

# 회전운동유니트 회전정밀도 예측 Simulation method for rotational accuracy of rotary units

\*, #황주호, 심종엽, 홍성욱, 이득우, 박천홍

\*, #J. H. Hwang(joocho@kimm.re.kr)<sup>1</sup>, J.Y.Shim<sup>1</sup>, S. W. Hong<sup>2</sup>, D.W. Lee<sup>3</sup>, C.H. Park<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 한국기계연구원 초정밀기계시스템연구실, <sup>2</sup> 금오공과대학교 기계공학부, <sup>3</sup> 부산대학교 나노과학대학

Key words : Rotational accuracy, transfer function, roundness errors

## 1. 서론

회전 주축과 회전 테이블로 대표되는 회전운동유니트는 축을 중심으로 그 둘레를 도는 기계유니트로 회전운동을 발생하여 정석운동 혹은 회전위치결정을 일으킨다. 원하는 회전 운동을 제외한 원하지 않은 5 자유도의 오차에 해당하는 것이 회전정밀도인데 이는 주축의 경우 공작물의 형상오차 및 표면조도를 저하시켜 주축의 정밀등급의 표준으로 사용되고 있다.

이러한 회전정밀도는 샤프트의 베어링 접촉부의 형상오차, 베어링의 결함, 동력전달 요소 등의 외력의 변화에 따라 달라지게 된다. 설계자는 제작 단계에서, 베어링의 형식 선정, 공차, 구동기구의 영향 등을 경험에 의하여 선정하고 있으나 보다 이론적이고 체계화된 연구가 필요한 실정이다.

이러한 연구와 관련하여 주로 구름베어링에 대한 연구가 주를 이루고 있으며,<sup>1</sup> 회전정밀도의 측면보다는 진동성분에 대한 분석이 주를 이루고 있다. 본 연구에서는 회전유니트의 운전중 회전정밀도 오차를 검증하는 방법에 대하여 기술하였다.

## 2. 회전정밀도 오차 모델

회전 유니트의 일반적인 회전정밀도 모델을 만들기 위하여 fig. 1 에 보이는 바와 같이 n 개의 베어링 열을 가지고 있을 때 다음과 같은 기하학적 관계를 갖는다.

$$\delta_x = \delta_{bx1} + (z - z_{b1}) \cdot \theta_y, \delta_y = \delta_{by1} + (z - z_{b1}) \cdot \theta_x$$

$$\delta_z = \delta_{bzi}$$

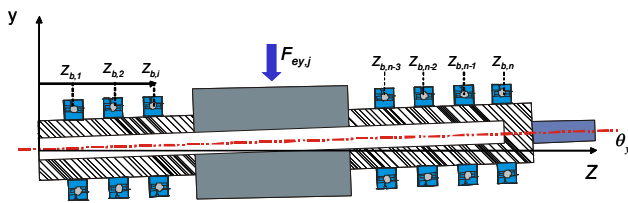


Fig. 1 Schematic model for the rotary unit

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n K_{bx,i} & 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^n K_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1}) \\ 0 & \delta_{ey1} \sum_{i=1}^n K_{by,i} & 0 & \sum_{i=1}^n K_{by,i}(z_{bi} - z_{b1}) & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^n K_{bz,i} & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^n K_{by,i}(z_{bi} - z_{b1}) & \sum_{i=1}^n K_{bz,i} \cdot y_{bi} & \sum_{i=1}^n K_{by,i}(z_{bi} - z_{b1})^2 & 0 \\ \sum_{i=1}^n K_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1}) & 0 & \sum_{i=1}^n K_{bz,i} \cdot x_{bi} & 0 & \sum_{i=1}^n K_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1})^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{bx1} \\ \delta_{by1} \\ \delta_z \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=2}^m f_{bx,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{by,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{bz,j} \\ \sum_{i=2}^n f_{by,i}(z_{bi} - z_{b1}) + \sum_{i=2}^n f_{bz,i} \cdot y_{bi} \\ \sum_{i=2}^n f_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1}) + \sum_{i=2}^n (f_{bz,i} - K_{bz,i} \delta_z) \cdot x_{bi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m f_{ex,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{ey,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{ez,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{ex,j} z_{r,j} + \sum_{j=1}^m f_{ez,j} y_{r,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{ex,j} z_{r,j} + \sum_{j=1}^m f_{ez,j} x_{r,j} \end{bmatrix} \quad (2)$$

베어링의 끝단에서 부터 거리의 변화를  $Z_{bn}$  으로 표시 하였으며, 그림에서 보이는 바와 같이 틀이 위치하는 곳 등 축의 주요부분에서의 x, y, z 방향에 관한 변위  $\delta$ 와 tilt 오차인  $\theta_x$  및  $\theta_y$  를 구하는 것이 회전정밀도의 오차가 된다.

힘의 평행 상태에 의하여 5 자유도 회전정밀도 오차를 구하면 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

여기서,  $K_b$ 는 각 베어링의 강성을,  $f_e$ 는 외력을 나타내며 또다른 아래첨자 x, y, z는 방향을 나타낸다. 또 다른 변수인  $f_b$ 는 각 베어링의 반력으로서 베어링 부의 상대변위에 의하여 나타난 반력에 의하여 결정되어지며 이의 계산을 위하여 전달함수 법을 도입하였다.

## 3. 전달함수를 이용한 회전정밀도 예측

베어링의 내/외측 형상의 변화에 의한 반력 모델의 예로서, Fig. 2 와 같이 표현되는 볼베어링은 내륜과 외륜의 상대변화에 대하여, 스프링 역할을 하는 베어링 부가 변형이 생기며, 기준 각도에서부터 베어링의 위치까지의 각도를 베어링의 위치에 따라,  $\theta_i$  로 나타내어지며, 식(3)과 같이 표현된다.

여기서, 식(3-1)은 내륜의 변형을 식(3-2)는 외륜의 형상 오차를 나타낸다.

$$r(\theta_i) = r_0 + \sum_{n=1}^N a_n \cos(n\theta_i + \phi_n) \quad (3-1)$$

$$R(\theta_i) = R_0 + \sum_{n=1}^N a_{Rn} \cos(n\theta_i + \phi_{Rn})$$

$$R(\theta_i) = R_0 + \sum_{n=1}^N a_{Rn} \cos(n\theta_i + \phi_{Rn}) \quad (3-2)$$

이러한 형상오차에 의한 베어링 1 개의 변화는 식 (4)와 같이 나타내어진다. 여기서,  $d_i$ 는 볼의 직경  $e$ 는 반경방향으로 예압에 의한 변형이며, x 및 y 는 각각 축 중심의 변위가 된다.

$$\delta_i = r(\theta_i) + R(\theta_i) + d_i + x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) + e \quad (4)$$

$$\sum_0^{2\pi} f_x(\theta) = -\sum_{i=1}^N k \delta_i \cos(\theta_i), \sum_0^{2\pi} f_y(\theta) = -\sum_{i=1}^N k \delta_i \sin(\theta_i) \quad (5)$$

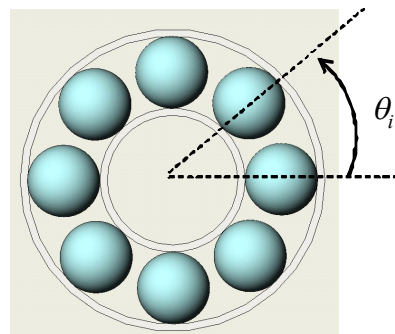


Fig. 2 Schematic diagram for ball bearings model

식 (5)는 각 베어링의 변형을 회전유니트의 한회전 하는 동안의 반력을 x 및 y 방향으로 분리한 것이다. 형상의 변화에 대한 영향정도를 나타내는 것이 전달함 수 법이며 주파수 대비 힘의 합력의 변화를 나타낸 것이다. 내륜의 변형 만을 고려하였을 면 Fig. 3 에 보이는 바와 같이 특정한 주파수에 대하여만 힘의 합력이 나타남을 알 수 있으며, 이에의한 주요 주파수는 식 (6)과 같이 나타난다.

$$l = 1, l = kN \pm 1 \tag{6}$$

여기서  $l$ 은 공간주파수,  $N$ 은 베어링,  $k$ 는 정수이다. 즉 베어링 숫자의 정수배에서 +1 혹은 -1 의 성분을 갖는 것만이 의미있는 크기의 힘의 합력을 갖는 다는 뜻이다. 한편, 구름베어링의 경우 베어링의 공전에 의하여 반력의 주파수가 변조되어 나타내며 출력이 되는 반력의 주파수  $f_o$ 는 식(7)과 같이 표현된다.

$$f_o = l - kN \times \frac{\theta_{cage}}{\theta_{ir}} \tag{7}$$

여기서  $\theta_{ir}$ 은 축의 회전각도  $\theta_{cage}$ 는 베어링의 공전 각도가 된다. Fig. 3은 식 (5)에 의하여 구하여진 베어링 한열의 반력의 최대최소 차이를 공간주파수에 따라 도시한 것이며

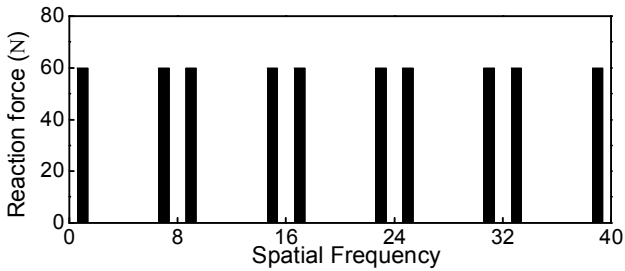


Fig. 3 Reaction forces of ball bearings according to input freq.

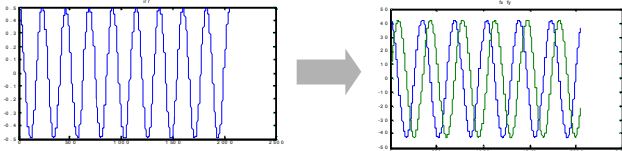


Fig. 4 Reaction forces output of 9<sup>th</sup> freq.

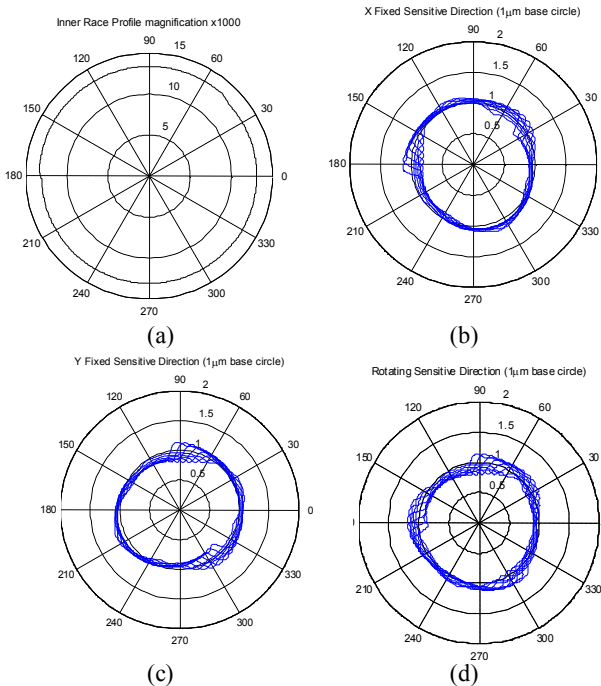


Fig. 5 Estimation of rotational accuracy for ball bearing units

그림에서 볼 수 있듯이 식(6)의 성분만이 합력이 되어 나타남을 알 수 있다. Fig. 4는 0.5 µm의 크기를 갖고 9 산의 성분을 갖고 있는 샤프트 내륜이 1 회전 하는 경우에 출력을 보여주는 것이다. 식(7)에 의한 예측이 잘 맞음을 확인할 수 있다.

회전정밀도의 예측은 Fig. 5(a)와 같은 샤프트의 형상 오차가 들어오면 이를 FFT 변환하여, 각 주파수 성분별로 분리를 하여 2 차항 이상의 합을 식(2)의 우측 첫번째 행렬식에 의하여 구한후 구한후 1 차 성분에 의한 오차와의 힘의 평형을 구하게 된다.<sup>2</sup> Fig. 5는 반경방향의 오차만을 고려하고 외력이 존재하지 않았을 때의 오차를 구하여 X, Y 및 반경방향에 대한 민감도 해석을 통하여 회전정밀도를 구한 예이다.

Fig. 6는 4 패드를 가지고 있는 유정압 Journal 베어링의 전달함 수와 위상을 보여주고 있다. 볼베어링에서와 마찬가지로 식(6)에 의한 주요 주파수 특성을 보이고 있으며, 높은 차수의 형상오차에 대하여는 감쇠의 특성을 보이고 있다. 유정압 베어링의 경우에는 베어링이 정지하여 있기 때문에 식(7)과 같은 입력주파수에 대한 비 정수배의 반력에 대한 고려가 필요하지 않으나, Fig. 6의 하단에 보이는 바와 같은 위상변화에 대하여 고려해야 한다. -180°의 위상은 형상변화에 대하여 반대되는 압력이 나타나는 의미이다.

Fig. 7은 전달함수 방법에 의하여 Fig. 5와 같은 형상오차가 입력으로 주어졌을 때의 회전정밀도 오차를 예측한 것이다. 유정압 베어링의 평균화 효과 특성에 의하여 회전정밀도가 많이 높아짐을 검증할 수 있으며, 이러한 전달함수 법을 이용하면 각 베어링의 모듈별 오차를 전달함수라는 매개체를 이용하여 오차를 예측하는 한 개의 알고리즘이 적용가능 함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. Jang, G and Jeong, S.-W., " Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness," Journal of sound and vibration, 269, 709-726, 2002.
2. Park, C.-H. and Lee, H., " Motion error analysis of the porous air bearing stage using the transfer," Journal of the KSPE, 21, 185-194, 2004.

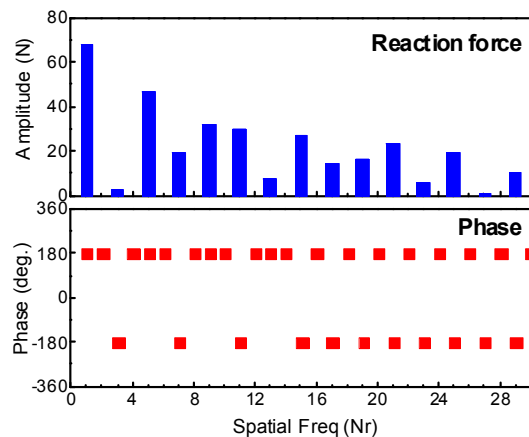


Fig. 6 Reaction forces and phase of hydrostatic bearings

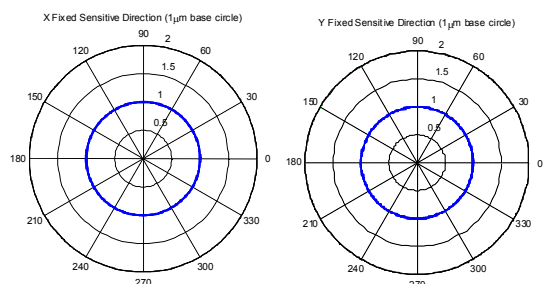


Fig. 7 Estimation of rotational accuracy for hydro static bearing units