Type 2 압력용기의 압축잔류응력 예측에 관한 연구

A Study on the Prediction of Residual Stresses for the Type2 Pressure Vessel.

*이현우 [1], 김성진 [2], 장석주 [3], #김철 [3], 조해용 [4]

* H. W. Lee[1], S. J. Kim[2] , S. J. Jang[3] , #C. Kim(chulki@pusan.ac.kr)[3], H. Y. Cho[4]

[1-2] 부산대학교 창의공학시스템협동과정, [3]부산대학교 정밀가공시스템학과 대학원, #부산대학교 기계기술연구원,
[4] 충북대학교 기계공학부

Key words : Type 2, Pressure Vessel, Residual Stress, Autofrettage process

1. 서론

반복적으로 높은 내압을 받는 압력용기는 여러 산업분야에서 사용되는 구조물로서 작용하중과 사용 조건하에서도 안전하도록 설계/제작 되어야 한다.[1] 이러한 압력용기의 종류로는 사용 재료와 복합재료 강화 방법에 따라 네 가지로 구분하는데, 이 중에서 Type 1 압력용기는 복합재료에 의한 구조적 강화 없이 강 또는 알루미늄과 같은 금속 재료만으로 압력하중을 견디도록 만든 용기이며, 금속 재료만으로 압력하중을 견뎌야 하므로 두께가 두껍고 무게가 무거운 단점이 있으며, 이를 보완하기 위해 복합재를 이용한 압력용기(Type 2~4)가 제조되고 있고 여러 겹의 압력용기는 고압 기술분야에서 널리 쓰이고 있다.

이 중 본 논문에서 연구할 Type 2 압력용기는 Fig. 1 과 같은 모양으로 강 또는 알루미늄으로 만들어진 금속제 라이너 위에 수지를 함침시킨 탄소섬유나 유리섬유인 복합재를 원주방향으로 감아서 만든 용기이다.

본 연구에서는 90° 의 방향으로 복합재가 감긴 Type 2 압력용기에서 자긴 공정에서 자긴 압력에 대한 복합재와 라이너 사이에서의 잔류응력을 이론식을 유도하여 예측하고 그 결과를 상용해석 프로그램인 ANSYS 11.0 의 해석 결과와 비교/분석하였다.

Fig. 1 Type 2 Pressure Vessel

2. 이론적 해석

2.1 라이너와 복합재에 작용하는 응력

90° 로 복합재가 감긴 압력용기에 자긴 압력을 받을 때의 복합재 실린더부의 모습을 Fig. 2 에 나타내었다. 원주 좌표계에서 각 방향에서 라이너에 작용하는 응력상태와 원주방향에서의 변위는 Lame's Equation 으로 다음과 같은 4 개의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_r^{(l)} = \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{(b^2 - a^2)} - \frac{(p_i - p_o)a^2 b^2}{(b^2 - a^2)r^2} \tag{1}$$

$$\sigma_\theta^{(l)} = \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{(b^2 - a^2)} + \frac{(p_i - p_o)a^2 b^2}{(b^2 - a^2)r^2} \tag{2}$$

$$\sigma_z^{(l)} = \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{(b^2 - a^2)} \tag{3}$$

$$u_r^{(l)} = \frac{1-\upsilon}{E}\frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{(b^2 - a^2)} r + \frac{1+\upsilon}{E}\frac{(p_i - p_o)a^2 b^2}{(b^2 - a^2)}\frac{1}{r} \tag{4}$$

전단응력이 작용하지 하지 않을 때, 복합재의 변형률은 아래와 같은 식으로 표현된다.

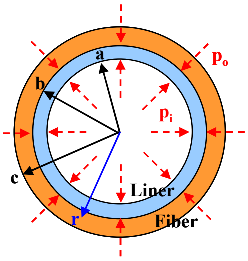

Fig. 2 State of compound cylinder on autofrettage process

$$\varepsilon_r^{(f)} = \alpha_{rr}\sigma_r^{(f)} + \alpha_{r\theta}\sigma_\theta^{(f)} + \alpha_{rz}\sigma_z^{(f)} \tag{5}$$

$$\varepsilon_\theta^{(f)} = \alpha_{r\theta}\sigma_r^{(f)} + \alpha_{\theta\theta}\sigma_\theta^{(f)} + \alpha_{\theta z}\sigma_z^{(f)} \tag{6}$$

$$\varepsilon_z^{(f)} = \alpha_{rz}\sigma_r^{(f)} + \alpha_{\theta z}\sigma_\theta^{(f)} + \alpha_{zz}\sigma_z^{(f)} \tag{7}$$

여기서 α 는 E 와 υ 로 이루어져 있으며 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{rr} & \alpha_{r\theta} & \alpha_{rz} \\ \alpha_{r\theta} & \alpha_{\theta\theta} & \alpha_{\theta z} \\ \alpha_{rz} & \alpha_{\theta z} & \alpha_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{E_\theta} & \dfrac{-\upsilon_{z\theta}}{E_z} & \dfrac{-\upsilon_{\theta r}}{E_\theta} \\ \dfrac{-\upsilon_{z\theta}}{E_z} & \dfrac{1}{E_z} & \dfrac{-\upsilon_{zr}}{E_z} \\ \dfrac{-\upsilon_{\theta r}}{E_\theta} & \dfrac{-\upsilon_{zr}}{E_z} & \dfrac{1}{E_r} \end{bmatrix} \tag{8}$$

전단변형이 없으므로 ε_z 는 $\varepsilon_z = D$ 과 같은 일정한 상수로 나타낼 수 있다. 이를 대입하여 $\sigma_z^{(f)}$ 에 관한 식으로 나타내어 (5), (6) 식에 대입하면 다음과 같은 식이 나타난다.

$$\varepsilon_r^{(f)} = (\alpha_{rr} - \frac{\alpha_{rz}^2}{\alpha_{zz}})\sigma_r^{(f)} + (\alpha_{r\theta} - \frac{\alpha_{rz}\alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}})\sigma_\theta^{(f)} + \frac{\alpha_{rz}D}{\alpha_{zz}} \tag{9}$$

$$\varepsilon_\theta^{(f)} = (\alpha_{r\theta} - \frac{\alpha_{rz}\alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}})\sigma_r^{(f)} + (\alpha_{\theta\theta} - \frac{\alpha_{\theta z}^2}{\alpha_{zz}})\sigma_\theta^{(f)} + \frac{\alpha_{\theta z}D}{\alpha_{zz}} \tag{10}$$

반경방향 변위 u 에서의 반경방향과 접선방향 변형률 사이의 관계에서 다음과 같은 식을 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_r^{(f)} = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta^{(f)} = \frac{u}{r} \quad and$$
$$\varepsilon_r^{(f)} = \frac{d}{dr}(r\varepsilon_\theta^{(f)}) = \varepsilon_\theta^{(f)} + r\frac{d\varepsilon_\theta^{(f)}}{dr} \tag{11}$$

(11)식을 (9)식과 (10)식에 대입하여 나타내어 정리하면 아래와 같은 미분방정식을 얻을 수 있으며, 여기서 나오는 β 와 γ_d 는 다음과 같다.

$$\beta_{rr} = \alpha_{rr} - \frac{\alpha_{rz}^2}{\alpha_{zz}}, \quad \beta_{r\theta} = \alpha_{r\theta} - \frac{\alpha_{rz}\alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}}$$
$$\beta_{\theta\theta} = \alpha_{\theta\theta} - \frac{\alpha_{\theta z}^2}{\alpha_{zz}}, \quad \gamma_d = \frac{\alpha_{rz} - \alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}} \tag{12}$$

$$r^3\beta_{\theta\theta}F''' + r^2\beta_{\theta\theta}F'' - r\beta_{rr}F' = Dr^2\gamma_d \tag{13}$$

(13)식의 미분방정식을 풀면 각 방향에서 복합재의 응력 상태와 반경방향의 변위가 다음과 같이 나온다.

$$
\begin{aligned}
\sigma_r^{(f)} &= \frac{1}{r}\frac{dF}{dr} = (1+k)C_1 r^{k-1} + (1-k)C_2 r^{-k-1} + 2A \\
\sigma_\theta^{(f)} &= \frac{d^2F}{dr^2} = k(1+k)C_1 r^{k-1} - k(1-k)C_2 r^{-k-1} + 2A \\
\sigma_z^{(f)} &= \frac{D}{\alpha_{zz}} - \frac{\alpha_{rz}+k\alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}}(1+k)C_1 r^{k-1} \\
&\quad + \frac{-\alpha_{rz}+k\alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}}(1-k)C_2 r^{-k-1} - 2A\frac{\alpha_{rz}+\alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}}
\end{aligned} \tag{14}
$$

$$
\begin{aligned}
u_r^{(f)} &= r\varepsilon_\theta^{(f)} = r(\alpha_{r\theta}\sigma_r^{(f)} + \alpha_{\theta\theta}\sigma_\theta^{(f)} + \alpha_{\theta z}\sigma_z^{(f)}) \\
&= (\beta_{r\theta}+k\beta_{\theta\theta})(1+k)C_1 r^k + (\beta_{r\theta}-k\beta_{\theta\theta})(1-k)r^{-k} \\
&\quad + 2(\beta_{r\theta}+\beta_{\theta\theta})Ar + \frac{\alpha_{\theta z}}{\alpha_{zz}}Dr
\end{aligned} \tag{15}
$$

2.2 경계조건

자긴 압력이 작용할 때의 경계조건은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&1)\ at\ r=b \rightarrow u_r^{(l)} = u_r^{(f)} \\
&2)\ at\ r=c \rightarrow \sigma_r^{(f)} = 0 \\
&3)\ at\ r=b \rightarrow \sigma_r^{(f)} = -p_o
\end{aligned} \tag{16}
$$

한 층의 복합재만 감겨있다고 가정하여 정리하면 다음과 같은 p_o를 표현할 수 있다.

$$
p_o = \frac{2\eta a^2 b}{E(b^2-a^2)}p_i - \eta(\beta_{r\theta}+k\beta_{\theta\theta})(1-k)b^{-k} \tag{17}
$$

2.3 잔류응력 예측

라이너의 재료는 가공경과가 없는 탄완전소성상태를 가진다고 가정하며, 앞서 구한 p_o 를 이용하여 반경에서 소성변형을 일으키는 내압과 라이너의 모든 부분에서 소성변형을 일으키는 내압은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$
p_{i,0\%} = \left\{\frac{E(b^2-a^2)}{E(b^2-a^2)-2\eta a^2 b}\right\}\left\{\frac{\sigma_y(b^2-a^2)}{2b^2} - \eta(\beta_{r\theta}+k\beta_{\theta\theta})(1-k)b^{-k}\right\} \tag{18}
$$

$$
p_{i,100\%} = -\sigma_r^{(l)}\Big|_{r=a} = \frac{E(b^2-a^2)}{E(b^2-a^2)-2\eta a^2 b}\left\{\sigma_y \ln\frac{b}{a} - \eta(\beta_{r\theta}+k\beta_{\theta\theta})(1-k)b^{-k}\right\} \tag{19}
$$

(18)과 (19)의 식을 이용하여 라이너 외부에서의 응력상태를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$
\sigma_r^{(l,A)} = -\sigma_y \ln\frac{b}{r} + \left\{\frac{a^2b^2}{(b^2-a^2)r^2} - \frac{2\eta a^2 b}{E(b^2-a^2)} - \frac{a^2}{b^2-a^2}\right\}p_{i,100\%} + \eta(\beta_{r\theta}+k\beta_{\theta\theta})(1-k)b^{-k} \tag{20}
$$

$$
\sigma_\theta^{(l,A)} = \sigma_y(1-\ln\frac{b}{r}) - \left\{\frac{a^2b^2}{(b^2-a^2)r^2} + \frac{2\eta a^2 b}{E(b^2-a^2)} + \frac{a^2}{b^2-a^2}\right\}p_{i,100\%} + \eta(\beta_{r\theta}+k\beta_{\theta\theta})(1-k)b^{-k} \tag{21}
$$

3. 유한요소해석 결과 및 고찰

본 논문에서는 Tresca 항복조건을 사용하여 복합재 압력용기의 실린더부의 자긴가공 해석을 수행하였다. Fig. 3 은 자긴 가공을 마치고 내압을 제거한 후 라이너의 반경 방향과 접선방향의 잔류응력 분포를 보여주고 있다.

Fig. 4 와 Fig. 5 는 반경 거리에 따른 반경 방향과 접선방향의 응력 및 압축잔류응력의 이론과 유한요소해석 결과이다. 자긴 압력이 작용할 때의 라이너에서의 응력 상태는 반경 방향과 접선 방향 모두 이론 결과와 유한요소해석 결과가 거의 일치하는 것을 살펴볼 수 있다. 하지만 자긴 압력을 제거한 후 라이너에서의 잔류응력은 내부에서 외부로 갈수록 압축잔류응력이 작아지는 경향은 비슷하지만 이론 결과가 유한요소해석 결과보다 더 큰 압축잔류응력이 걸리는 것을 살펴볼 수 있다. 이는 자긴 압력이 가해진 후 제거 할 경우 라이너의 스프링백이 일어나 복합재로부터 p$_o$ 보다 작은 압력이 걸려서 이론 결과보다 작은 압축잔류응력 수치가 나오는 것으로 생각된다.

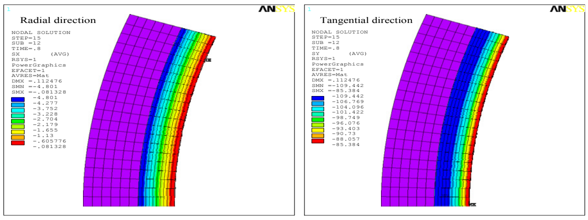

Fig. 3 Maximum shear stress of Radial and Tangential direction

Fig. 4 Compressive residual stress of Radial direction

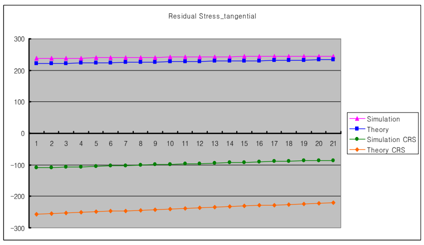

Fig. 5 Compressive residual stress of Tangential direction

5. 결론

본 연구에서는 이론식을 이용하여 예측한 반경과 접선방향의 잔류응력 결과와 유한요소해석을 통한 결과의 비교/분석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 자긴 압력이 작용하였을 때 라이너에 나타나는 반경방형 및 접선방향 응력상태는 이론으로 구한 결과와 유한요소해석을 통한 결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

(2) 자긴 압력을 제거하였을 때 라이너에 걸려 있는 압축잔류응력의 경우 이론으로 구한 결과와 유한요소해석의 결과가 차이가 나는 것을 볼 수 있다.

라이너의 스프링백을 고려하지 않은 이론적 결과는 유한요소해석 결과와 차이가 다소 있으나 경향성은 확인할 수 있었다. 향후 스프링백을 고려한 이론식과 유한요소해석과 비교할 계획이다.

후기

본 연구는 지식경제부의 대학전력연구센터 지원사업의 지원으로 수행된 연구결과임.

참고문헌

1. Park, J. H. and Lee, Y. S., “Machining Analysis of the Autofrettaged Compound Cylinder,” Trans. of the KSME, Vol. 7, No. 7, pp. 800~807, 2007.
2. P. Y. Tabakov, E. B. Summers, “Lay-up optimization of multilayered anisotropic cylinders based on 3-D elasticity solution,” Computers and Structures, Volume 84, Issue 5-6, pp. 374~384, 2006