

# 정밀 이송테이블의 오차 모델링에 관한 연구

## A Study on the Modeling of Motion Errors in the Precision Feed Tables

\*박현홍<sup>1</sup>, 오경석<sup>1</sup>, 김경호<sup>1</sup>

\*C. H. Park(pch657@kimm.re.kr)<sup>1</sup>, J. S. Oh<sup>2</sup>, G. H. Khim<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 한국기계연구원 초정밀기계시스템연구실

Key words : Feed table, 5 DOF motion errors, Error modeling, Transfer function, Theoretical verification

### 1. 서론

이송테이블에서의 5 자유도 운동오차는 가이드 역할을 하는 레일의 형상오차에 의해 주로 영향을 받는다. 일반적으로 레일 형상오차를 고려한 운동오차의 해석을 위해서는 먼저 테이블에 사용되는 베어링의 성능 해석 모델을 전 테이블에 대해 확장하고 레일 형상오차가 주어졌을 때의 테이블의 자세오차를 FEM 등을 이용하여 반복적으로 구하게 된다.<sup>1</sup> 이러한 해석방법은 비교적 정밀한 해석결과를 얻을 수 있으나, 전체 테이블에 대한 해석이 필요하여 많은 시간이 소요되고 사용되는 베어링에 따라 새로이 모델링을 해야하는 불편함이 있다.

한편, 대부분의 이송테이블에 사용되는 베어링은 동일한 치수의 패드(정압베어링) 또는 블록(LM 베어링)이 복수로 배치되어 있는 구조를 갖는다. 따라서 각 패드 또는 블록의 특성의 해석이 가능하고 공간적인 배치 구조를 알고 있는 경우 전달함수법<sup>2,3</sup>을 이용하여 보다 효과적으로 운동오차의 해석이 가능하다.

본 논문에서는 전달함수법 및 이송테이블의 5 자유도 방향에 대한 힘과 모멘트의 평형식을 이용하여 5 자유도 운동오차를 해석할 수 있는 운동오차 해석 모델 및 알고리즘을 제안하고자 하였다. 본 알고리즘에서는 베어링의 특성이 전달함수를 통해 해석되어 지므로 어떤 베어링을 사용하더라도 전달함수를 구할 수 있으면 운동오차의 해석이 가능한 특성을 갖는다.

### 2. 전달함수

Fig. 1에 유정압베어링을 예로 들어 하나의 패드가 레일을 이동하는 경우를 나타내었다. 패드는 레일 형상오차와 진폭은 다르지만 갖은 주기를 갖고 운동하게 되며 이때의 진폭은 레일 형상오차의 공간주파수 성분, 패드내 유막반력의 변화 및 패드의 강성에 따라 달라지게 된다. 이러한 특성을 수식으로 표현하면 Eq. (1)과 같이 전달함수의 형태로 나타낼 수 있다.

$$K(\omega) = \frac{f_e(\omega)}{e(\omega)} \quad (1)$$

여기서  $f_e(\omega)$ 는 패드가 특정한 공간주파수를 갖는 레일 위를 직선으로 한 주기만큼 이동할 때의 유막반력의 변화를 계산함으로써 구할 수 있다.

### 3. 전달함수를 이용한 운동오차 모델링

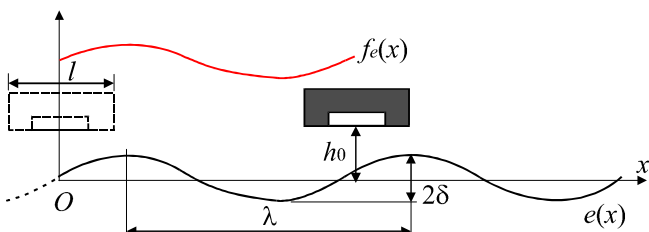


Fig. 1 Response of film reaction force to sinusoidal profile of rail

Fig. 2에 수직(z) 및 수평(y)방향으로 각각 복수개의 레일을 갖는 이송테이블의 5 자유도 방향 운동오차 해석을 위한 모델을 나타내었다. 각 방향에서의 베어링 패드(또는 블록)는 동일한 모델이며 따라서 패드 강성도 동일함을 가정하면 5 자유도 방향에 대한 힘과 모멘트의 평형방정식은 Eq. (2)~Eq.(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_j \sum_i^{n_v, m_v} (f_{z,ij} - K_z z_{ij}) = 0 \quad (2)$$

$$\sum_j \sum_i^{n_v, m_v} \{f_{z,ij}(X_{vci} + \gamma_{vi}) - K_z z_{ij} X_{vci}\} = 0 \quad (3)$$

$$\sum_j \sum_i^{n_v, m_v} (f_{z,ij} Y_{cj} - K_z z_{ij} Y_{cj}) + z_c \sum_j \sum_i^{n_h, m_h} (f_{y,ij} - K_y y_{ij}) = 0 \quad (4)$$

$$\sum_j \sum_i^{n_h, m_h} (f_{y,ij} - K_y y_{ij}) = 0 \quad (5)$$

$$\sum_j \sum_i^{n_h, m_h} \{f_{y,ij}(X_{hci} + \gamma_{hi}) - K_y y_{ij} X_{hci}\} = 0 \quad (6)$$

여기서,  $f_{z,ij}$  및  $f_{y,ij}$ 는 각각 x, y 방향으로 i, j 번째 패드의 z 방향 및 y 방향 반력을,  $z_{ij}$  및  $y_{ij}$ 는 그때의 패드의 변위를 나타내며  $K_z$  및  $K_y$ 는 각 방향 패드의 강성을 나타낸다.  $m_v$ ,  $m_h$ 는 x 방향의 수직 및 수평방향 패드수를,  $n_v$ ,  $n_h$ 는 y 방향의 수직 및 수평방향 패드수를 나타내며 낸다.  $z_c$ 는 레일의 중심과 테이블상면간의 상대 높이를,  $\gamma_{vi}$  및  $\gamma_{hi}$ 는 수직, 수평방향 각 패드에서 발생하는 모멘트중심과 기하학적 중심간의 거리를 나타낸다.  $X_{vci}$  및  $X_{hci}$ 는 x 방향에 있어 수직 및 수평방향 패드중심들과 테이블 중심간의 상대거리,  $Y_{cj}$ 는 y 방향에 있어 패드중심들과 테이블 중심간의 상대거리로 Eq. (7)과 같이 나타낼 수 있으며 여기서  $l_{xv}$ ,  $l_{xh}$ 는 각각 x 방향 수직, 수평패드간의 간격을,  $l_y$ 는 y 방향 패드간의 간격을 나타낸다.

$$X_{vci} = l_{xv} \left\{ i - \frac{(m_v + 1)}{2} \right\}, \quad X_{hci} = l_{xh} \left\{ i - \frac{(m_h + 1)}{2} \right\} \quad (7)$$

$$Y_{cj} = l_y \left\{ j - \frac{(n_v + 1)}{2} \right\}$$

한편,  $\delta_x$  및  $\delta_y$ 를 테이블 중심에서의 수직 및 수평방향 진직도오차,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ 를 각각 롤, 피치 및 요오차로 정의하면 수직방향 i, j 번째 베어링의 레일 오차에 따른 z 방향 변위  $z_{ij}$  및 수평방향 i, j 번째 베어링의 레일 오차에 따른 y 방향 변위  $y_{ij}$ 는 Eq. (8) 및 Eq. (9)와 같이 나타낼 수 있다.

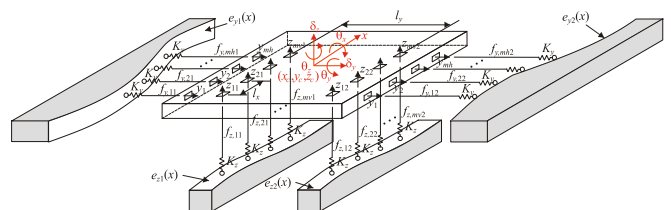


Fig. 2 Analytic model of feeding table for 5 DOF motion errors

$$z_{ij} = \delta_z + \theta_y X_{vci} - Y_{cj} \theta_x \quad (8)$$

$$y_{ij} = \delta_y - X_{hci} \theta_z - z_c \theta_x \quad (9)$$

Eq. (8) 및 Eq. (9)의 관계를 Eq.(2) ~ Eq. (6)에 대입하고 이를 행렬식으로 표현하면 Eq. (10)과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{0v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_0 - C_K z_c^2 & 0 & C_K z_c \\ 0 & 0 & 0 & -A_{0h} & 0 \\ 0 & 0 & -z_c & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \theta_y \\ \theta_x \\ \theta_z \\ \delta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & z_c C_K \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$A_{0v} = \frac{(m_v^2 - 1)l_{xv}^2}{12}, \quad A_{0h} = \frac{(m_h^2 - 1)l_{xh}^2}{12}, \quad B_0 = \frac{(n_v^2 - 1)l_y^2}{12}$$

$$K_A = n_v m_v K_z, \quad K_B = n_h m_h K_y, \quad C_K = K_B / K_A$$

$$C_1 = \frac{1}{K_A} \sum_j \sum_i f_{z,ij}, \quad C_2 = \frac{1}{K_A} \sum_j \sum_i f_{z,ij} (X_{vci} + \gamma_{vi})$$

$$C_3 = \frac{1}{K_A} \sum_j \sum_i f_{z,ij} Y_{cj}, \quad C_4 = \frac{1}{K_B} \sum_j \sum_i f_{y,ij} (X_{hci} + \gamma_{hi})$$

$$C_5 = \frac{1}{K_B} \sum_j \sum_i f_{y,ij}$$

베어링의 형상 치수로부터 전달함수를 구하고 레일 형상오차가 주어지면 Eq. (1)의 관계로부터  $f_{z,ij}$  및  $f_{y,ij}$  를 구할 수 있으므로 Eq. (10)을 이용하여 5 자유도 운동오차를 구할 수 있다. 한편, 테이블중심과  $R_x, R_y, R_z$ 의 상대좌표를 갖는 임의의 점에서의 운동오차는 테이블 중심에서의 운동오차를 이용하여 Eq. (11)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \delta_{zr} \\ \theta_{yr} \\ \theta_{xr} \\ \theta_{zr} \\ \delta_{yr} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_x & -R_y & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & R_z & -R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \theta_y \\ \theta_x \\ \theta_z \\ \delta_y \end{Bmatrix} \quad (11)$$

#### 4. 알고리즘의 검증

위에서의 해석 모델을 이론적으로 검증하기 위해 먼저 수직, 수평방향 모두 양면 패드형 유정압베어링으로 구성된 이송테이블을 가정하였다. 또한 이 때의 레일 형상은 Fig. 3 과 같이 가정하였으며 Fig. 2 의 모델을 참고하면 수직방향 좌측 레일은 Fig. 3(a), 우측방향 레일은 Fig. 3(b), 수평방향 레일은 Fig. 3(c)의 형상으로 대응된다. 각 레일형상은 진폭  $2 \mu\text{m}$ 의 정현파형상으로, 수직방향의 경우에는 상하간에  $180^\circ$ 의 위상차를 갖고 좌우 레일은 상호 역방향으로 구성되어 있으며 수평방향 경우에는 같은 방향으로 같은 위상을 갖는다. 레일간의 간격은 수직방향 레일간은  $100\text{mm}$ 이며 수평방향은  $120\text{mm}$ 로 가정하였다 또한 레일길이는  $600\text{mm}$ , 테이블길이는  $300\text{mm}$ 로 이송테이블은 스트로크는  $300\text{mm}$  임을 가정하였다.

이론적인 검증은 정현파 레일형상에 대한 5 자유도 운동오차의 프로파일 및 측정점을 이동시켰을 때의 운동오차의 변화를 분석함으로써 검증하고자 하였다. 이 경우 유정압베어링의 패드형상은 한 가지로 고정되어 해석값의 변화에 영향을 미치지 않으므로 제원의 표시를 생략하였다.

Fig. 4 에 이송테이블의 중심점( $R_x=R_y=0\text{mm}$ )을 기준으로 해석된 5 자유도 운동오차를 실선으로, 임의의 점( $R_x=R_y=50\text{mm}$ )을 기준으로 해석된 운동오차를 점선으로 각각 나타내었다. 먼저, 테이블 중심점에서의 5 자유도 계산결과를 Fig. 3 의 레일형상과 비교해보면, 수직방향의 경우 좌우레일이 역대칭 형상이므로 직선운동오차 및 피치는 오차값이 0 이고 롤오차만이 발생하며 수평방향의 경우에는

직선 및 요오차 모두 스트로크에 해당하는 정현파의 형상을 그대로 반영하고 있어 운동오차가 적절히 계산되고 있음을 알 수 있다. 한편 임의의 점( $R_x=R_y=50\text{mm}$ )에서의 운동오차를 보면 3 개의 각운동오차 성분은 영향을 받지 않으며 수직 및 수평방향 직선운동오차는 Eq. (11)과 같이 각각 롤오차 및 요오차의 영향으로 변화됨을 보이고 있다 ( $\theta_y=R_z=0$ ).

#### 5. 결론

이상의 결과로부터 본 논문에서 제시한 해석모델은 이송테이블의 5 자유도 운동오차 해석에 있어 레일 형상오차의 영향을 적절히 반영하고 있음을 알 수 있으며 향후 구체적인 검증결과는 실험결과와 같이 제시할 예정이다.

#### 참고문헌

1. Park, C. H., Lee, H., Kim, T. H., and Kim, M. G., "Finite Element Analysis on the Motion Accuracy of Hydrostatic Table(2<sup>nd</sup>. Analysis and Experimental Verification on Double Sides Table)," J. of KSPE, 19-1, pp65-70, 2002
2. Park, C.H., Oh, Y. J., Lee, C. H., and Hong, J. H., "Theoretical Verification on the Motion Error Analysis Method of Hydrostatic Bearing Tables Using a Transfer Function," Int. J. of KSPE, Vol. 4, No. 2, pp64-70, 2003.
3. Khim, G. H., Park, C. H., Lee, H., and Kim, S. W., "Improvement of the Motion Accuracy Using Transfer Function in Linear Motion Bearing Guide," J. of KSPE, 19-6, pp77-85, 2002.

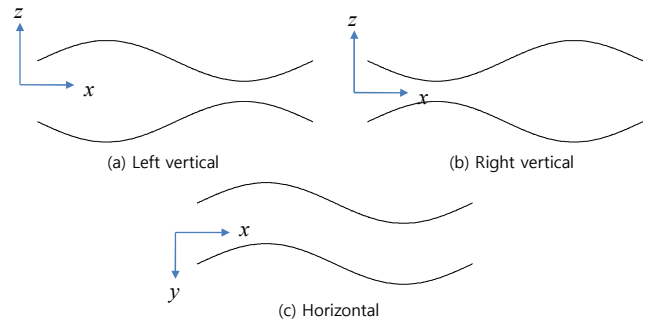


Fig. 3 Assumed rail profiles for calculating the 5 DOF motion errors

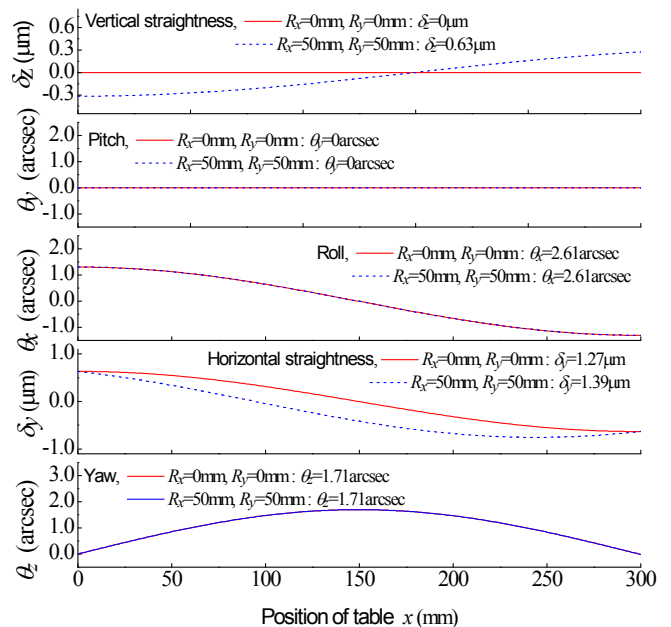


Fig. 4 Calculated 5DOF motion errors