유한요소법을 이용한 수정압 베어링 수치해석 기술

Numerical Analysis for Water Hydrostatic Bearing using FEM

*#심종엽 [1], 오정석 [1], 박천홍 [1]
*#J. Y. Shim[1](jyshim@kimm.re.kr), J.S. Oh[1] , C.H.Park[1]
[1] 한국기계연구원 초정밀기계시스템 연구실

Key words : water hydrostatic bearing, FEM, numerical analysis

1. 서론

초정밀 기계기술은 초정밀 가공기 및 디스플레이, 반도체 및 IT 생산 장비 성능 요구에 있어서 더욱 큰 역할을 수행하고 있으며 이러한 첨단 가공기 및 장비 산업이 차세대 성장동력원으로 나아감에 있어서 핵심적인 기술 기반을 형성하고 있다. 초미세 가공요구에 따른 초정밀가공기의 고 정밀화, 고강성화 및 차세대 디스플레이, 반도체 및 IT 제품의 초미세화 및 대면적화의 경향으로 초정밀 베어링에 대한 요구는 점점 더 커질 것으로 예상된다. 요구되는 초정밀 베어링의 특성조건으로는 고강성화, 고감쇄 특성, 나노급정밀도 및 고속이송제어성능이 있고 최근의 친환경 생산요구에 부합하여 청정환경 생산이 가능한 베어링의 요건도 부가 될 수 있다. 수정압 베어링을 초정밀 스테이지에 적용하면 고강성, 고감쇄, 청정환경대응, 나노급정밀도의 성능을 만족하는 차세대 생산장비의 초정밀 스테이지 구현이 가능할 것이다.

2. 모세관 모델

수정압 베어링을 설계하기 위해서는 베어링 패드부의 유체역학적인 해석이 이루어져야 하며 모세관의 유동 특성 또한 모델링 되어야 한다. 유체 정압 베어링의 베어링으로써 물리적인 특성으로는 일반적으로 베어링 강성, 부하 용량 및 열발생 특성이 있다. 이러한 베어링 특성들은 베어링 패드부 및 모세관의 유체역학적 모델에 의해서 모델링 가능하다. Figure 1(b)에 해석에 사용된 베어링 패드 형상을 보이고 있다. 양면 지지형 베어링(opposed pad bearing)이며 포켓부분 및 랜드부분을 보이고 있다. 물리적인 관계를 파악하기 위하여 간단하게 패드부를 단순화하여 모델링한 수식을 이용해 보기로 한다. Figure 1(c)의 베어링 요소 도식화 모델을 참고로 하여 패드부의 형상을 단순화 하여 모델링을 수행하면 다음의 수식과 같이 된다 [1,2].

$$R_B = \frac{1}{\dfrac{d_1 h_1^3}{6 l_1 \mu} + \dfrac{d_2 h_2^3}{6 l_2 \mu}} \tag{1}$$

위의 수식에서 R_B 는 베어링 패드부의 전후 압력차에 대한 유량값을 나타내는 유체 저항이며 d 는 랜드부의 길이, h 는 베어링 간극, l 은 랜드부의 폭 그리고 μ 는 점성계수이다. 모세관유동 모델링은 층류유동의 경우 Hagen-Poiseuille 관계식을 사용하게 되는데 그 경우의 모세관 저항값은 다음 수식과 같다.

$$R_c = \frac{128 \mu l_c}{\pi d_c^4} \tag{2}$$

위의 수식에서 l_c 는 모세관의 길이, d_c 는 모세관의 관내 직경을 나타낸다. Figure 1(b)의 베어링 형상과 일반적 형상의 모세관 저항 값을 구하고 모세관 내부의 Reynolds number 를 구해보면 쉽게 난류영역으로 유체 흐름이 정의됨을 알 수 있다.

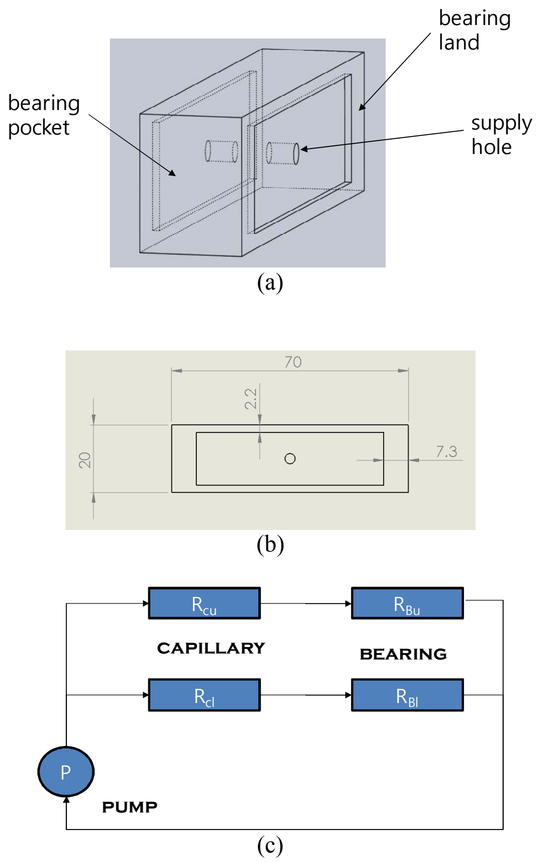

Fig. 1 (a) water hydrostatic bearing, (b) pad dimensions (c) bearing fluid system schematic

이에 난류의 영향으로 층류유동을 가정한 값보다 큰 유체 저항 값을 갖는다. 간단히 난류유동의 모델링을 검토하면 다음과 같이 Darcy 마찰계수와 Blasius 의 관계식을 고려할 수 있다.

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 2.0 \log\left(\mathrm{Re}\, f^{1/2}\right) - 0.8 \tag{3}$$

$$f = 0.316\, \mathrm{Re}^{-1/4} \tag{4}$$

위의 식에서 f 는 Darcy 마찰계수이고 Re 는 Reynolds number 를 나타낸다. 위의 두 수식을 이용하면 다음과 같은 압력 차와 유량의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\Delta p \approx 0.241 \frac{l \rho^{3/4} \mu^{1/4}}{d^{4.75}} Q^{1.75} \tag{5}$$

수식 (5)는 압력과 유량의 관계가 비선형적인 것을 나타낸다. 실험적으로 모세관유동의 유체 저항 값은 층류를 가정한 모델 값보다 훨씬 큰 값을 가짐을 실험적으로 관찰하였다 [2]. 따라서, 매끈한 관 유동의 경우 수식(5)를 따를 것이며 조건이 다른 경우 유동 Q 의 지수 값 및 계수의 관계식이 변할 것이다. 모든 경우에 있어 FEM 방법과 연동

하여 유동 방정식을 풀 경우 선형적인 방법 또는 비선형적인 방법으로 계산해야 한다. 모세관의 작동점(Q_C, P_C)을 기준으로 모세관계수를 계산하고 식(6)과 같은 선형화를 통하여 계산을 수행한 결과와 식(7)과 같이 비선형 방정식의 접선을 이용한 선형화의 결과를 비교하고자 한다.

$$P = R_c\big|_{Q_c, P_c} Q \tag{6}$$

$$P = \left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)\bigg|_{Q_C, P_C} (Q - Q_C) + P_C \tag{7}$$

베어링 강성 값의 계산 오차를 확인하기 위하여 입력압력 P_S 에 대한 베어링 압력 식과 이에 대한 전미분 식을 식(8) 및 식(9)와 같이 구할 수 있다.

$$P_B = \frac{R_B}{R_B + R_C} P_S \tag{8}$$

$$dP_B = P_S \frac{dR_B(R_B + R_C) - R_B(dR_B + dR_C)}{(R_B + R_C)^2} \tag{9}$$

모세관의 유체저항은 식(10)과 같이 나타낼 수 있고 이에 대한 전미분을 취하면 식(11)과 같이 dR_C 와 dQ 의 관계식을 구할 수 있다.

$$R_C = \frac{P}{Q} = \left.\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)\Big|_{Q_C, P_C} (Q - Q_C) + P_C}{Q}\right|_{Q_C, P_C} \tag{10}$$

$$dR_C = \left.\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)\Big|_{Q_C, P_C} Q\,dQ - \left(\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)\Big|_{Q_C, P_C} (Q - Q_C) + P_C\right) dQ}{Q^2}\right|_{Q_C, P_C} \tag{11}$$

$$= \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)\Big|_{Q_C, P_C} - R_C\big|_{Q_C, P_C}}{Q_C} dQ = \frac{1}{k_C} dQ$$

베어링 및 모세관에 대한 유량 및 압력의 관계식을 사용하여 전미분을 취하면 식(12)과 같이 dR_B 와 dR_C 의 관계식을 얻을 수 있고 이 결과를 식(9)에 대입하면 식(13)을 얻을 수 있다.

$$QR_B + QR_C = P_S \tag{12}$$

$$\Rightarrow dR_B = -\frac{k_C R_B + k_C R_C + Q_C}{Q_C} dR_C$$

$$= -\left(\frac{(R_B + R_C)\big|_{Q_C, P_C}}{\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)\Big|_{Q_C, P_C} - R_C\big|_{Q_C, P_C}} + 1\right) dR_C = \frac{1}{\lambda_C} dR_C$$

$$dP_B\big|_{Q_C, P_C} = \frac{P_S}{(R_B + R_C)^2\big|_{Q_C, P_C}} (R_C - \lambda_C R_B)\big|_{Q_C, P_C} dR_B \tag{13}$$

식(13)에서 dR_B 을 제외한 계수항은 모두 상수항이고 이 식을 이용하면 베어링 유체저항의 수식으로부터 베어링 강성 값을 구할 수 있다. 수식에서 λ_C 값은 식(6)과 식(7)의 값을 반영하는 상수이고 이의 결과를 이용하면 $R_c\big|_{Q_c, P_c}$ 값과 $\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)\Big|_{Q_C, P_C}$ 의 값이 차이를 보일 경우 강성 계산결과의 오차를 구할 수 있다. 매끈한 관의 난류유동 방정식을 사용하여 d=0.8 mm, l=25 mm, 양면패드의 경우 계산을 수행하여 보면 두 값이 두 배의 차이를 보이는 경우 베어링 강성 값은 약 30% 정도 차이가 발생한다.

3. FEM 을 이용한 수치 해석법

수정압 베어링의 물리적 특성인 베어링 강성, 부하용량 및 열발생 특성을 계산하기 위하여 유한요소법(Finite Element Method)을 이용하게 된다. Reddi 가 제안한 방법에 의하여 보간함수를 사용하여 Reynolds 방정식을 해석영역에 유한요소를 사용하여 선형방정식으로 전개하면 하기와 같다 [3].

$$2[K]\{p\} - [V]^T + \left[\dot{H}\right] + [Q]^T = 0 \tag{14}$$

상기 수식에서 K, V, $\dot{H}$ 및 Q 는 각각 강성, 동압효과, 스퀴즈효과 및 유량의 특성을 나타낸다. 상기 수식에서 Recess 내부 압력 P 행렬과 강성계수 행렬 A 및 나머지 물성치들의 행렬 B 로 삼각형 요소를 사용하여 다음과 같은 선형방정식으로 나타낼 수 있다.

$$A \cdot P = B \tag{15}$$

식(15)로 나타내어지는 선형방정식을 계산한 결과로 랜드부의 압력을 구하면 된다. 식(15)를 계산하는 과정에서 모세관 관계식이 사용되게 되고 모세관 함수를 선형화한 수식을 적용하여 LU 분해법을 통해 압력 P 를 구하게 된다.

4. 결론 및 추후 과제

초정밀 이송 스테이지에 적용할 수정압 베어링에 대한 수치적 해석 방법을 제안하였다. 모세관 함수의 선형화를 구현하여 FEM 수치해석 행렬연산에 적용하여 수정압베어링의 특성을 해석할 수 있다. 추후 실험적 결과와 해석적 결과의 비교를 수행할 것이다.

후기

본 연구는 한국기계연구원 자체사업 “수정압 베어링 기술개발” 과제의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Slocum, A. H., Scagnetti, P. A., Kane, N. R. and Brunner, C., “Design of self-compensated water-hydrostatic bearings”, Prec. Eng., **17**, 173-185, 1995.
2. 심종엽, 오정석, 박천홍, “초정밀 이송 스테이지용 수정압 베어링 모세관 설계에 관한 연구”, 한국정밀공학회 추계학술대회, 585~586. , 2009.
3. 박천홍, 정재훈, 이후상, 김수태, “FEM 을 이용한 유정압 테이블의 운동정밀도 해석”, 한국정밀공학회지, 17, 137-144, 2000.