되고 있다[3]. Ghoneim[4]은 구속감쇠 처리의 구속층을 선티 압전층으로 대체하여 기계-연계 표면 감쇠(EMSD)라 명명된 하이브리드 기술을 도입하였다.

점탄성 재료는 낮은 강성과 높은 감쇠를 가지면서 온도변화에 민감하고 선티 압전재료는 상대적으로 높은 강성과 낮은 감쇠로 온도에 안정적이지만 특정 주파수에 튜닝을 요한다. 그러므로, 본 연구에서는 이러한 특성을 가진 감쇠재료가 구조물에 수동감쇠 장치로 적용되었을 때 구조물의 감쇠에 미치는 효과를 모드 변형을 에너지법으로 분석하였다.

2. 유한요소 모델링

삼차원 탄성론을 고려한 해밀톤의 원리에 층별변위 적층판 이론에 의해 변위장을 대입

하고 두께방향으로 적분을 수행하여 운동방정식을 유도한후, 라그랑지제 형상함수를 도입하면 절점 변위에 대한 표준 고유치 문제 형태로 주어진다[5].

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

여기서 \mathbf{M} , \mathbf{K} 그리고 \mathbf{u} 는 전체 구조물의 질량, 강성, 그리고 절점 벡터이다.

전체 시스템의 각 모드별 감쇠는 모드 형상 (mode shape) 으로부터 소산에너지 ΔE 와 변형을 에너지 E 의 비를 계산하게 되는데 이 방법을 모드 변형을 에너지(modal strain energy: MSE) 법이라고 한다. MSE 법에 의해 구해지는 손실계수(Loss factor)는 다음과 같이 정의된다.

$$\eta_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta U}{U} \quad (2)$$

두께방향으로 변형을 무시하면, 복합적층판의 소산에너지는 5 개의 성분으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta U_{xx} + \Delta U_{yy} + \Delta U_{yz} + \Delta U_{xy} + \Delta U_{xz} \\ &= \frac{1}{2} \iint_{A'} (\eta_x \sigma_x \epsilon_x + \eta_y \sigma_y \epsilon_y + \eta_{yz} \sigma_{yz} \gamma_{yz} \\ &\quad + \eta_{xy} \sigma_{xy} \gamma_{xy} + \eta_{xz} \sigma_{xz} \gamma_{xz}) dz dA \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 η_x , η_y , η_{yz} , η_{xy} , and η_{xz} 는 각각 아래 첨자에 나타난 응력 성분별 변형에 의한 손실계수이다.

각 소산에너지를 성분별로 정리하면,

$$\begin{aligned}
 (\Delta U_x, \Delta U_y, \Delta U_{xy}) = & \\
 \frac{1}{2} \sum_j \sum_K^{N_j} \int e^{jT} (\hat{D}_{1q}^{JK}, \hat{D}_{2q}^{JK}, \hat{D}_{2q}^{JK}) e^K dA & \quad (4a) \\
 (q = 1, 2, 6) &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta U_{yz}, \Delta U_x) = & \\
 \frac{1}{2} \int \left[e^T (\hat{A}_{S4q}, \hat{A}_{S5q}) e + \sum_j \sum_K^{N_j} e^{jT} (\hat{D}_{S4q}^{JK}, \hat{D}_{S5q}^{JK}) e_S^K \right. & \\
 \left. + \sum_j \left[e^T (\hat{B}_{S4q}^j, \hat{B}_{S5q}^j) e_S^j + e_S^{jT} (\hat{B}_{S4q}^j, \hat{B}_{S5q}^j) e \right] \right] dA & \\
 (q = 4, 5) & \quad (4b)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 e = \left\{ \frac{\partial w}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial x} \right\}^T, \quad e_S^j = \{V^j \quad U^j\}^T, & \\
 e^j = \left\{ \frac{\partial U^j}{\partial x} \quad \frac{\partial V^j}{\partial y} \quad \frac{\partial U^j}{\partial y} + \frac{\partial V^j}{\partial x} \right\}^T & \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{D}_{pq}^{JK} = \int (\hat{Q}_{pq}) \Phi^J(z) \Phi^K(z) dz & \quad (6a) \\
 (p, q = 1, 2, 6) &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\hat{A}_{S4q}, \hat{B}_{S4q}^j, \hat{D}_{S4q}^{JK}) = \int \left(\begin{array}{c} \hat{Q}_{pq}, \hat{Q}_{pq} \frac{d\Phi^J(z)}{dz} \\ \hat{Q}_{pq} \frac{d\Phi^J(z)}{dz} \frac{d\Phi^K(z)}{dz} \end{array} \right) dz & \\
 (p, q = 4, 5) & \quad (6b)
 \end{aligned}$$

면내 변위에 대한 두께방향 자유도를 가지고 있으므로 여러 가지 재료로 구성된 각 층들이 가지는 소산에너지별로 또한 구분할 수 있다. 식 (6) 에서 \hat{Q} 는 다음의 변환법칙에 따라 구해지며 η 에 의해 대칭성을 잃는다.

$$\hat{Q} = R^{-1} \eta Q R^{-T} \quad (7)$$

여기서

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_5 \end{bmatrix}, \quad [R] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn & 0 & 0 \\ n^2 & m^2 & -2mn & 0 & 0 \\ -mn & mn & m^2 - n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n \\ 0 & 0 & 0 & n & m \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (3) 을 유한요소로 이산화하면 소산에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta U = \sum_{e=1}^{N_e} \Delta U_e = \frac{1}{2} u^T K_d u \quad (9)$$

여기서 N_e 는 사용된 요소의 개수이며 K_d 는 감쇠 강성행렬 (damped stiffness matrix) 이다.

3. 감쇠재료의 주파수 의존 특성

본 연구에서는 점탄성 재료로 3M 사의 ISD 112 를 고려하였고 그림 1.에서 알 수 있듯이 온도와 주파수에 의존하는 특성을 가진다.

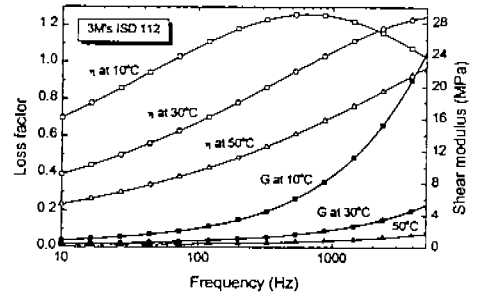


Fig. 1 Variation of dynamic properties for 3M's- ISD 112 (6b)

선트 압전판을 이용한 수동 감쇠의 원리는 우리가 쉽게 구현 가능한 수동 전기 회로로 전기적 임피던스 $Z^E(s)$ 를 조절하여 압전재료의 기계적 특성을 주파수 영역에서 원하는 특성으로 변환시키는 것이다. 두께방향 (폴링방향) 으로 연결된 수동 전기 회로는 식(10) 에서 알 수 있듯이 개회로 상태의 기계적 컴플라이언스 s^E 를 s^{SU} 로 기계적 특성을 변화시킨다

$$[s^{SU}] =$$

$$\begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E \end{bmatrix} - \bar{Z}_3^{EL} \frac{(d_{31})^2}{\epsilon_{33}^T} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

저항기로 섀트된 압전판의 동적 특성치를 구하면 다음과 같다.

$$E_1^{RES}(\omega) = E_1^D \left\{ 1 - k_{31}^2 / (1 + \rho_3^2) \right\} \quad (11a)$$

$$\eta_1^{RES}(\omega) = \rho_3 k_{31}^2 / \left\{ (1 - k_{31}^2) + \rho_3^2 \right\} \quad (11b)$$

여기서 $\rho_3 = RC_{p3}^S \omega = \omega / \omega_d$ 는 무차원 진동수 (non-dimensional frequency) 이다.

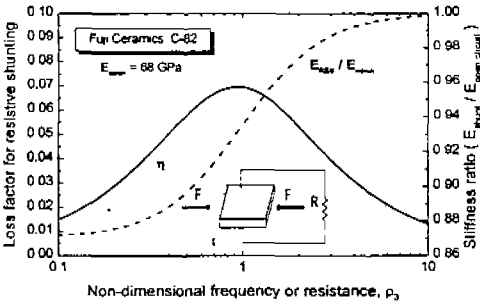


Fig 2. Effective dynamic properties of a resistively shunting for Fuji ceramics C-82

외부 저항값이 고정되었을 때 주파수가 변함에 따라 섀트 압전판의 강성은 폐회로 상태에서 개회로 상태 값으로 이동하는데, 점탄성 재료와 유사한 거동을 한다. 최대 감쇠값을 나타내는 무차원 주파수와 이때의 감쇠값은 다음과 같다.

$$\eta_{3\max}^{RES} = k_{31}^2 / 2\sqrt{1 - k_{31}^2} \quad (12a)$$

$$\rho_3 = RC_{p3}^S \omega = \sqrt{1 - k_{31}^2} \quad (12b)$$

여기서 k_{31} 는 1 방향으로 단일하중이 가해질

때 전기-기계 연계 계수이고 C^S 는 일정 변형율하에서 압전판의 두께방향으로 유전상수이다. 그림 2. 에서는 본 연구에서 고려된 $k_{31} = 0.36$ 인 Fuji Ceramics C-82 의 동적특성을 표시하였다.

4. 수동감쇠 해석

수동감쇠의 효과를 해석하기 위해 $[0]_{167}$ 의 고정보에 3M사의 ISD 112 와 Fuji Ceramics 사의 C-82 로 감쇠 처리된 경우를 고려하였다. 본 해석에 사용된 재료의 물성치는 테이블 1. 에 표시하였다. 우선 주 구조물로 고려된 일방향 고정보의 동적 특성을 파악하기 위해 모드 형상에 따른 변형을 에너지 분포를 그림 3 에 표시하였다. $200 \times 20 \times 1.76 \text{ mm}^3$ 의 고정보는 10 x1 개의 9 절점 요소로 분할되었다. 굽힘모드에서 모드 변형을 에너지를 성분별로 구분하면 굽힘변형 및 횡방향 전단변형 에너지로 구성되며, 모드가 증가할수록 횡방향 전단변형 에너지가 증가한다. 이방성 재료인 복합재료에서 횡방향이 섬유방향에 비해 큰 감쇠값을 가지기 때문에 모드가 증가할수록 시스템의 감쇠값은 크게 나타난다. 이러한 현상은 길이-두께비가 작아질때와 동일한 현상으로 진동실험시 걸보기 감쇠량이 증가하는 이유이기도 하다.

수동감쇠 처리는 모드별로 변형을 에너지가 가장 큰 위치인 3 곳을 고려하였다. 패치 1.은 유한요소(1,2,3), 패치 2.는 유한요소(4,5,6), 패치 3.은 유한요소(7,8,9)에 감쇠 처리한 경우이다. 그림 4.은 패치 1.의 예를 보여준다. 보의 윗쪽에는 EMSD 처리이고, 아래쪽은 섀트감쇠를 나타낸다. 식 (1)의 전체 강성행은 주파수에 따라 변하기 때문에 고유치 해석은 반복 계산을 하였다.

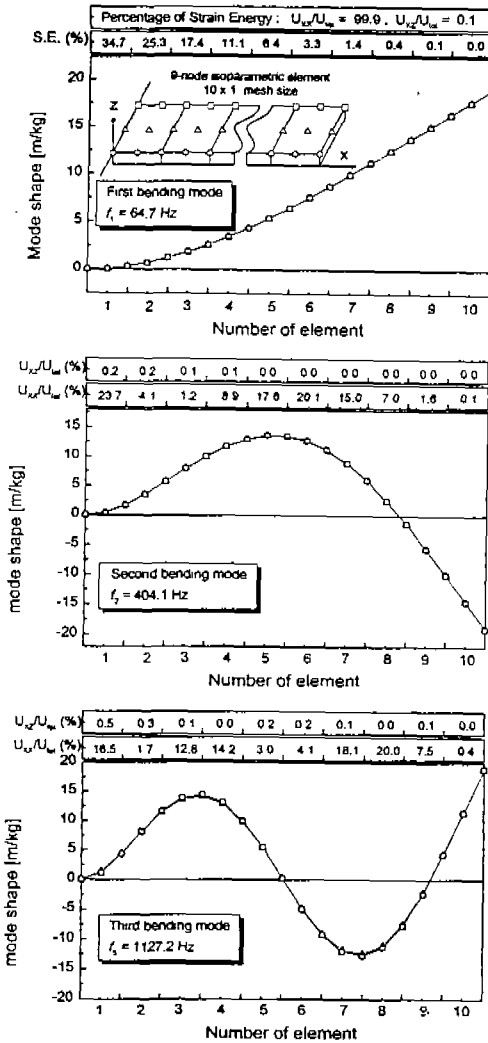


Fig. 3 Mode shapes and strain energy distribution for cantilevered base beam

온도와 모드별 감쇠 특성을 그림 5에 표시하였는데, 섀트감쇠는 저항을 조정하여 최고 감쇠를 나타낼때의 값으로 해석하였다. 패치 1.의 첫번째 모드 감쇠값을 각 층별로 영향성을 분류하면 그림 6.와 같은데, 온도에 따라 섀트 감쇠값은 일정한 값을 유지하는데 비해

EMSD의 점탄성 층은 온도에 영향을 받으므로 전체 감쇠에 영향을 미치게 되며 EMSD의 섀트층은 온도가 낮은 경우 전체 감쇠에 다소 영향성을 가진다. 온도 10 °C에서 전체 감쇠량과 각 층별 변형을 에너지를 대비하면 그림 7.과 같다. 점탄성층의 횡전단 변형을 에너지는 2.7%에 불과하지만 전체 감쇠량 대비 27.7배의 감쇠값을 가지기 때문에 전체 감쇠량에 73.7%의 비율을 차지한다.

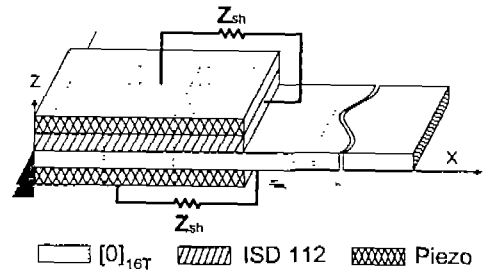


Fig. 4. Cantilevered beam with passive damping treatments

5. 결론

점탄성 층 및 저항 섀트압전판에 의한 수동 감쇠 효과를 모드 변형을 에너지법으로 분석할 수 있음을 확인하였다.

참고문헌

1. Kerwin, E.M., "Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer", *Journal of the Acoustical Society of America*, 1959, 31, pp. 952-962.
2. Nashif, A.D., Jones, D.I.G. and Henderson, J.P., "Vibration Damping", New York: John Wiley,

1985.

3. Hagood, N. W., and Flotow, A. V., "Damping of structural Vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks", *Journal of Sound and Vibration*, 1991, **146**, pp. 243-268.
4. Ghoneim, H., "Application of the eletro mechanical surface damping to the vibration control of a cantilever plate", *Journal of Vibration and Acoustics*, 1996, **118**, pp. 551-557
5. 조기대, 한재홍, 이인, "점탄성 재료로 구속 감쇠 처리된 복합 적층판의 진동 및 감쇠 해석", 한국복합재료학회, 제 11 권, 제 5 호, 1998, pp. 38-47.

Table 1. Material properties for the composite, viscoelastic, and piezo material.

properties	Gr/Ep	V.E.	Piezo
	HFG's	3M's	Fuji's
	CU-125	ISD 112	C-82
E_1 (GPa)	130	$E(f, T)$	59
E_2 (GPa)	9.6	$E(f, T)$	59
G_{12} (GPa)*	4.8	$G(f, T)$	22
G_{23} (GPa)*	3.2	$G(f, T)$	21
ν_{12}	0.31	0.49	0.34
ρ (kg/m ³)	1570	970	7400
k_{31}	-	-	0.36
η (%)**	$\eta_1 = 0.091$	$\eta(f, T)$	1.429
	$\eta_2 = 0.620$		
	$\eta_3 = 0.829$		

* $G_{13}=G_{12}$ for Gr/Ep, $G_{13}=G_{23}$ for piezo

**The shear loss factor for V.E. and piezo are assumed to be the same for all planes.

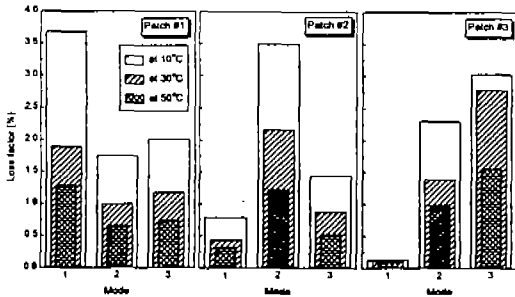


Fig. 5. Variations of total damping according to mode and environmental temperature

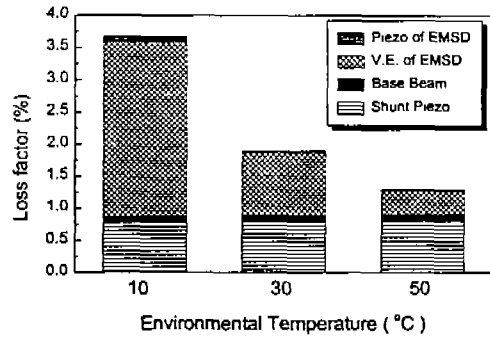


Fig. 6. Contribution of each layer to total damping ; patch #1, mode 1

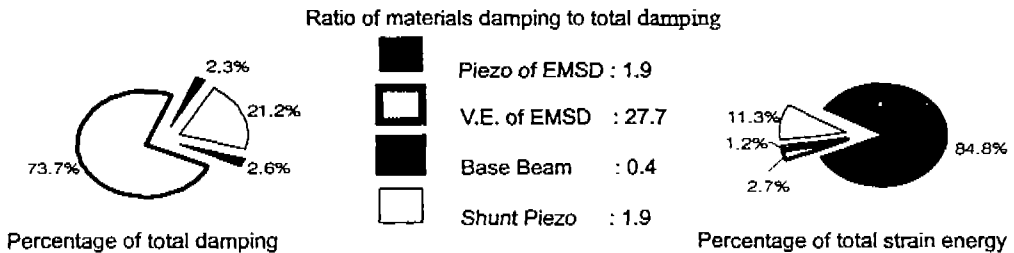


Fig. 7 Contribution of damping and strain energy for each layer to total damping; pacht #1, mode 1, 10°C