

# 국부 마찰 진동에 의한 복합재료 평판의 진동 모드 해석 및 실험

김승조\*, 황준석\*\*, 김도년\*\*, 진호\*\*

## Numerical Analysis and Experiment of the Vibration of Composite Plate excited by Local Friction

Seung Jo Kim, Joon Seok Hwang, Do Nyun Kim and Ho Jin

### ABSTRACT

진동의 이해를 위한 교육적 목적을 가지고서 복합재료 평판의 진동현상을 가시화하였다. 구조 진동의 특성으로 인해 나타나는 진동 모드의 노달 라인을 가시화할 수 있도록 하였다. 구조물의 가진을 위해 복합재료 평판의 모서리를 마찰 시킴으로써 전체 구조물의 진동을 유도하였다. 제작된 복합재료 평판에 대한 수치해석 결과와 실험 결과를 비교하였다.

### 1. 서 론

공학 분야에서 진동은 큰 비중을 차지하는 문제이므로 다양한 형태의 구조물에 대해 다양한 목적을 가지고서 많은 연구가 진행되는 분야이다.

일반적으로 구조물의 진동에 관한 연구는 구조물의 고유진동수나 고유모드등에 대한 이해를 바탕으로 한다. 이와 같은 진동 특성에 대한 이해는 이론적 바탕도 중요하지만, 현상의 가시화를 통한 방법 또한 필요하다.

본 연구에서는 진동현상의 이해를 돕기 위한 교육적 목적을 가지고서 진동 현상을 가시화할 수 있는 과학원구(scientific toy)를 제작하고, 이에 대한 실험을 수행하였다. 실험 결과의 이론적 바탕을 위해 수치해석을 수행하여 그 결과를 실험 결과와 비교하였다.

### 2. 진동 모드 가시화의 원리

구조물의 진동 형상은 고유 형상의 선형조합으로 나타낼 수 있다. 특정 고유 모드를 가진다면

구조물은 단일 모드의 형상으로 진동한다. 이때 구조물 표면에는 이론적으로 변위가 영이 되는 점들이 존재하고 모달라인은 이러한 점들을 연결한 선으로 표현된다. 진동하는 구조물의 표면에 설탕이나 고운 모래등의 입자를 뿌리면 상대적으로 변위가 작은 영역인 모달 라인 근처에 입자들이 모이게 된다. 이러한 현상을 이용하면 구조물의 진동현상을 가시화할 수 있다.

한편 구조물의 가진은 구조물을 강제 진동시킴으로써 구현할 수 있다. 특정주파수로의 가진이 원활한 가진기를 사용하는 것이 일반적이지만 본 연구에서는 구조물의 특정 영역을 마찰력으로 가진하는 방법을 이용하였다. 비교적 고른 마찰력을 발생시킬 수 있도록 하기 위해 마찰력을 유발하는 도구로는 현악기의 현을 가진하는 활을 이용하였다. 활을 이용하여 충분한 시간동안 구조물에 마찰력을 가하면 구조물의 고유 모드를 가진할 수 있다.

### 3. 제작 및 실험 과정

복합재료 평판의 제작

\* 서울대학교 기계항공공학부

\*\* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

실험 시편의 제작을 위해  $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$  로 적

층한 프리프레그를 Hot Press 를 이용하여 성형하여 복합재료 평판을 제작하였다. 실험 시편에 사용된 복합재료 프리프레그는 SK 케미컬사의 USN125BX 프리프레그이며 두께는 0.122mm 이고 물성값은 Table 1 과 같다. 제작된 복합재료 적층판의 기하학적 형상은 320×220mm 의 직사각형이며 고정을 위한 경계조건은 Fig. 1 과 같이 모서리 부분의 네 점을 고정하였다.

#### 복합재료 평판의 가진 및 측정

복합재료 평판을 진동시키는 방법으로 모서리를 마찰에 의해 가진함으로써 전체 구조물을 가진하였다. 마찰을 가하는 방법은 현악기의 현을 가진하는데 사용되는 활을 이용하였다.(Fig. 2) 마찰력이 고르게 가해질 수 있도록 활을 움직일 때 일방향 운동을 하게 하였다. 마찰 가진에 의한 구조물의 거동을 측정하기 위해 복합재료 평판의 아랫면 가운데에 스트레인 게이지를 부착하였다. Fig. 3 에 마찰 가진에 의한 구조물 진동에 대한 주파수 응답 함수의 한 예를 나타내었다. 그림과 같은 가진의 경우 450Hz 의 가진 주파수로 구조물을 가진하는 효과를 나타낸다.

#### 모달라인의 가시화

진동특성의 가시화를 위해 모달라인을 가시화하였다. 모달라인은 구조물이 고유 모드로 움직일 때 이상적으로는 변위가 영인 점들을 이은 선으로 표현된다. 이때 설탕이나 고운 모래를 평판에 뿌려주면 모달라인 근처에 입자가 모이면서 모달라인이 가시화된다.

### 4. 수치 해석

#### 유한요소 모델링

복합재료 평판의 진동 해석을 위해 유한요소법을 도입하였다. 고전 적층판 이론[1]을 도입하고, 2 차원 구조물인 복합재료 평판을 4 개의 절점을 갖는 사각형 Kirchhoff 평판 요소[2]를 이용하여 모델링하였다. 각 절점 당 1 개의 수직 변위와 2 개의 회전각 ( $w, \theta_x, \theta_y$ )을 자유도로 고려하였다.

평판 요소 내에서의 변위는 다음과 같이 각 절점에서의 자유도를 이용하여 보간된다.

$$w = \sum_{j=1}^{12} u_j \psi_j \quad (1)$$

식(1)에서  $u_j$  는 절점에서의 자유도이고,  $\psi_j$  는 hermite 보간함수이다.

동역학적 지배 방정식을 유한요소 이산화하면 다음과 같은 행렬 형태의 지배 방정식을 얻을 수 있다.

$$M\ddot{U} + KU = F \quad (2)$$

식(2)에서  $U$  는 변위벡터,  $M$  은 질량행렬,  $K$  는 강성행렬 그리고  $F$  는 외력벡터이며 각각은 다음과 같이 표현된다.

$$M_{ij} = \int_{\Omega} \left[ I_0 \psi_i \psi_j + I_2 \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (3)$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \left[ D_{11} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} + D_{12} \left( \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} \right) + 2D_{16} \left( \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} \right) + D_{22} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial y^2} + 2D_{26} \left( \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x \partial y} \right) + 4D_{66} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x \partial y} \right] dx dy \quad (4)$$

$$F_i = \int_{\Omega} \psi_i l(x, y, t) dx dy \quad (5)$$

$$(I_0, I_1, I_2) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) \rho dz \quad (6)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N C_{ij} z^2 dz \quad (7)$$

복합재료 평판의 진동 특성을 해석하는 방법으로 고유치 문제를 해석하였다. 식(2)에서 구한 질량행렬(M)과 강성행렬(K)를 이용하여 고유치와 고유벡터를 구하였다.

#### 유한요소 모델과 가시화 방법

제작된 복합재료 구조물에 대한 유한요소 해석을 수행하였다. 해석을 위한 유한요소 모델은 Fig. 4 와 같이 96×66 의 모델을 사용하였으며 사용된 총 유한요소의 개수는 6336 개이다. 경계조건의 부과는 실험 시편의 경계조건이 잡힌 부분에 해당하는 요소의 네 절점의 자유도를 모두 구속함으로써

구현하였다.

계산된 결과로부터 진동모드의 노달 라인의 가시화를 위해 모달 벡터의 최대값의 5%이하의 영역을 노달 라인으로 정하였다.

### 5. 실험 및 수치해석 결과의 비교

Fig. 5 는 실험적으로 가시화한 진동 모드의 모달라인이다. 이때 측정된 구조물의 진동 주파수는 900Hz 이다. 해당 진동수에 대한 수치해석 결과는 그림 Fig. 6 에 나타내었다. 이 모드는 26 번째 진동 모드로서 해석에 의한 고유진동수는 911.7Hz 이다. 구조물의 주파수 응답 함수는 Fig. 7 에 나타내었다.

### 6. 결론

본 연구에서는 복합재료 적층판을 이용하여 구조물의 진동 특성을 가시화할 수 있는 과학완구 (scientific toy)를 제작하였다. 진동 특성을 표현할 수 있도록 하기 위해 모달라인을 가시화하였다. 제작된 과학완구에 대한 실험 결과와 수치해석 결과를 비교하였다.

본 연구에서 제작한 과학완구는 공학 전공 학부과정에서 진동현상에 대한 이해를 돕기 위한 교재로서 사용될 수 있고, 전공자 뿐만 아니라 과학에 관심 있는 일반인들을 위한 자료로도 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

### 참고문헌

- (1) R.M., Jones, *Mechanics of Composite Materials*, Scripta Book Co., Washington, D.C., 1975
- (2) J.N., Reddy, *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill, New York, 1993

Table 1 복합재료 물성치

$E_{11}$	137.85 Gpa
$E_{22}$	9.83 Gpa
$G_{12}$	5.6 Gpa
$\nu_{12}$	0.295
$\rho$	1532 kg/m <sup>3</sup>

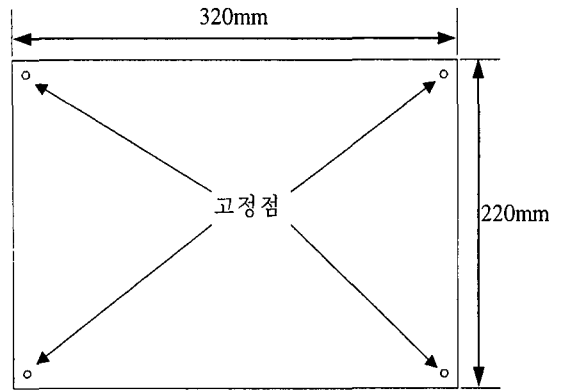


Fig. 1 복합재료 평판의 제원 및 경계조건

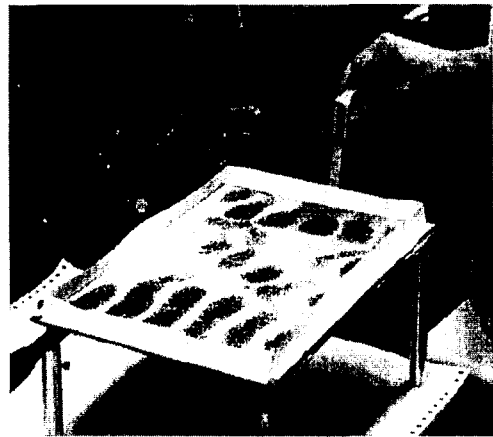


Fig. 2 국소 마찰을 이용한 진동의 가시화

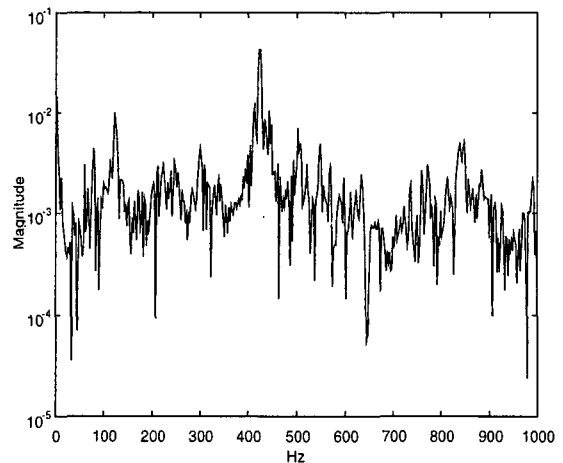


Fig. 3 마찰 가진에 의한 주파수응답함수

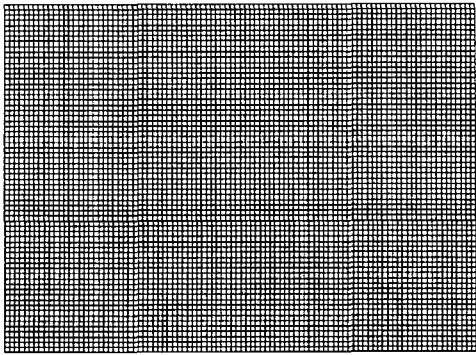


Fig. 4 복합재료 적층판의 유한요소 모델

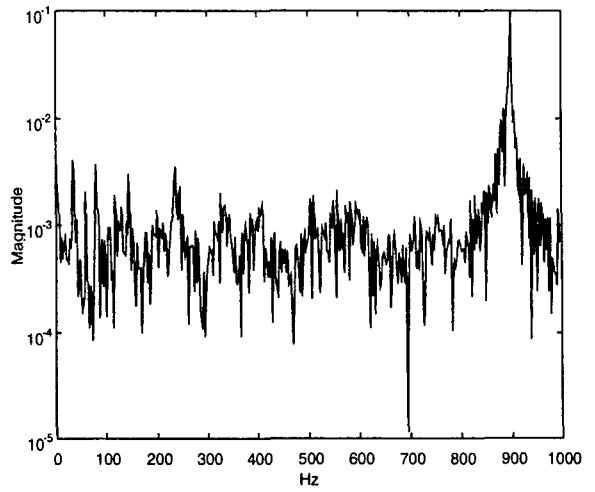


Fig. 7 마찰 가진에 의한 주파수 응답 함수



Fig. 5 복합재료 진동판의 진동 모드 가시화 (실험)

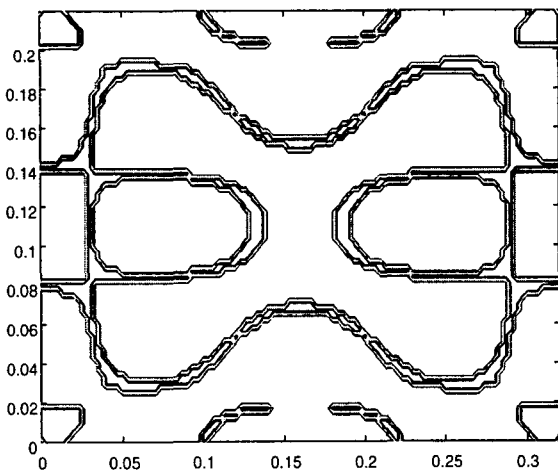


Fig. 6 복합재료 진동판의 진동 모드 가시화 (해석)