유한요소법을 이용한 관성측정장치의 랜덤응답에 대한 연구

Prediction of Random vibration Response of inertia measurement unit using Finite Element Method

*탁승민 [1], 강민규 [1], 박동진 [1], #이석순 [2], 이종수 [3]
*S. M. Tak[1], #S.S. Lee(leess@gnu.ac.kr)[2] , J. S. Lee[3]
[1] 경상대학교 기계공학과, [2] 경상대학교 기계항공공학부, [3] 경인테크(주)

Key words : Random Vibration, Finite Element method, Inertia

1. 서론

진동에 영향을 받기 쉬운 환경에서 어떤 제품을 사용하고자 할 때 사용 전에 그 제품의 진동 응답을 알 수 있다면 매우 유용 할 것이다. 그러나 실제로는 파라미터를 정확히 예측할 수 없는 현상들이 많다. 어떤 진동의 시간 이력에 대해 명백한 패턴을 알 수 없을 경우, 이러한 진동을 랜덤진동(Random Vibration)이라 한다. 현재 대부분의 시험 규격은 정현파 가진 방법을 규격화 하고 있으나, 전자기술의 발전과 더불어 설비의 시험능력이 향상됨에 따라 MIL 규격에서는 진동에서 발생되는 각 주파수 성분을 분석하여 재현 시키는 랜덤(Random) 시험 방법을 규격화 하였으며, 점진적으로 복잡하고 다양한 형태의 랜덤 시험방법을 적용하는 것이 세계적인 추세이다.

본 연구는 비행체에 탑재되는 관성측정장치의 유한요소 모델을 가지고 랜덤 가진에 대한 응답을 구한다. 특히 랜덤가진에 대해 측정장치의 응답을 미리 예측해 보고, 부품의 안전성을 검증한다.

2. 본론

2.1 파워 스펙트럼 밀도

파워 스펙트럼 밀도(Power Spectrum Density)는 정상 랜덤 신호에(Stationary Random Signal)에서 자기 스펙트럼 밀도(Auto Spectral Density)와 같은 의미로 사용되며 주파수에 대한 스펙트럼의 변화율을 나타낸다. 따라서 파워 스펙트럼 밀도함수의 전 주파수 대역에서의 적분은 시간 영역 신호의 평균 제곱 값에 해당하며, 단위는 단위주파수당 파워를 의미한다.

정상 확률과정의 파워 스펙트럼 밀도 $S(\omega)$ 는 다음과 같이 $R(\tau)/2\pi$ 의 Fourier 변환으로 정의된다.

$$S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau \qquad (1)$$

따라서

$$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)e^{i\omega t}d\omega \qquad (2)$$

(1)식과 (2)식은 Wiener-Khintchine 공식으로 알려져 있다. 확률진동 해석에는 파워 스펙트럼밀도가 더 자주 이용된다. 파워스펙트럼 밀도는 다음과 같은 성질을 갖고 있다.

$$R(0)=E\left[x^2\right]=\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)d\omega \qquad (3)$$

이 된다. 만일 평균이 0 이면 $x(t)$ 의 분산은

$$\sigma_x^2=R(0)=\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)d\omega \qquad (4)$$

이 된다. 만일 $x(t)$ 가 변위를 나타낸다면 $R(0)$ 는 평균에너지를 나타낸다. 식에서 $S(\omega)$ 는 진동수 ω 에 따른 에너지 밀도를 나타냄은 자명하다. 따라서 $S(\omega)$ 는 계에 있는 에너지의 스펙트럼 분포를 나타낸다. 또한 전기회로에서는 만일 $x(t)$ 가 확률전류라면 평균제곱값은 계의 파워를 나타낸다.

$R(\tau)$ 가 τ 에 대한 우함수이고 실수이므로, $S(\omega)$ 도 ω 에 대한 우함수이고 실수다. 따라서 $S(-\omega)=S(\omega)$ 이다. 식(3)에서 $S(\omega)$ 는 x^2/각진동수의 단위를 갖는다. 식(3)에서는 양의 진동수와 음의 진동수를 모두 고려하고 있음에 주의해야한다. 실험에서는 편의상 등가의 단면 스펙트럼(one sided spectrum) $W_x(f)$가 널리 사용된다.

스펙트럼 $W_x(f)$는 선형진동수(사이클/단위시간)의 함수로 정의되며 양의 진동수만 고려된다. $W_x(f)$ 는 양의 f 에서만 정의된 등가스펙트럼이므로

$$E\left[x^2\right]=\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)d\omega\equiv\int_{-\infty}^{\infty}W_x(f)df \qquad (5)$$

이 된다. 진동수 대역 $d\omega$ 와 df 의 기여도가 같기 위해서는

$$2S_x(\omega)d\omega=W_x(f)df \qquad (6)$$

이고, 따라서

$$W_x(f)=2S_x(\omega)\frac{d\omega}{df}=2S_x(\omega)\frac{d\omega}{d\omega/2\pi}=4\pi S_x(\omega) \qquad (7)$$

이다.

2.2 환경시험 규격

유한요소 해석에 적용되는 설계개발 시험조건은 설정된 Base 에 환경성능 요구도인 grms=13.9, band width 20~2000Hz, 운용성능 요구도인 grms=1.96, band width 5~500Hz 를 각각 X, Y, Z 축으로 가한다.

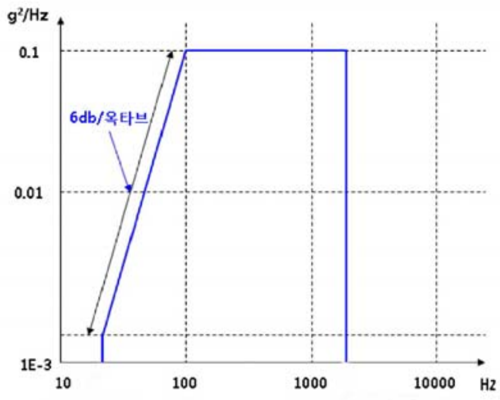

Fig. 1 Flying vibration PSD

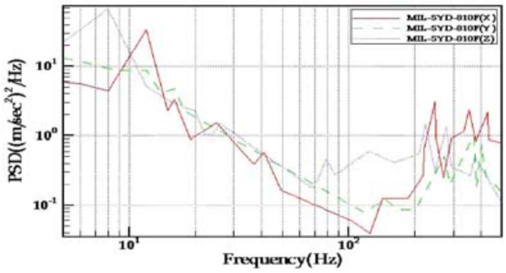

Fig. 2 Transport vibration PSD

2.3 유한요소해석 및 결과

랜덤응답 해석을 수행하기 전에 모드 해석(Frequency Analysis)을 선행하였다. 경계조건은 관성 측정장치의 바닥부 모서리가 Housing 과 볼트로 결합되어 있고, 다시 Housing 의 바닥을 고정하였다. 여기 고정된 바닥부는 진동이 발생되는 위치로 정하기 위해 Base 로 설정한다.

Frequency analysis 에서는 고유 진동수가 Random analysis 의 진동수 범위의 두 배까지 해석 되어야 한다. 시험규격은 20~2000Hz 이므로 약 4000Hz 까지 해석을 수행하였다.

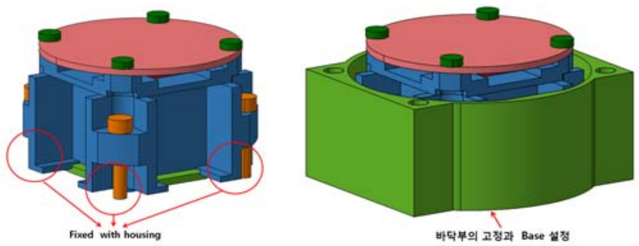

Fig. 3 Boundary Condition of Frequency analysis

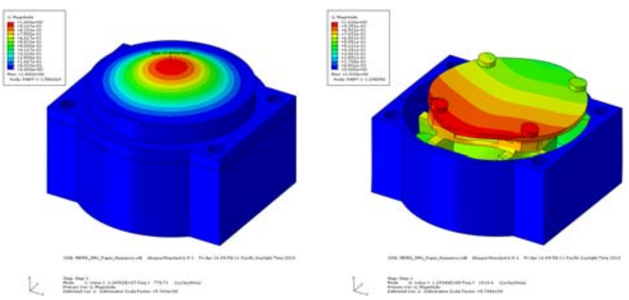

Fig. 4 first mode & 6th mode of frequency analysis result

Table 1 Result of Frequency analysis

Mode	진동수	비고
1	770.71	해석주파수범위
2	1584.6	``
3	1601.1	``
4	1755	``
5	1800.1	``
6	1810.4	``
20	3912.3	해석주파수범위의 약 2 배

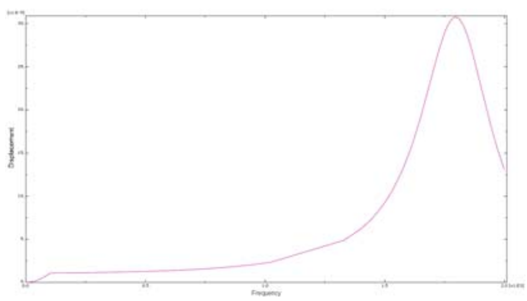

Fig. 5 Random response of case 1

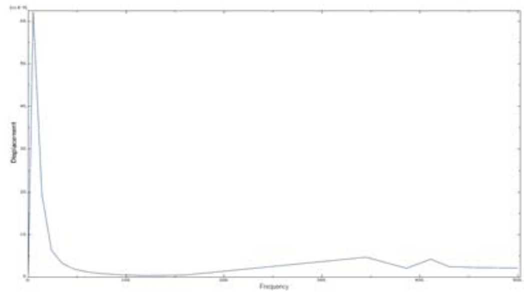

Fig. 6 Random response of case 6

Table 2 Predicted displacement

Case	PSD Displacement(mm)	예측변위 Amplitude(mm)	예측변위 범위 Range(mm)
Case1	1.307e-8	3.921e-8	-3.921e-8 ~ +3.921e-8
Case2	1.104e-8	3.312e-8	-3.312e-8 ~ +3.312e-8
Case3	1.849e-8	5.547e-8	-5.547e-8 ~ +5.547e-8
Case4	2.035e-11	6.105e-11	-6.105e-11 ~ +6.105e-11
Case5	2.504e-11	7.512e-11	-7.512e-11 ~ +7.512e-11
Case6	2.156e-8	6.468e-8	-6.468e-8 ~ +6.468e-8

여기서 구해진 PSD-Displacement 는 총 rms 가속도(Grms)를 통해 rms 변위(Drms)를 구한 결과이다. 여기서 구한 rms 들을 peak-to-peak 값으로 변환시켜야 한다. Random 신호에 대한 이론적 crest factor 는 실제 random 신호의 peak 값처럼 무한대이다. 그러나 실제 3 이라는 값이 만족스러운 값으로 사용된다. 통계적으로 만약 random 신호 발생에 대한 limiting factor 를 sigma of 3 이하라면 이것은 실제 random 신호에 있어서 가능한 random peaks 의 99.73%를 둘러싸게 될 것이다. 그러므로 만약 random 제어기에 crest factor 를 3 으로 설정하면 rms 값의 3 배인 최대 peak 를 갖는 random 신호를 발생시킨다. 즉 예측 변위 범위는

$$Drms \times crest\ \ factor \times 2$$

가 될 것이다.

4. 결론

관성 측정장치의 랜덤 응답 해석 결과 예측변위가 매우 작은 값을 가진다. 이는 구조물이 단순하며, Part 간의 접촉면적을 충분히 보유하고 있어서 랜덤 응답에 큰 영향을 받지 않을 것으로 판단된다.

후기

본 연구는 2 단계 지역대학 육성사업(BK21)과 창원단지혁신클러스터 추진단의 지원에 의해서 연구되었다. 모든 지원에 감사 드린다.

참고문헌

1. Singiresu S. Rao., "Mechanical Vibrations," pp.1005~1028, 2006.
2. NASA Preferred reliability practices, "Random vibration testing", No. PT-TE-1413 pp.1~3
3. 이원범, 김경원, "위성체 설계를 위한 랜덤 진동 해석," 항공우주 기술지 제 5 권 2 호, pp.102~107
4. 강성종, 유영덕, "응력 파워스펙트럼 밀도를 이용한 차량 내구해석기술 연구," SAE No.7 Vol.2, pp424~407