

2차원 유사 스펙트럴 해양 음전달 모델링

김기산*, 성우제*

*서울대학교 조선해양공학과

2-D Pseudo-spectral Acoustic Propagation Modeling for Ocean Environment

Keesan Kim* , Woojae Seong*

*Dept. of Naval Architecture & Ocean Engineering, Seoul National University

E-mail : veronik@uwal.snu.ac.kr

요약

본 논문에서는 시간영역에서 해양 음 전달 해석을 위해 엇갈림 격자에서 유사 스펙트럴 알고리즘을 기반으로 한 전산조직을 개발하였다. 유사 스펙트럴 방법은 파수 영역에서 파수에 음압의 푸리에 변환을 곱한 후 이를 역 푸리에 변환함으로써 공간 도함수를 구하는 방법이다. 유사 스펙트럴 방법은 빠른 푸리에 변환법의 사용으로 계산속도가 빠르며, 엇갈림 격자에서 이 방법을 사용하면 음 전달 현상을 정확하고 안정되게 모사할 수 있다. 무한 및 반무한 영역에서 이 알고리즘에 의한 결과가 해석해와 잘 일치함을 확인하였고, 다양한 해양환경에서 시간영역 모델링을 수행하여 스냅사진을 얻어내었으며, 이 스냅사진을 통해 복잡한 해양환경에서 신호의 전파 현상을 파악할 수 있었다.

1. 서론

시간영역에서 음파방정식의 모델링은 주로 저주파 지진파 전달의 연구를 위해 지구물리학자들에 의해 개발, 발전되어 왔다. 수중음향학 분야에서는 전통적으로 신호의 평균 에너지 분포에 대한 정보만을 제공하는 스펙트럼 분석을 선호했다. 이유는 수 KHz에서 수십 KHz에 분포하는 소나 주파수대에서 먼 거리로 음파가 전달될 경우, 시간에 따라 급변하는 해양환경이 신호의 심한 변동을 유발시키지만 주파수 성분의 고유성으로 인하여 스펙트럼 분석은 유효하였기 때문이다. 그러나, 소나의 발전 동향이 저주파대역으로 옮겨가면서 먼 거리에서도 시그널의 안정성이 높아졌고, 예측 가능하게 되어 시간영역의

해에 대한 해석 필요성이 대두되었다[1].

해양 도파관에서 시간영역 음전달 모델링은 기존의 단일 주파수 모델을 푸리에 변환하는 방법과 직접 시간 영역에서 음전달을 모델링하는 방법이 있다. 일반적으로 후자가 전자보다 계산속도가 빠르고 효율성이 높아 널리 사용되고 있다. 직접적인 시간 영역 음전달 모델링은 완전 수치해석법으로 유한 차분법과 유한 요소법이 있으나 고속, 고용량의 컴퓨터를 필요로 하는 단점이 있다. TDDFP(Time domain fast field program)법과 TDPE(Time domain parabolic equation) 법이 정립되어 있으나, TDDFP는 거리 증속 환경에서는 구현될 수 없는 단점이 있고, TDPE는 한 방향 전달 모델이므로 양방향 전달이나 후방산란이 강한 경우는 사용할 수 없는 한계가 있다.

계산속도와 메모리에 있어서 효율적인 유사 스펙트럴 알고리즘이 지구물리학과에서 일찌감치 연구되어 왔다. 유사 스펙트럴법은 Kosloff와 Baysal에 의해 지질 물리학과에 처음 도입되었고[2], 이 방법이 3차원 문제에 적용되었으며[3]. Özdenvar와 McMechan에 의해 수치해가 매우 안정적인, 엇갈림 격자에서 짝수개 데이터를 사용한 푸리에 변환 (even-based Fourier transform)이 도입되었다[4]. 본 논문에서는 유사 스펙트럴 알고리즘을 사용하여 해수면과 해저면이 일정한 반 무한영역과 Pekeris 해양환경 그리고 거리증속 해양환경에서 수치시뮬을 시행하였고, 검증을 위해 Cagniard-De Hoop 방법을 이용한 해석해와 비교하였다.

2. 유사 스펙트럴 유한 차분 알고리즘

선 배열 소스에 의한 이차원 시간영역 음파 방정식은 다음과 같다.

$$\rho \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + s(x, z, t) \quad (1)$$

여기서, $p(x, z, t)$ 는 음압. $\rho(x, z)$ 는 밀도, $c(x, z)$ 는 음속, $s(x, z, t)$ 는 소스함수를 나타낸다.

2.1 유사 스펙트럴법에 의한 공간 도함수

식(1)에서의 공간2차 도함수는 다음과 같이 엇갈림 격자에서 유사 스펙트럴법에 의해서 얻어내었다.

$$p(x) \rightarrow F^{-1} \left(ik_x e^{-ik_x \Delta x/2} F(p(x)) \right) \rightarrow \frac{\partial p(x)}{\partial x}$$

$$F^{-1} \left(ik_x e^{ik_x \Delta x/2} F \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right) \right) \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right) \quad (2)$$

여기서 F 는 푸리에 변환, k_x 는 파수를 나타낸다. 그림 1은 엇갈림 격자와 각 격자점에 해당되는 물리량과 물성치를 나타낸 것으로, 전체 격자에 물리량과 물성치들을 그림과 같이 분배하여 음파방정식을 풀어준다.

2.2 시간 도함수와 초기값

시간 도함수의 계산은 다음식과 같은 오일러 적분에 의해 근사되었다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \approx \frac{1}{\Delta t^2} (p_{n+1} - 2p_n + p_{n-1}) \quad (3)$$

초기값은 $t=0$ 일 때, $\partial p/\partial t$ 와 p 값을 각각 0으로 주었다.

2.3 샘플링 조건, 안정 조건 및 분산 관계

신호의 공간상 겹침현상(aliasing)을 피하기 위해 한 파장당 적어도 두 개의 격자점이 필요한데, 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

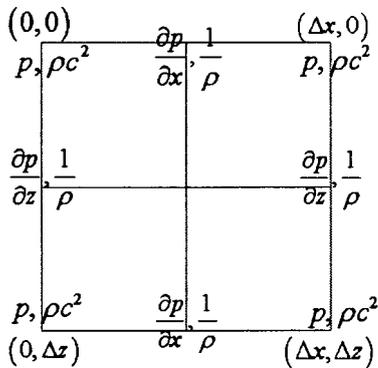


그림 1. 엇갈림 격자와 각 격자에 해당하는 물리량과 물성치

$$\max(\Delta x, \Delta z) < \frac{1}{2} \frac{\min(c)}{f_{\max}} \quad (4)$$

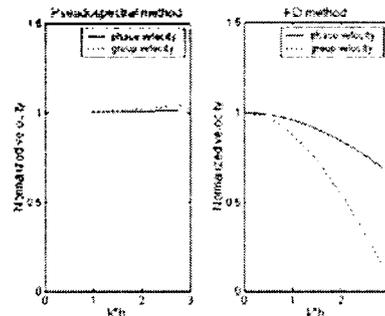
여기서 Δx 는 x 방향 격자간격, Δz 는 z 방향 격자간격, f_{\max} 는 소스의 최대 주파수, c 는 음속을 나타낸다. 식(1)에서 시간 적분시 오차의 누적으로 인해 발산이 일어날 수 있다. 이를 피하기 위한 안정 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\max(c) \Delta t}{\min(\Delta x, \Delta z)} < \alpha \quad (5)$$

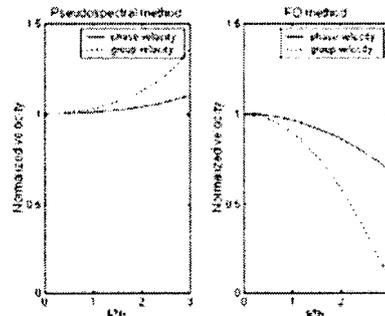
그림 2는 유사 스펙트럴법과 유한 차분법의 분산 곡선을 비교한 것으로 (a)는 α 가 0.2일때, (b)는 α 가 $\sqrt{2}/\pi$ 일 때를 나타낸다. 한 파장당 2-3샘플이면 충분한 유사 스펙트럴법은 높은 정확성으로 인해 한 파장당 20-30샘플이 필요한 일반적인 유한 차분법에 비해 덜 조밀한 격자를 쓰는것이 가능하다.

2.4 경계 조건

공간도함수의 수치계산에 있어서 유사 스펙트럴법은 수치격자의 경계로 나간 음파가 맞은편 격자 경계로 다시 들어오는 wraparound 현상이 발생한다. 이를 제거하기 위해 본 논문에서는 필터링(filtering) 방법을 사용하



(a) $\alpha=0.2$



(b) $\alpha = \sqrt{2}/\pi$

그림 2. 분산 곡선의 비교

였다[5]. 모델링 영역의 가장자리에 감쇠영역을 두어 그 영역의 음압과 그것의 시간 미분치에 인자 $f_j = \exp[-a^2(b-j)^2]$ 를 곱해주는 방법으로, 여기서 a 는 필터링 계수, b 는 필터 격자수, $j = 1, \dots, N$. N 은 마지막 격자점을 나타낸다. 필터링을 위한 최적값은 시간 증분과 격자간격에 따라 적절한 값의 a 와 b 를 선택해야 한다.

3. 수치 시험 검증 및 결과

3.1. 수치 시험의 검증

수치해의 정확성을 입증하기 위해서 그림 3과 같은 반무한 영역에서 선배열 소스에 대한 해석해와 비교하였다. 우선, 무한영역에서 소스가 델타 함수일 경우 해석해는 다음과 같다.

$$G(x, z, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{H(t-R/c)}{\sqrt{t^2 - R^2/c^2}} \quad (6)$$

여기서, $H(t)$ 는 헤비사이드 계단 함수(Heaviside step function)이며, 소스가 $s(0, z_0)$ 에 위치할 때,

$R = \sqrt{x^2 + (z_0 - z)^2}$ 이다. 소스가 시간함수로 주어지는 경우에는 식(6)과 소스함수를 식(7)과 같이 convolution하여 최종해를 얻을 수 있다.

$$p(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, z, t - \tau) s(\tau) d\tau \quad (7)$$

반무한 영역의 경우, 자유수면에 의한 반사파는 음의 이미지 소스를 사용할 수 있다. 그림 3에서 A, B, C, D는 수신기의 위치를 나타내며, 그림 4는 각 위치의 수신기에서 수신된 파형을 나타낸 것으로, 두 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 소스의 중심 주파수는 25Hz 이며,

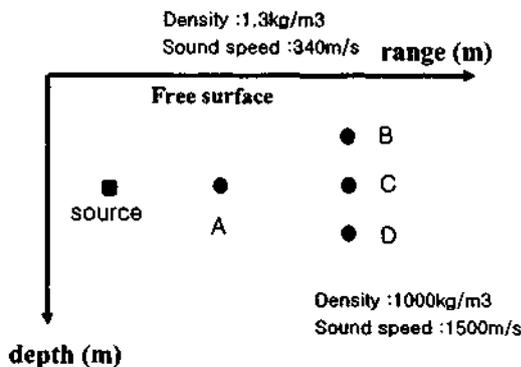


그림 3. 검증을 위한 균질 반무한 영역

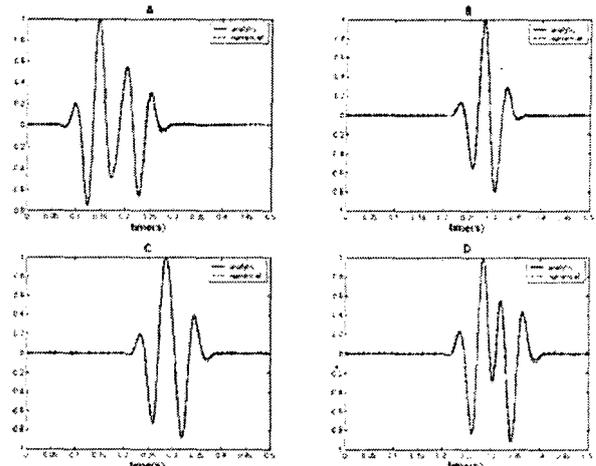


그림 4. 해석해와 수치해의 파형 비교

(100m,100m)에 위치하고, 격자간격은 깊이방향, 거리방향 모두 10m, 시간증분은 0.5msec로 설정하였다.

3.2 반무한 영역

첫 번째 수치시험은 자유수면이 존재하는 반무한 영역에서 실행하였으며, 소스는 중심 주파수가 18.5Hz인 Ricker wavelet이고 (0m,500m)에 위치한다. 격자간격은 깊이방향, 거리방향 모두 10m이며, 격자수는 깊이방향 180개, 거리방향 260개이고, 시간증분은 1msec 이다. 음속은 1500m/s, 밀도는 1000Kg/m³이며, 각 격자의 가장자리는 필터링 층으로 둘러싸여 있다. 필터링 인자는 거리방향 $a=0.010$, $b=30$, 깊이방향 $a=0.005$, $b=40$ 으로 하였다. 그림 5에서 볼 수 있듯이 자유수면에 반사된 위상이 반대인 반사파가 목격된다. 그리고 필터링 층의 내부반사에 의해 의도하지 않은 매우 미약한 반사파가 생기는 것을 관찰할 수 있다.

3.3 Pekeris 도파관

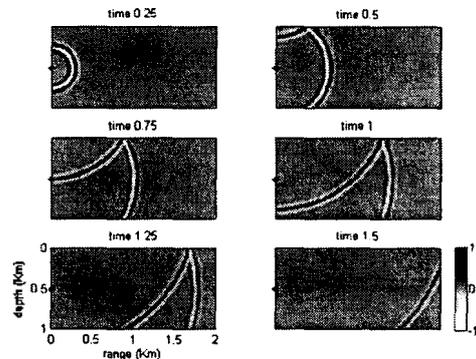


그림 5. 반무한 영역에서 음압의 스냅사진

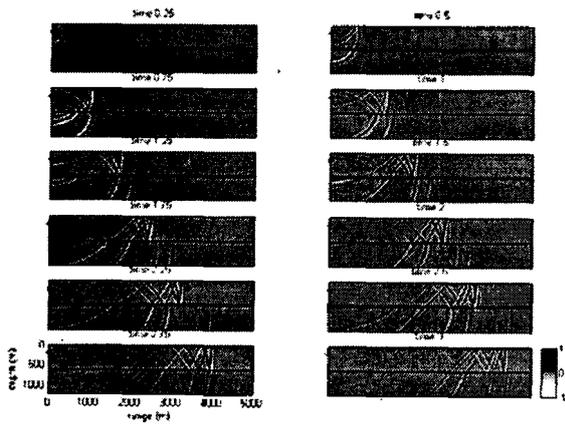


그림 6. Pekeris 도파관에서 음압의 스냅사진

Pekeris 도파관에서 위와 동일한 소스가 (0m,200m)에 위치하고 바닥층의 음속은 2000m/s, 밀도는 1800kg/m³, 격자간격이 깊이방향 10m, 거리방향으로 20m이며 시간증분은 0.5ms이고 나머지 변수들은 반무한 영역과 같다. 그림과 같이 해저바닥으로 많은 양의 음파 에너지가 통과하며, 경계층에서의 투과파와 반사파가 분명하게 목격된다. 또한, 하부매질에서 음속이 빠르기 때문에 파동은 상부보다 하부에서 더 빨리 진행하는 것을 확인할 수 있다.

3.4 거리 종속 해양환경

거리종속 음전달 문제의 경우 소스는 (0m,400m)에 위치하고 바닥층의 음속은 2000m/s, 밀도는 1800kg/m³이다. 격자간격은 깊이방향 10m, 거리방향 20m이며, 격자수는 깊이방향 161개, 거리방향 311개이고, 시간증분은 0.5ms 이다. 스냅사진을 관찰 해 보면, 해저면 경사에

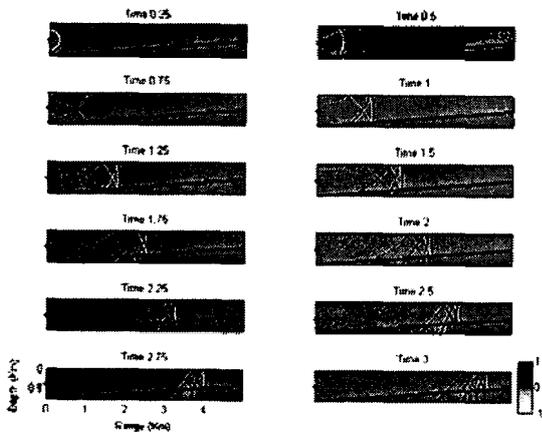


그림 7. 거리종속 해양환경에서 음압의 스냅사진

의해 음파의 전달 경로가 바뀌는 것을 확인할 수 있다.

4. 결론

해양에서 음파 전달의 양상을 자세히 관찰할 수 있는 방법은 시간에 따라 연속적인 스냅사진을 분석하는 것이다. 이를 위한 접근 방법이 다수 있으며, 본 논문에서는 유사 스펙트럴 유한차분 방법을 이용하였다. 음파방정식의 공간 도함수는 엇갈림 격자에서의 짝수 데이터를 사용한 유사 스펙트럴 방법을 사용하였고, 시간 도함수는 유한 차분 근사를 이용하였다. 무한 및 반 무한 영역에서 해석해와 수치해를 비교하여 본 모델의 타당성을 확인하였다. 반 무한 영역과 Pekeris 도파관 그리고 거리 종속 해양환경 등 세 가지 환경에서의 수치시험을 통해, 개발된 모델이 투과된 매질에서 해당되는 음속으로 진행하는 것을 관찰할 수 있었다. 또한, 경계면인 자유수면과 해저면에서의 반사 및 투과를 정확히 모사함을 확인함으로써 본 알고리즘이 해양환경에 적용 가능함을 확인하였다. 향후, 바닥층에 감쇠효과를 첨가한다면 해양환경에서 음파 전달 현상을 좀 더 정확히 예측할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, (AIP Press, New York, 1994), Chap.8, 477-514.
- [2] D. Kosloff and E. Baysal, "Forward modeling by a Fourier method," *Geophysics* 47, 1402-1412, 1980.
- [3] M. Reshef, D. Kosloff, M. Edwards, and C. Hsiung, "Three-dimensional acoustic modeling by the Fourier method," *Geophysics* 53, 1184-1193, 1988.
- [4] T. Özdenvar and G. A. McMechan, "Causes and reduction of numerical artefacts in pseudo-spectral wavefield extrapolation," *Geophys. J. Int.* 126, 819-828, 1996.
- [5] C. Cerjan, D. Kosloff, R. Kosloff, and M. Reshef, "A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations," *Geophysics* 50, 705-708, 1985.