

Z-단면 복합재 스트링거의 크리플링 해석

Crippling Analysis of Z-Section Composite Stringers

최상민* · 권진희 (경상대학교)

1. 서론

항공기 날개 및 동체의 보강재로 사용되는 스트링거가 압축하중을 받게되면 플렌지와 웹에서의 부분좌굴이 발생하고 이는 좌굴이 발생하지 않은 부분에 과도한 하중이 걸리게 하여 스트링거의 전체적인 하중지지능력을 현저히 감소시킨다. 이러한 손상의 형태가 크리플링(Crippling)이다.

복합재 스트링거의 크리플링 현상을 유한요소법으로 규명하기 위해서는 스트링거 웹에서의 부분좌굴 이후의 대변형을 고려할 수 있는 비선형 유한요소 해석기법의 개발, 초기 파손 이후 치명적 파손이 발생할 때까지의 강성 변화를 묘사할 수 있는 적절한 손상해석기법의 확립, 강성저하를 모델링할 수 있는 비선형 수치기법 개발 등의 삼단계 연구가 이루어져야 한다. 따라서 지금까지는 대부분 실험적인 방법에 의해 복합재 스트링거의 크리플링 용력을 결정하여 왔다[1, 2].

복합재 구조물이 좌굴 등의 이유로 대변형을 받게 될 경우에 대한 비선형 유한요소 정식화 과정은 참고문헌 [3]에 제시되어 있으며 복합재 스트링거의 크리플링 해석에서도 동일하게 적용될 수 있다. 복합재 구조물의 점진적 파손해석을 위한 연구는 1970년대부터 본격적으로 시작되어 다양한 파손이론 및 강성저하모델들이 제시되어 왔다 [4-7]. 복합재 구조물의 강도해석을 위해 필수적인 초기파손 후 강성저하모델의 선정은 비선형 수치기법에 대한 검토와 함께 이루어져야 하며 참고문헌 [8] 등에 제시된 기존의 수치기법으로는 강성저하 모델을 선정하는데 제약이 따르게 된다 [9].

본 논문에서는 비선형 유한요소법을 사용하여 Z-단면 복합재 스트링거의 부분좌굴 및 크리

플링 용력을 계산한다. 초기파손 후의 강성저하를 고려하기 위해 완전제하모델(Complete Unloading Model)에 근거한 점진적 강성저하기법을 사용하였다. 유한요소해석의 타당성 검토를 위해 참고문헌 [2]의 실험결과와의 비교 자료를 제시하였다. 또한 스트링거의 플렌지 폭 및 웹 높이가 좌굴 및 크리플링 용력에 미치는 영향에 대한 인자연구의 결과를 제시하였다.

2. 유한요소해석

2.1 비선형 유한요소 방정식

본 연구에서 유한요소 이상화를 위해 사용한 요소는 9절점 적층 쉘요소이다. 요소의 형상함수는 국부좌표계의 2차함수로 구성하였다. 비선형 정식화기법으로는 부분좌굴 후의 대변형을 묘사하기 위해 2nd Piola-Kirchhoff 응력과 Green의 변형률을 기본으로 한 Updated Lagrangian 중분이론을 사용하였다. 직교이방성 복합재 단층(Laminae)을 적층한 쉘요소에 대한 비선형 유한요소방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다 [3].

$$([K_L] + [K_{NL}])(\Delta U) = -\{\Delta P\} \quad (1)$$

여기서

$$[K_L] = \int \int \int_{V_e} [B_L^T]^T [D^n] [B_L^n] dV \quad (2)$$

$$[K_{NL}] = \int \int \int_{V_e} [B_{NL}^T]^T [\bar{\sigma}^n] [B_{NL}^n] dV \quad (3)$$

$$\{\Delta P\} = \int \int \int_{V_e} [B_L^T]^T \{\sigma^n\} dV - \{F^{n+1}\} \quad (4)$$

식 (1)에서 $[K_L]$ 과 $[K_{NL}]$ 은 식 (2)와 (3)에 제시된 바와 같이 점선강성행렬의 선형 성분과 비선형 성분이다. 식 (2)~(4)에서 $[B_L^T]$, $[B_{NL}^T]$, $[D^T]$ 은 각각 임의의 n 번째 평형단계를 기준으로 한 변형률-변위 관계 행렬과 변위-미분변위 관계행렬 및 응력-변형률 관계 행렬이다[3]. 또한 $\{F^{n+1}\}$ 은 $n+1$ 번째 평형상태에서의 외부하중 벡터이고, $\{\sigma\}$ 와 는 참고문헌 [3]에 주어진다.

2.2 파손모델

본 연구에서 스트링거의 점진적 파손해석을 위해 사용한 강성저하 기법은 Chou 등[5]이 제안한 완전제하 방법이다. 이 방법은 파손 후 하중지지도도를 가장 보수적으로 평가할 뿐만 아니라 Graphite /Epoxy 복합재료와 같이 취성이 강한 재료에 적절한 모델이다. 다만 갑작스럽게 지지하중을 제거할 때 발생하는 힘의 불균형으로 인해 평형경로의 단절현상이 발생하여 해석과정에서 수치적인 문제를 야기하는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 스트링거의 점진적 파손해석을 위한 파손모델로서 완전제하모델을 사용하고 이를 위한 수치적 기법을 개발하여 유한요소 해석을 수행한다.

2.3 수치해석 기법

본 연구에서 좌굴 후 점진적 파손해석을 위해 사용한 수치기법은 참고문헌 [9]에 제시된 수정 호길이법이다. 수정 호길이법에서는 파손된 층의 강성 및 지지응력 제거로 말미암아 발생하는 하중경로의 불연속을 정량화하여, 호길이를 결정할 때 이를 고려할 수 있다.

3. 문제설명

본 연구에서 고려한 Z-단면 복합재 스트링거 형상과 경계조건은 Fig. 1에 제시하였다. 기존 실험결과 [2]와의 비교를 위해 AS4/3502의 재료상수, $E_1 = 18.5$ Msi, $E_2 = 1.64$ Msi, $G_{12} = 0.87$ Msi, $\nu_{12} = 0.3$, $X_T = 210$ ksi, $X_C = 210$ ksi $Y_T = 7.5$ ksi, $Y_C = 29.9$ ksi, $S = 13.5$ ksi를 사용하였다.

4. 해석 결과 및 분석

4.1 실험결과와의 비교

유한요소해석 결과의 검증을 위해 Table 1에 기존 실험결과 [2]와의 비교 자료를 제시하였다. 유한요소해석의 결과 시편의 초기결함을 고려하지 않았음에도 불구하고 크리플링 응력과 부분좌굴응력은 각각 실험치를 기준으로 최고 10.3 %와 11.2 %의 오차를 보이는 것을 볼 수 있다. 시편 자체의 재료적, 기하학적 초기결함 및 수직정렬오차 등 압축시험에 포함되어 있는 불확실성을 고려할 때 제시한 유한요소 알고리즘이 복합재 스트링거의 부분좌굴 및 크리플링 응력을 대단히 잘 모사하고 있음을 알 수 있다. 또한 최고 10% 내외의 오차로 크리플링 응력을 예측할 수 있다면 유한요소법이 실제 복합재 스트링거의 설계를 위한 방법으로 사용될 수 있는 충분한 가능성을 보여주는 것이다.

4.2 좌굴응력

Figure 2는 복합재 스트링거의 초기좌굴 응력에 대한 플렌지 폭의 효과를 나타낸 것이다. 그림에서 좌굴응력은 플렌지폭 $b_f = 0.5$ inch 근처에서 최대가 되고 플렌지 폭이 커지거나 작아질수록 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이것은 스트링거의 좌굴 모우드를 검토함으로써 쉽게 설명될 수 있다.

첫째로 플렌지 폭이 0.25 inch 이하인 경우 플렌지의 효과가 작아지면서 스트링거는 평판에 가까워진다. 따라서 Fig. 3에 제시된 바와 같이 스트링거의 초기좌굴은 전체좌굴의 형태로 발생하며 단면전체의 굽힘관성모멘트 I 의 값이 낮기 때문에 평판의 좌굴에 가까워지고 따라서 좌굴응력은 매우 낮다. 반면에 플렌지 폭이 커짐에 따라 스트링거의 I 값이 커지면서 부분좌굴과 전체좌굴이 연계되는 양상을 보이게 되며 좌굴응력은 최대가 된다. Fig. 4에 제시된 A050($b_f = 0.50$ inch) 스트링거가 여기에 해당된다. 플렌지 폭이 충분히 클 경우에는 플렌지와 웹에서의 부분좌굴이 먼저 나타나고 부분좌굴로 인한 변형이 점점 커지면서 크리플링에 도달하게 된다 (Fig. 5). 플렌지 폭이 큰 스트링거의 부분좌굴은 주로 플렌지에서 평판좌굴의 형태로 발생하게 되는데

Z-단면 스트링거의 플렌지는 길이방향으로 볼 때 한쪽은 웹에 의해 단순지지되고 다른 한쪽은 자유경계가 되기 때문에 좌굴응력은 높지 않다.

웹 높이의 변화에 따른 좌굴응력의 변화에 대한 인자연구의 결과는 Fig. 6에 제시하였다. 좌굴응력은 대체로 웹 높이 $b_w = 1.0_inch$ 근처에서 최대가 되고 웹 높이가 커질수록 플렌지에 의한 구속효과가 줄어들기 때문에 낮아진다. 또한 웹의 높이가 1.0 inch 보다도 작아지면 단면 전체의 굽힘관성모멘트값이 작아져서 평판에 가까워지며 좌굴응력이 감소하게 된다.

4.3 크리플링 응력

스트링거의 설계기준이 되는 크리플링 응력에 대한 플렌지 폭의 효과는 Fig. 7에 제시하였다. 크리플링 응력은 좌굴응력과는 달리 스트링거의 플렌지와 웹에서 부분좌굴이 나타나는 경우, 즉 플렌지 폭이 0.50 inch 이상일 때 높은 값을 나타내고 있다. 반면에 플렌지의 폭이 0.50 inch보다 작아지면 크리플링 응력은 급격히 감소한다. 이것은 스트링거가 플렌지나 웹에서의 부분좌굴 없이 곧바로 전체좌굴이 되면 좌굴응력은 어느 정도 증가하지만 초기좌굴에 의해 스트링거 전체가 한꺼번에 굽힘모멘트를 받게 되고 따라서 부분좌굴 이후에도 모서리 부분에서 추가적인 압축하중을 지지할 수 있는 플렌지 폭이 넓은 스트링거에 비해 쉽게 최종파손에 도달함을 의미한다. 따라서 스트링거의 설계기준이 부분좌굴인지, 혹은 크리플링인지에 따라 스트링거의 설계는 크게 달라지게 된다.

크리플링 응력에 대한 웹 높이의 효과는 Fig. 8에 제시된다. 크리플링 응력은 플렌지 폭의 효과에 비해 웹의 높이에 따라서는 덜 민감하게 변한다. 다만 플렌지의 폭이 0.5 근처일 경우에는 웹의 높이 변화에 따라 스트링거의 좌굴모우드가 민감하게 변하기 때문에 크리플링 응력 혹은 압축강도가 크게 변하는 것을 볼 수 있다. 스트링거의 크리플링 응력에 대한 결과를 플렌지의 폭과 웹의 높이의 비 즉 b_f/b_w 의 관점에서 종합해보면 $b_f/b_w = 0.5$ 근처일 때 크리플링 응력이 최대가 됨을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 지금까지 주로 실험에 의해서 구하였던 Z-단면 복합재 스트링거의 부분좌굴 및 크리플링 응력을 계산할 수 있는 비선형 유한요소 알고리즘을 제시하였다. 다양한 형상을 가진 스트링거에 대한 기존 실험결과와의 비교를 통해 개발된 알고리즘이 복합재 스트링거의 크리플링 응력을 계산하는데 매우 뛰어난 성능을 보이는 것을 입증하였다. 또한 좌굴 및 크리플링 응력에 대한 플렌지 폭과 웹 높이의 영향에 대한 인자연구를 수행하여 플렌지의 폭과 웹의 높이의 비 즉 $b_f/b_w = 0.5$ 근처일 때 스트링거의 가장 효과적으로 압축하중을 지지할 수 있는 것을 확인하였다.

참고문헌

1. D. L. Bonanni et al., "Local Crippling of Thin-Walled Graphite-Epoxy Stiffeners," AIAA J., Vol. 29, 1991, pp. 1951-1959.
2. T. M. Wieland et al., "Scale Effects in Buckling, Postbuckling and Crippling of Graphite-Epoxy Z-Section Stiffeners", CCMS-92-25, VPI, 1992.
3. S. M. Jun and C. S. Hong, "Buckling Behavior of Laminated Composite Cylindrical Panels under Compression," Computers and Structures, Vol. 29, 1988, pp. 479-490.
4. H. T. Hahn and S. W. Tsai, "On the Behavior of Composite Laminates After Initial Failures," J. of Composite Materials, Vol. 8, 1974, pp. 834-855.
5. S. C. Chou et al., "Post-Failure Behavior of Laminates. I - No Stress Concentration," J. of Composite Materials, Vol. 1976, pp. 371-381
6. Tsai, S. W. *Composite Design*, Think Composite, 1988, Dayton USA.
7. F. K. Chang and K. Y. Chang, "A Progressive Damage Model for Laminated Composite Containing Stress Concentrations," J. of Composite Materials, Vol. 21, 1987, pp. 834-855.
8. M. A. Crisfield, "A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure that Handles Snap-Through," Computers and Structures, Vol. 13, 1981, pp. 55-62.

9. J. H. Kweon et al., "Postbuckling Compressive Strength of Graphite /Epoxy Laminated Cylindrical Panels Loaded in Compression," AIAA J., Vol. 33, 1995, pp. 217-222.

후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구과제(과제번호 981-1003-020-2)의 일부로 수행된 것입니다.

Table 1. Comparison of the crippling and local buckling stresses of $[\pm 45/0/90]_s$ stringers by FEM and experiment [2].

No.	b_f (in)	b_w (in)	Area (in ²)	L (in)	Local Buckling Stress				Crippling Stress (ksi)			
					FEM (ksi)	Exp. (ksi)	Aver. (ksi)	Error (%)	FEM (ksi)	Exp. (ksi)	Aver. (ksi)	Error (%)
111s	1.25	1.75	0.17	10	6.94	6.12	6.36	9.2	22.2	20.1	22.1	0.6
						6.60				24.1		
121s	1.00	1.75	0.15	10	10.1	8.94	8.98	13	25.8	27.9	25.4	1.7
						9.02				22.8		
131s	0.75	1.75	0.13	6	15.5	14.5	14.5	6.6	28.8	25.0	26.1	10.3
						14.5				27.2		
141s	0.50	1.75	0.11	6	19.1	16.8	17.2	11.2	31.1	28.9	28.7	8.4
						17.5				28.4		
211s	1.25	1.25	0.15	10	7.27	6.63	6.63	9.5	25.3	26.6	26.9	-4.6
						6.63				27.1		
221s	1.00	1.25	0.13	10	10.9	9.77	9.79	11.4	29.1	29.8	29.9	-2.6
						9.96				30.4		
231s	0.75	1.25	0.11	6	18.7	15.8	17.2	8.9	35.6	31.1	32.8	8.5
						18.4				33.4		
241s	0.50	1.25	0.09	6	31.8	28.7	29.3	8.8	38.1	36.3	36.5	4.5
						29.8				36.6		

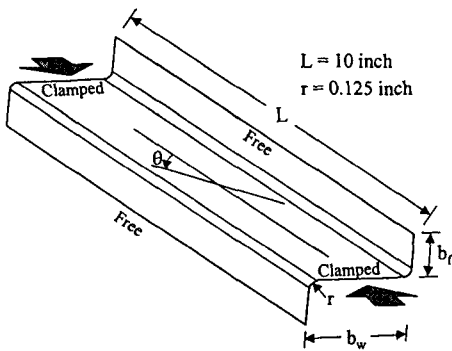


Fig. 1 Configuration of the Z-section stringer.

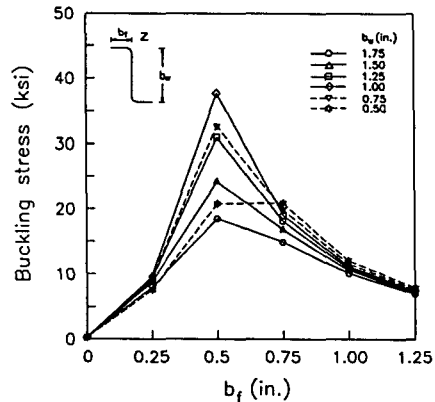


Fig. 2 Effect of the flange-width on the buckling stress

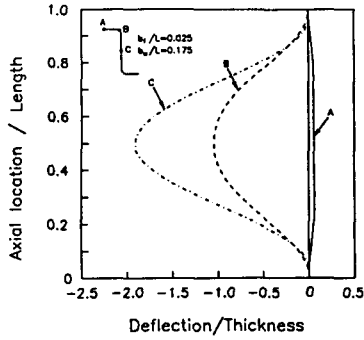


Fig. 3 Deflection curves along the longitudinal axes of the stringer with $b_f = 0.25$, $b_w = 1.75$ inch.

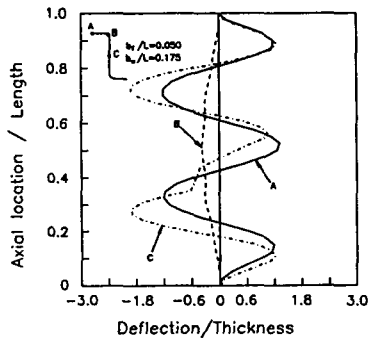


Fig. 4 Deflection curves along the longitudinal axes of the stringer with $b_f = 0.50$, $b_w = 1.75$ inch.

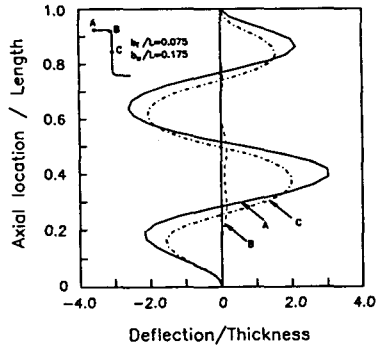


Fig. 5 Deflection curves along the longitudinal axes of the stringer with $b_f = 0.75$, $b_w = 1.75$ inch.

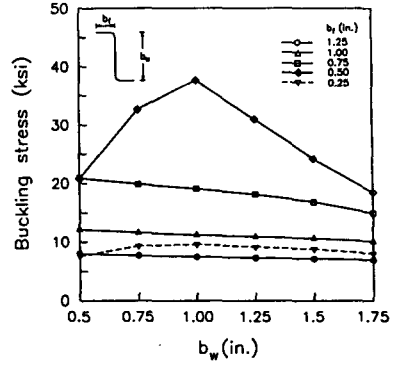


Fig. 6 Effect of the web-height on the buckling stress.

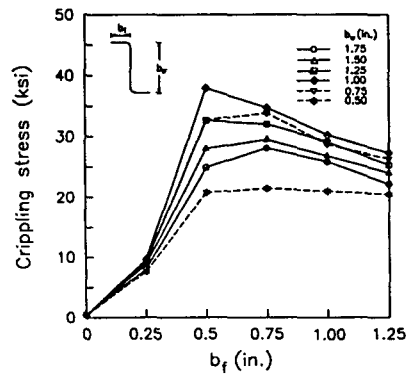


Fig. 7 Effect of the flange-width on the crippling stress.

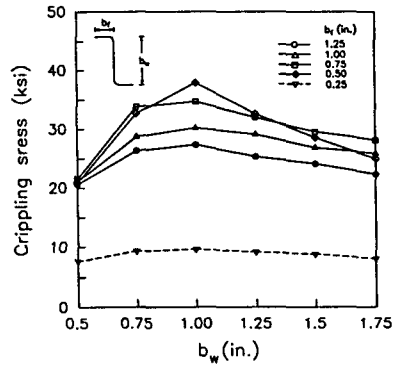


Fig. 8 Effect of the web-height on the crippling stress.