Wollaston prism 과 PSD 기반의 회전 테이블 기하학적 오차 측정 시스템 개발

Development of a Measurement System for Geometric Errors of a Rotary Table based on Wollaston Prism and PSD

*이광일¹, 자야크리스난 수바라야루¹,[#]양승한¹

*K. I. LEE¹, S. JAYAKRISHNAN¹, [#]S. H. YANG(syang@knu.ac.kr)¹ ¹경북대학교 기계공학부

Key words : Rotary table, Geometric errors, Wollaston prism, Position sensitive device

1. 서론

회전 테이블은 end-effector 의 유연한 자세 결정을 위하 여, 5 축 공작기계와 여러 이송 시스템에서 널리 사용되고 있다. 그러나 회전 테이블 자체의 오차인 기하학적 오차는 end-effector 의 자세 결정에 악영향을 나타낸다. 회전 테이 블의 기하학적 오차 측정을 위하여 레이저 간섭계와 정밀 인텍스, 오토콜리메이터와 폴리곤 미러 및 LVDT 기반의 연구가 있다.^{1,2} 그러나 고가의 측정장비, 복잡한 셋업 과정 및 오랜 측정시간을 필요로 한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 볼바를 사용한 회전 테이블의 기하학적 오차 측정 이 진행되고 있으나, 측정시 직선 이송축을 필요로 한다.³

본 논문에서는 회전 테이블의 6 개 기하학적 오차를 측 정하기 위하여 wollaston prism, PSD 그리고 레이저 다이오 드(laser diode)로 구성된 측정 시스템을 제안하고 타당성을 검증한다. 저가의 측정구성 요소로 이루어진 측정 시스템 은 6 개의 기하학적 오차를 측정하기 위하여 2 회의 셋업만 을 필요로 하는 장점을 나타낸다.

2. 기하학적 오차 측정 시스템

회전 테이블 C 는 절대 좌표계 {F}의 z 축에 대한 회전 을 추종하도록 설계, 제작되고 있다. 그러나 여러 오차 요 인에 의하여 예상하지 못한 거동을 하며, 이는 회전각 c 에 종속적인 6개의 기하학적 오차(δ_{xc}, δ_{yc}, δ_{zc}, ε_{xc}, ε_{yc}, ε_{zc})를 사 용하여 나타낸다.^{4,5}

회전 테이블의 6 개 기하학적 오차를 위한 측정시스템 은 Fig. 1 에 나타낸 바와 같다. 레이저 다이오드에서 방출 된 광선 l_{id}은 빔-스플리터인 wollaston prism 에 의하여 특정 끼인각을 나타내는 2 개의 광선 l₁, l₂으로 분리되어 PSD 에 투영점 P₁, P₂ 이 된다. 여기서 광선은 xz-평면에 위치한다. 또한 wollaston prism 을 90° 회전하여 yz-평면에 위치한다. 당선 l₃, l₄ 및 투영점 P₃, P₄을 측정한다. 4 개의 투영점과 기 하하적 오차의 관계를 나타내기 위해 직선·평면 방정식과 동차변환행렬(homogenous transformation matrix)을 사용한다.



Fig. 1 Configuration of measurement system

2.1 xz-평면에서의 측정

Wollaston prism 을 사용하여 광선 l₁, l₂을 Fig. 2 와 같이 xz-평면에 위치시키는 경우 레이저 다이오드와 회전축 간 의 초기 셋업 오차 α는 식 (1)과 같다. 또한 광선 l₁, l₂ 는 식 (2)와 같이 주어진다. 여기서 2φ는 광선 l₁, l₂ 사이의 끼 인각을 나타내며, m₁, m₂는 투영점 P₁(x₁, y₁), P₂(x₂, y₂)와 레 이저 다이오드에서 방출된 광선 l₁ 사이의 거리이다.

$$\alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{-(m_{11} + m_{12})}{(m_{11} - m_{12})\tan\varphi} \right\}$$
(1)

$$l_{1}:(t_{1},0,(t_{1}+m_{11})\tan\beta) l_{2}:(t_{2},0,(t_{2}-m_{12})\tan\gamma)$$
(2)

2.2 yz-평면에서의 측정

Wollaston prism 을 90° 회전하는 경우 Fig. 3 에 나타낸 바와 같이 광선 l₃, l₄와 투영점 P₃(x₃, y₃), P₄(x₄, y₄)는 yz-평면 에 위치하며 식 (3)과 같이 정의된다.

$$l_{3}: (0, t_{3}, (t_{3} + m_{21}) \tan \beta) l_{4}: (0, t_{4}, (t_{4} - m_{22}) \tan \gamma)$$
(3)

기하학적 오차에 의하여 왜곡된 회전 테이블의 자세 \mathbf{T}_{c}^{r} 는 식 (4)와 같이 정의되며, PSD 상단면의 평면 방정식 은 식 (5)가 된다.

$$\mathbf{T}_{C}^{F} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zc} & \varepsilon_{yc} & \delta_{xc} \\ \varepsilon_{zc} & 1 & -\varepsilon_{xc} & \delta_{yc} \\ -\varepsilon_{yc} & \varepsilon_{xc} & 1 & \delta_{zc} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos c & -\sin c & 0 & 0 \\ \sin c & \cos c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4)

$$\varepsilon_{y}x - \varepsilon_{x}y + z - \delta_{z} = 0 \tag{5}$$



Fig. 2 Mathematical model for measurement at xz-plane



Fig. 3 Mathematical model for a measurement at yz-plane

투영점 **P**₁~**P**₄는 식 (1)~(4)와 식 (5)의 교점을 구하는 경 우 식 (6)과 같이 정의된다.

$$P_{1}:\left\{\frac{\delta_{zc}\cos\beta - m_{1}\sin\beta}{\varepsilon_{yc}\cos\beta + \sin\beta}, 0, \frac{\delta_{zc}\sin\beta + m_{1}\varepsilon_{yc}\sin\beta}{\varepsilon_{yc}\cos\beta + \sin\beta}\right\}$$

$$P_{2}:\left\{\frac{\delta_{zc}\cos\gamma + m_{2}\sin\gamma}{\varepsilon_{yc}\cos\gamma + \sin\gamma}, 0, \frac{\delta_{zc}\sin\gamma - m_{2}\varepsilon_{yc}\sin\gamma}{\varepsilon_{yc}\cos\gamma + \sin\gamma}\right\}$$

$$P_{3}:\left\{0, \frac{\delta_{xc}\cos\beta - m_{1}\sin\beta}{\sin\beta - \varepsilon_{xc}\cos\beta}, \frac{\delta_{xc}\sin\beta - m_{1}\varepsilon_{xc}\sin\beta}{\sin\beta - \varepsilon_{xc}\cos\beta}\right\}$$

$$P_{4}:\left\{0, \frac{m_{2}\sin\gamma + \delta_{zc}\cos\gamma}{\sin\gamma - \varepsilon_{xc}\cos\gamma}, \frac{\delta_{zc}\sin\gamma + m_{2}\varepsilon_{xc}\sin\gamma}{\sin\gamma - \varepsilon_{xc}\cos\gamma}\right\}$$
(6)

정의된 식 (6)의 투영점 P₁~P₄는 회전 테이블 좌표계*{C}* 에서 정의되며, 동차변환행렬을 사용하여 PSD 좌표계 *{PSD}*에 나타내고 고차항을 제거하면 기하학적 오차와 측 정 데이터{(x_i, y_i), i=1,2,3,4}의 관계는 선형으로 나타난다. 따라서 최소자승법을 식 (7)에 적용하여 회전 테이블의 기 하학적 오차 행렬 x 를 계산한다.

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{7}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \cos c \sin \beta & \sin c \sin \beta & -\cos c \cos \beta & 0 & x_{1} \cos \beta & -m_{11} \sin c \sin \beta \\ -\sin c \sin \beta & \cos \beta \sin \beta & \sin c \cos \beta & 0 & y_{1} \cos \beta & -m_{11} \cos c \sin \beta \\ \cos c \sin \gamma & \sin c \sin \gamma & -\cos c \cos \gamma & 0 & x_{2} \cos \gamma & m_{12} \sin c \sin \gamma \\ -\sin c \sin \gamma & \cos c \sin \gamma & \sin c \cos \gamma & 0 & y_{2} \cos \gamma & m_{12} \sin c \sin \gamma \\ -\cos c \sin \beta & -\sin c \sin \beta & \sin c \cos \beta & x_{3} \cos \beta & 0 & -m_{21} \sin c \sin \beta \\ \sin c \sin \beta & -\cos c \sin \beta & \sin c \cos \beta & x_{3} \cos \beta & 0 & -m_{21} \sin c \sin \beta \\ -\cos c \sin \gamma & -\sin c \sin \gamma & \sin c \cos \gamma & x_{4} \cos \gamma & 0 & m_{22} \cos c \sin \gamma \\ \sin c \sin \gamma & -\cos c \sin \gamma & \sin c \cos \gamma & x_{4} \cos \gamma & 0 & -m_{22} \sin c \sin \beta \\ -\cos c \sin \gamma & -\sin c \sin \gamma & \sin c \cos \gamma & y_{4} \cos \gamma & 0 & -m_{22} \sin c \sin \gamma \\ \sin c \sin \gamma & -\cos c \sin \gamma & \cos c \cos \gamma & y_{4} \cos \gamma & 0 & -m_{22} \sin c \sin \gamma \\ \sin c \sin \gamma & -\cos c \sin \beta - x_{1} \sin \beta \\ m_{11} \cos c \sin \beta - x_{1} \sin \beta \\ m_{21} \cos c \sin \beta - x_{2} \sin \gamma \\ -m_{12} \sin c \sin \gamma - y_{2} \sin \gamma \\ m_{21} \sin c \sin \gamma + x_{3} \sin \beta \\ -m_{22} \sin c \sin \gamma + x_{4} \sin \gamma \\ -m_{22} \cos c \sin \gamma + y_{4} \sin \gamma \end{bmatrix} \stackrel{\mathbb{H}{=}$$

3. 모의실험

제안된 측정 방법의 타당성을 검증하기 위하여 모의실 험을 진행한다. 회전 테이블의 기하학적 오차는 식 (8)과 같이 4 차 다항식으로 모델링하고 ±20µm, ±15µrad 의 범 위에서 생성한다. 여기서 d_{ick}, e_{ick}(i=x,y,z, k=1,2,3)는 오차를



Fig. 4 Generated errors and estimated errors for a rotary table

1. (

1

1.1

Table 1 Simulation results, (µm, µrad)			
	Generated error	Estimated error	Estimation error
δ_{xc}	18	18	1.597×10^{-4}
δ_{yc}	18	18	1.337×10^{-4}
δ_{zc}	4	4	1.902×10^{-4}
ϵ_{xc}	10	10	5.877×10 ⁻²
ε _{yc}	16	16	9.641×10 ⁻³
ε _{zc}	12	12	2.719×10^{-3}

생성하기 위한 상수이다.

T 1 1 1 C

$$\delta_{ic} = d_{ic1}c(c - d_{ic2})(c - d_{ic3})(c - 2\pi)$$

$$\varepsilon_{ic} = e_{ic1}c(c - e_{ic2})(c - e_{ic3})(c - 2\pi), \qquad i = x, y, z$$
(8)

생성된 기하학적 오차와 제안된 측정 방법을 사용하여 추정한 기하학적 오차는 Fig. 4 에 나타내었다. 그리고 추정 오차는 Table 1 과 같이 수치적 오차 수준이며, 이는 제안된 측정 방법의 타당성을 나타낸다.

4. 결론

회전 테이블의 기하학적 오차를 측정하기 위한 측정 시 스템을 제안하였으며, 결론은 다음과 같다.

- 회전 테이블의 기하학적 오차 측정 시스템 개발
- 측정비용의 최소화를 위한 시스템 구성 제안
- 측정시 초기 셋업 오차 고려를 통한 안정성 확보
- 모의실험을 통한 측정 방법의 타당성 검증

후기

이 논문은 정부의 재원으로 한국과학재단의 지원(2009 년도 국가지정연구실사업)을 받아 수행된 연구임(ROA-2009-0083054).

참고문헌

- 1. http://www.renishaw.com/en/rx10-rotary-axis-calibration--6805.
- Suh, S. H., Lee, E. S. and Jung. S. Y., "Error Modeling and Measurement for the Rotary Table of Five-axis Machine Tools," Int. J. Adv. Manuf. Tech., 14, 656-663, 1998.
- 이광일, 이동목, 양승한, "볼바를 사용한 회전 테이블의 기하학적 오차 평가," 한국정밀공학회 2009 년도 춘계학 술대회 논문집, 239-240, 2009.
- 4. ISO 230-7, "Test Code for Machine Tools-Part 7: Geometric Accuracy of Axes of Rotation," ISO, 2006.
- ISO/WD xxxxx-1, "Test Conditions for Five-axis Controlled Machining Centres with a Tilting Rotary Table-Part 1: Geometric Tests for Machines with a Horizontal Spindle," ISO, 2006.