보강 개구부가 있는 복합재료 원통셸의 축방향 하중에 따른 응력해석

(Stress Analysis on Composite Cylindrical Shells with a Reinforced Cutout Subjected to Axial Load)

이영신 (충남대 공대), 류충현* (충남대 대학원), 김영완 (여수대 공대)
Young Shin Lee (Chungnam National Univ.), Chung Hyun Ryu (Graduate School, Chungnam National Univ.), Young Wann Kim (Yosu National Univ.)

ABSTRACT

The stress distribution around the cutout of composite cylindrical shells with a circular or elliptical reinforced cutout subjected to axial compression or tension is studied by asymptotic method. Analytical solutions used a Donnell type orthotropic shell theory are presented by the defined stress concentration factor and are compared to experimental results. The experiment used the universal testing machine (UTM), strain gage and fixtures designed/manufactured for axial tension test of a cylindrical shell is carried and the composite material used in the experiment is plain weave glass fiber reinforced plastic (GFRP).

1. 서론

원통셸은 많은 구조물에 널리 사용되며 구조적 또는 기하학적 요구 조건에 의해 다양한 형태의 개구부를 갖게된다. 이러한 개구부의 응력집중문제는 비행기 동체, 미사일 외피, 원자력 압력용기, 보일러, 두 개의 파이프가 교차하는 연결부, 잠수함의 외피, 수력발전소의 압력관 등의 설계분야에서 중요하게 다루어지고 있다.

등방성 및 적층 복합재료 판에 대한 개구부 주위에서의 응력해석은 여러 연구자들에 의해 수행되었다. 원형 개구부를 갖는 원통셸에 대한 연구는 1900년대 중반부터 시작되었다. Lur'e[1]는 1946년 섭동법을 이용하여 무차원 곡률매개변수를 정의하였고 축방향 인장 및 내부압력을 받는 원통셸에 대해 Hankel 및 Krylov함수를 이용하여 해를 유도하였다. 타원형 개구부를 갖는 원통셸에 대한 응력해석은 Murthy[2]에 의해 이루어졌으며 복합재료 원통셸이 원형 개구부를 갖을 때에 대한 응력해석은 Mukoed[3]가 수행하였다. 또한 보강 개구부에 대한 연구[4,5]도 수행되고 있으나 미흡한 실정이다. 그리고, 국내에서 이영신[6,7]은 보강 개구부가 있는 적층 원통셸의 좌굴 및 진동해석을 유한요소법을 이용하여 수행하였으며, 보강 개구부가 있는 등방성 강재와 적층 복합재료 원통셸의 응력해석을 유한요소법, 이론적 해석과 실험적 방법을 통하여 연구하였다.

본 연구에서는 보강 원형 및 타원형 개구부를 갖는 GFRP 평직 복합재료 원통셸에 축방향 압축력 및 인장력이 작용할 경우의 응력해석을 수행하였다. 보강형태는 원통셸과 동일한 적층인 패드(pad) 형태이며 이론해석은 복합재료 원통셸을 직교이방성 원통셸로 근사하여 전개하였다.

2. 이론 해석

본 연구에서 고려한 개구부가 있는 원통셸의 형상 및 좌표계를 Fig. 1에 나타내었다. 여기서 R, r_0, t는 각각 원통셸의 반경, 개구부의 반경 및 두께이며, $\rho_o = r_o/R$는 개구부의 크기를 나타낸다. 또한, 원통셸의 길이는 원통셸의 반경에 비해 매우 길다고 가정하였다. 좌표계는 x, y, z로 나타낸 기본 직각 좌표계, ξ, φ, z의 전개된 개구부 직각 좌표계와 α, β, z의 전개된 개구부원통 좌표계, ρ, θ, z의 투영 원통 좌표계를 사용하였다. 여기서, 투영 원통 좌표계의 ρ는 반경방향 위치를 나타내는 r과 원통셸의 반경의 비인 r/R을 나타낸다.

대칭적층 복합재료는 연성강성계수가 0이 되어 해석이 용이하며 개구부 직각 좌표계에서의 재료의 물성은 강성과 변형률간의 관계를 나타내는 신

장강성계수 A_{ij}를 사용하여 정의할 수 있다[8].이를 이용하여 각 축에 대한 원통셸의 기계적 특성을 나타낼 수 있으므로 직교 이방성 원통셸로 고려할 수 있다.

$$E_\xi = \frac{\sigma_\xi}{\varepsilon_\xi^0} = \frac{N_\xi/t}{A_{11}' N_\xi} = \frac{1}{tA_{11}'} \tag{1a}$$

$$E_\phi = \frac{\sigma_\phi}{\varepsilon_\phi^0} = \frac{N_\phi/t}{A_{22}' N_\phi} = \frac{1}{tA_{22}'} \tag{1b}$$

$$G_{\xi\phi} = \frac{\tau_{\xi\phi}}{\gamma_{\xi\phi}^0} = \frac{N_{\xi\phi}/t}{A_{66}' N_{\xi\phi}} = \frac{1}{tA_{66}'} \tag{1c}$$

$$\nu_{\xi\phi} = -\frac{A_{12}'}{A_{11}'} \tag{1d}$$

여기서 ε_i^0는 중앙면의 변형률이고 A_{ij}'은 신장강성계수 행렬의 역행렬이다.

개구부가 있는 Donnell형 직교 이방성 원통셸에 대한 해석은 Mukoed[3]의 연구에 따라 지배방정식은 다음과 같다.

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \lambda\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right)\nabla^2 - 4\,\mu^2 i\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right]\chi = 0 \tag{2}$$

여기서 λ는 이방성을 나타내며 χ은 직교 이방성 원통셸에 대한 변위-응력함수이다.

$$\lambda = \frac{E_\phi}{E_\xi} \tag{3}$$

$$\chi = w + i\frac{2}{t^3}\sqrt{\frac{3\,(1-\nu_{\xi\phi}\nu_{\phi\xi})}{E_\xi E_\phi}}\,\Phi \tag{4}$$

$$\mu = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R}{t}}\,[12\lambda\,(1-\nu_{\xi\phi}\nu_{\phi\xi})]^{1/4} \tag{5}$$

식(2)을 전개하면

$$\left(\nabla^4 - 4\,\mu^2 i\,\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)\chi = \iota\,\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\nabla^2\chi \tag{6}$$

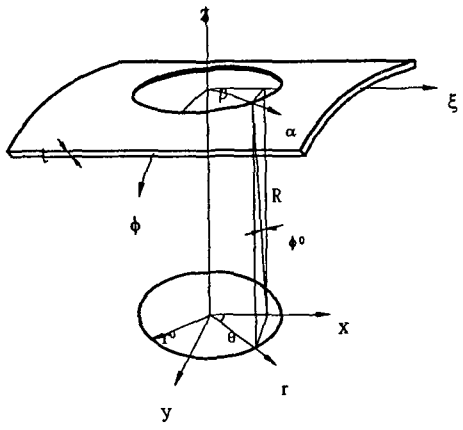

Fig. 1 Coordinate systems for the cylindrical shell with a cutout (ρ = r/R)

$$\iota = 1 - \lambda \tag{7}$$

따라서 식(6)은 다음과 같이 나뉘어진다.

$$\left(\nabla^4 - 4\,\mu^2 i\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)\chi_0 = 0 \tag{8a}$$

$$\left(\nabla^4 - 4\,\mu^2 i\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)\chi_k = \frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\nabla^2\phi_{k-1} \tag{8b}$$

여기서 k = 1, 2, ... 이며 식(8a)는 등방성 원통셸의 지배방정식과 동일한 제차방정식이고 식(8b)는 재료의 이방성으로 인해 나타나는 특수방정식이다. 이론해는 특수해에 비하여 제차해의 영향이 지배적이므로 본 논문에서는 제차해만을 고려한다.

원통셸과 보강부분은 서로 두께가 다르기 때문에 불연속이 존재하게 되는데 이러한 불연속부에 대해서는 모멘트비를 정의하여 보강부와 원통셸에 경계조건으로 적용하여 해석하였다.

3. 응력해석 실험

이론해석 결과와의 비교/검토를 위하여 원형 및 타원형 개구부가 있는 복합재료 원통셸에 대한 응력실험을 수행하였다. 원형 개구부에 대해서는 이영신[7] 등의 압축실험을 이용하였으며 타원형 개구부에 대해서는 인장실험을 수행하였다.

시편에 사용된 재료는 유리섬유강화(GFRP) 평직 복합재료이며 Table 1에서 각 시편의 기하학적 형상을 나타내었다. 원형 개구부를 갖는 원통셸의 적층은 $[0/45/90]_s$로 6적층이고 타원형 개구부를 갖는 원통셸의 경우는 $[0_2/\pm45_2/90_2]_s$로 16적층이다. 원형 개구부의 반경(r_o)은 30㎜이며 타원형 개구부의 장반경(a)는 45㎜, 단반경(b)는 32㎜이다.

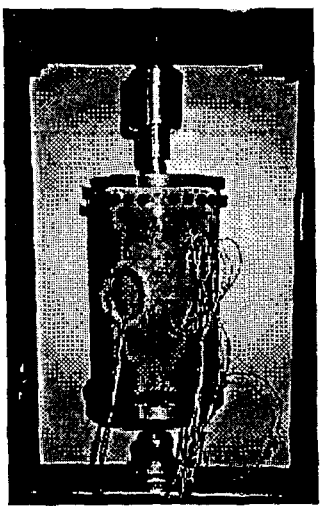

Fig. 2 Experimental setup for a axial tension test of the cylindrical shell with a reinforced elliptical cutout

$$SCF^m = \frac{\text{Stress Resultant}}{\text{Nominal Membrane Stress Resultant}} \quad (9a)$$

$$SCF^b = \frac{6}{t}\frac{\text{Stress Couple}}{\text{Nominal Membrane Stress Resultant}} \quad (9b)$$

$$SCF = SCF^m \pm SCF^b \quad (9c)$$

Table 2는 원형 개구부를 갖는 원통셸 시편재료의 물성과 타원형 개구부를 갖는 원통셸 시편재료의 물성을 나타내었다. 타원형 개구부의 경우가 원형 개구부의 경우보다 탄성계수의 값은 크지만 전단탄성계수의 값은 작다. 또한 푸아송비는 원형 개구부의 경우가 더 크다.

원형 개구부를 갖는 원통셸은 축방향 압축실험을 수행되었으며 타원형 개구부를 갖는 원통셸은 축방향 인장실험을 수행하였다. 축방향 인장실험은 원통셸의 양끝에 각각 원주방향으로 30개의 볼트를 이용하여 하중을 가하는 원통셸 인장용 치구를 설계/제작하여 수행하였다. Fig. 2는 인장용 치구와 결합된 시편과 스트레인 게이지의 위치를 보이고 있다. 스트레인 게이지는 개구부의 끝단을 따라 $\theta=0^\circ$, 45°, 90°에 설치하였으며 φ방향으로 게이지들의 간격 d=13㎜을 갖도록 설치하였다. 그리고, 공칭 변형률을 얻기 위해 개구부의 반대편에 게이지를 설치하였으며 여기에서 획득된 변형률은 변형률집중계수를 계산할 때 기준으로서 이용된다. 또한, 원통셸의 안쪽면과 바깥쪽면의 변형률 차를 측정하기 위해 양쪽면에 게이지를 설치하였다.

Table 1 Dimensions of the specimens.

(unit : ㎜)

Dimension \ Cutout	Circular	Elliptical
Radius of the cylindrical shell (R)	120.0	107.0
Thickness (t)	1.6	2.2
Length (L)	300.0	370.0
Orientation	$[0/45/90]_s$	$[0_2/\pm 45_2/90_2]_s$
Circular cutout radius (r_o)	30.0	-
Major radius of elliptical cutout (a)	-	45.0
Minor radius of elliptical cutout (b)	-	32.0

Table 2 Material properties of cylindrical shells.

Properties	Unit	Cutout	
		Circular	Elliptical
Longitudinal modulus (E_1)	GPa	16.1	26.2
Transverse modulus (E_2)	GPa	16.1	26.2
Longitudinal shear modulus (G_{12})	GPa	6.95	4.9
Poisson's ratio (ν_{12})	-	0.26	0.12

4. 결과 및 고찰

이론해는 반경방향과 원주방향에 대하여 합응력성분인 막응력집중계수와 합모멘트 성분인 굽힘응력집중계수로 구해지며 이들 두 성분을 조합하여 일반적으로 설계에서 사용되는 응력집중계수를 얻을 수 있다. 식(9)은 본 연구에서 정의한 응력집중계수를 나타낸 것이며 SCF^m는 막응력집중계수를, SCF^b는 굽힘응력집중계수를 그리고, SCF는 일반적 의미의 응력집중계수를 나타낸다.

실험 결과들은 개구부 주위에서 측정된 변형률을 개구부 반대쪽에서 측정된 변형률로 나누어 이론해의 응력집중계수에 대응되는 변형률집중계수로 나타내었으며 실험 결과와 비교하여 이론해의 타당성을 검증하였다.

Fig. 3은 보강 원형 개구부를 갖는 복합재료 원통셸이 축방향 압축하중을 받을 경우에 대한 이론 및 실험결과이다. t^r은 보강부의 두께를 나타내며 보강부는 ρ=0.5~0.65의 영역이다. 개구부 끝단에서는 θ=90°에서 최대의 응력집중계수를 보이며 두께의 불연속부 즉, 보강부와 원통셸이 접하는 부분에서 응력집중계수가 불연속인 것을 확인할 수 있다. 또한 굽힘응력성분이 막응력성분보다 개구부의 응력성분에 지배적인 영향을 보인다. 개구부 끝단에서의 최대 응력집중계수는 실험에서 약 3, 이론해석에서 대략 4이며 이러한 차는 실험에서 스트레인 게이지를 이상적으로 개구부 끝단에 부착할 수 없는 실험의 제약성 때문이다. 따라서 이를 고려한다면 비교적 잘 일치한다고 생각할 수 있다. 그러나, 원통셸에서는 이론과 실험결과가 매우 큰 차를 보이는 것을 볼 수 있으며 이는 모멘트비의

적용에 인한 것으로 보인다.

Fig. 4는 보강 타원형 개구부를 갖는 복합재료 원통셸이 축방향 인장하중을 받을 경우에 대한 응력집중계수를 나타낸다. 타원형 개구부의 장반경은 45㎜, 단반경은 32㎜이며 보강부의 장반경은 55㎜, 단반경은 42㎜이다. 원통셸의 두께 t=2.2㎜이고 보강재의 두께 t_r'=4.6㎜로 보강 원형 개구부에 대한 경우보다 두께차가 더 크다. 그리고, 보강부의 폭이 원형 개구부의 경우보다 좁아 게이지를 1개 부착하였다. 보강 원형 개구부에 대한 경우와 마찬가지로 보강부에 대한 결과는 대체로 일치하나 원통셸에 대한 결과는 상당히 큰 차이를 보인다. 그 원인은 원형 개구부의 경우와 동일한 것으로 고려된다.

4. 결론

본 논문은 보강 원형 및 타원형 개구부를 갖는 복합재료 원통셸이 축방향 하중을 지지할 경우, 개구부주위에 발생하는 응력집중을 이론적 방법과 실험적 방법으로 고찰하였다. 제시된 모든 결과들은 공칭응력에 대하여 무차원화 된 응력집중계수로 나타내었다. 따라서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 축방향 하중을 받을 경우 최대 응력집중은 θ =90°에서 발생되며 굽힘응력성분이 지배적이다.

2) 개구부 끝단의 응력집중을 스트레인 게이지를 이용하여 측정할 경우 게이지의 부착의 제한성문제로 인해 약간의 차를 보인다.

3) 개구부 끝단에서의 응력집중계수는 본 논문에서 개발된 이론해석결과와 잘 일치한다.

4) 모멘트비로 원통셸의 경계조건을 정의하는 것은 등방성에서는 잘 모사되나 복합재료에서는 수정이 필요하다.

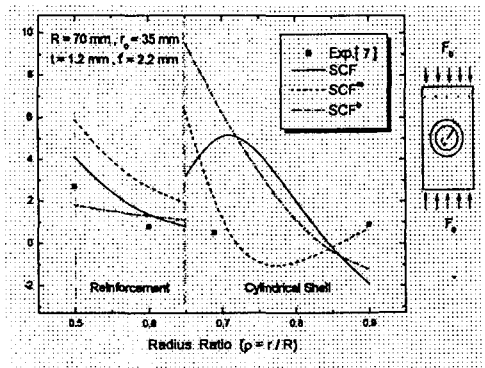

Fig. 3 Comparison of stress concentration factors on the cylindrical shell with a reinforced circular cutout from analytical and experimental results at θ =90°.

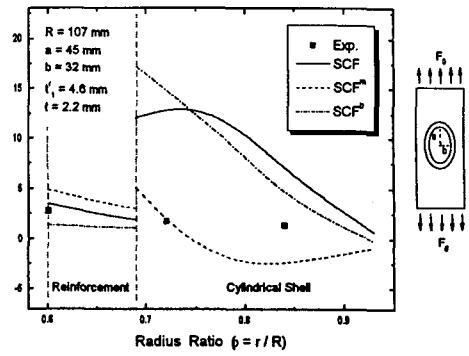

Fig. 4 Comparison of stress concentration factors on the composite cylindrical shell with an one-step elliptical reinforced cutout from analytical and experimental results at θ =90°

참고문헌

(1) Lur'e, A. I., 1960, "Concentration of Stress in the Vicinity of an Aperture in the Surface of a Circular Cylinder," *Prikl. Mat. I. Mekh.*, Vol. 10, (1946), pp. 397~406 (English translation by N. Brunswick, New York Univ. Institute of Mathematical Sciences).

(2) Murthy, M. V. V., 1969, "Stresses Around and Elliptic Hole in a Cylindrical Shell," *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 36, No. 1, pp. 39~46.

(3) Mukoed, A. P., 1970, "Stress State in the Vicin -ity of a Circular Hole in a Cylindrical Orthotropic Shell," *Soviet Applied Mechanics*, Vol. 6, No. 11, pp. 537~551.

(4) Bennett, J. G., Dove, R. C., and Butler, T. A., 1982, "An Investigation of Buckling of Steel Cylinders with Circular Reinforced Cutouts," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 69, pp. 229~239.

(5) Shnerenko, K. I., "Stress Concentration Around Reinforced Holes in Shells Made of Composite Materials," *Prikladnaya Mekhanika*, Vol. 25, No. 1, pp. 88~93.

(6) 이영신, 허남일, 1993, "구멍이 있는 보강된 적층 원통셸의 좌굴 및 진동해석," 韓國航空宇宙工學會, 秋季學術大會 論文集, pp. 437~440.

(7) 이영신, 송선영, 1998, "보강개구부를 갖는 Steel 및 GFRP 적층복합재료원통셸의 구조응력해석," 韓國複合材料學會論文集, 第 11 卷, 第 4 號, pp. 55~63.

(8) Gibson, R. F., 1994, *Principles of Composite Materiral Mechanics*, McGraw-Hill.