비정렬 다면체 격자계 기반 유동 해석 프로그램의 개발 및 진동하는 실린더 주변 유동에의 적용

이 상 혁,[1] 강 성 원,[2] 허 남 건,[*2]

DEVELOPMENT OF CFD PROGRAM BASED ON A UNSTRUCTURED POLYHEDRAL GRID AND ITS APPLICATION TO FLOW AROUND A OSCILLATING CIRCULAR CYLINDER

Sang Hyuk Lee,[1] Seongwon Kang[2] and Nahmkeon Hur[*2]

In the present study, a CFD program based on a finite volume method was developed by using an unstructured polyhedral grid system for the accurate simulation with the complex geometry of computational domain. To simulate the transient flow induced by the moving solid object, the program used a fractional step method and a ALE (Algebric Lagrangian-Eulerian) method. The grid deformation for the moving of solid object were performed with a spring analogy based on the center coordinate of each computational grid. To verify the present program with these methodologies, the numerical results of the flow around the fixed and oscillating circular cylinder were compared with the previous numerical results.

Key Words : 전산유체역학 (CFD, Computational Fluid Dynamics), 비정렬 다면체 격자 (Unstructured Polyhedral Grid), 시간 전진 기법 (Fractional Step Method), ALE 방법 (ALE method), 스프링 상사성 (Spring Analogy)

1. 서 론

최근 복잡한 형상의 시스템에 대한 열/유동 해석을 위하여 다양한 해석기법들이 개발되고 있다. 특히, 실제 산업현장에서 분석하고자 하는 복잡한 형상을 갖는 시스템에 대한 유동 해석을 위해서는 육면체 기반의 정렬 격자계를 사용하는 해석 방법은 한계를 갖는다. 이에, 복잡한 형상을 고려한 격자 생성에 장점을 갖고 있는 사면체 및 다면체 기반의 비정렬 격자 생성 방법에 대한 연구가 계속되고 있다. 사면체 격자계의 경우, 형상을 구현하는 표면 격자로부터 격자를 손쉽게 얻을 수 있는 장점을 갖고 있으나, 해석의 정확도 측면에서 다른 격자계에 비해 부정확한 결과를 초래할 수 있다. 이에, 최근 다면체 격자계를 이용한 해석 방법들에 대한 연구[1-3]들이 늘어나고 있다. 다면체 격자계의 경우, 사면체 격자계에 비해 격자 생성에 다소 시간이 많이 걸리며 격자를 형성하는 면들이 뒤틀리는 현상이 발생할 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여, 다면체 격자계의 격자질을 높이기 위한 다양한 방법들이 개발되고 있다. 또한, 이러한 단점에도 불구하고, 다면체 격자계는 정확도 측면에서 사면체 격자계에 비해 우월한 결과를 도출할 수 있으며 격자를 형성하는 면의 개수가 많기 때문에 격자의 뒤틀림으로 발생할 수 있는 오차를 줄일 수 있는 장점을 갖고 있다.

이와 같은 비정렬 격자계를 기반으로 하는 해석 프로그램의 경우, 고체의 이동 및 변형에 의한 해석 영역의 변화에 따른 해석 격자를 변형하는데 있어 기존 정렬 격자계에 비해 어려움이 있다[4]. 이를 해결하기 위하여, 격자점 간의 모서리를 선형 스프링으로 가정하여 격자점간 거리의 함수로 얻은 스프링 강성과 격자점의 변형으로부터 각 격자점에서의 평형을 이루는 변형된 격자를 얻는 연구가 진행되었다. 이 때, 변형된 격자의 질을 향상시키기 위하여, 격자점 간의 스프링 강성 및 평형 방정식에 대한 Spring 기법[5], Torsional Spring 기법[6], Ball-Vertex Spring 기법[7] 등의 다양한 비정렬 격자 변형 기법이 개발되었다. 그러나 일반적으로 이러한 격자 변형 기법은 격자점을 기반으로 평형 방정식을 푸는 방법으로, 사

1 서강대학교 대학원
2 서강대학교 기계공학과
* Corresponding author, E-mail: nhur@sogang.ac.kr

면체 격자계에 비해 다면체 격자계의 경우 같은 격자수를 이루는 격자점의 개수가 많아 평형 방정식 및 주변항의 개수가 급격히 증가하기 때문에, 다면체 격자계의 변형을 위하여 격자점을 기반으로 하는 격자 변형은 비효율적이다.

본 연구에서는 다면체 비정렬 격자계를 기반으로 하는 유동 해석 프로그램을 개발하였다. 이 때, 고체의 이동 및 변형을 포함하는 비정상 상태 유동해석을 위하여, 해석 격자 중심을 기반으로 하는 격자 변형 기법을 통해 얻은 해석 격자로부터, 격자 이동을 고려하기 위한 ALE 기법 및 비정상 상태 해석을 위한 시간 전진 기법 (Fractional Step Method)을 사용하였다. 이와 같이 개발된 유동 해석 프로그램의 검증을 위하여, 고정되거나 진동하는 원형 실린더 주변에서 유동 특성에 대한 해석 결과를 기존 문헌들과 비교하였다.

2. 수치해석

본 연구에서는 고체의 이동 및 변형에 따른 격자 변형을 포함하는 유동 해석 프로그램을 개발하였다. 이는 크게 ALE 기법을 포함하는 시간 전진 기법을 기반으로 하는 유동 해석 부분과 해석 격자를 중심으로 하는 격자 변형 부분으로 이루어진다.

2.1 유동 해석 기법

격자의 변형을 포함하는 비정상 상태 층류 유동 해석을 위하여, 다음과 같은 체적 적분 형태의 질량 및 운동량 보존 방정식을 사용하였다.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho dV + \int_S \rho(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u_g})\cdot\boldsymbol{n}dS = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\boldsymbol{u}dV + \int_S\left[\rho\boldsymbol{u}(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u_g})\cdot\boldsymbol{n}-\mu\left(\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial n}\right)\right]dS = 0 = -\int_S p\boldsymbol{n}dS \tag{2}$$

여기서, t는 시간, ρ는 유체 밀도, μ는 유체 점도, $\boldsymbol{u}$는 속도 벡터, $\boldsymbol{u_g}$는 격자 이동 속도 벡터, p는 압력이다. dS와 dV는 격자를 구성하는 면의 면적 및 격자의 체적을 나타낸다. 또한, $\boldsymbol{n}$은 격자를 구성하는 면의 수직 벡터이다. 이 때, 격자 변형에 따른 각 해석 격자는

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V dV - \int_S \boldsymbol{u_g}\cdot\boldsymbol{n}dS = 0 \tag{3}$$

와 같은 공간 보존 법칙을 만족하여야 한다.

본 연구에서는 식 (1)과 (2)를 시간에 따라 수치 해석하기 위하여 시간 전진 기법을 사용하였다. 시간 전진 기법은 크게 두 단계로 이루어져 있으며, 우선 압력항이 분리된 운동량 보존 방정식을 이용해서 속도장을 구한다. 이와 같이 구해진 속도장은 운동량 보존 방정식은 만족하지만 질량 보존 방정식을 만족하지 못하기 때문에, 질량 보존 방정식을 만족시키기 위하여 Poisson 방정식을 이용해 속도장을 보정한다. 이와 같은 시간 전진 기법의 경우, 시간 간격이 크게 되면 오차를 발생할 수 있기 때문에, CFL 수를 이용하여 시간 간격의 제한을 두었다.

2.2 다면체 격자 변형 기법

다면체 해석 격자의 변형을 위하여, 해석 격자의 중심을 기반으로 Batina[5]가 제안한 Spring 기법을 사용하였다. 이 때, i 격자와 j 격자의 위치 벡터 $\boldsymbol{x_i}$와 $\boldsymbol{x_j}$를 이용하여 격자 사이 거리 벡터 $\boldsymbol{x_{ij}}=\boldsymbol{x_i}-\boldsymbol{x_j}$의 크기에 반비례하는 선형 스프링의 강성 k_{ij}은

$$k_{ij} = 1/\sqrt{\boldsymbol{x_{ij}}\cdot\boldsymbol{x_{ij}}} \tag{4}$$

와 같다. 이 때, 두 해석 격자의 변위 벡터 $\boldsymbol{u_i}$와 $\boldsymbol{u_i}$에 의해 해석 격자 i에 작용하는 힘 $\boldsymbol{f_{i,ij}}$와 해석 격자 j에 작용하는 힘 $\boldsymbol{f_{i,ij}}$는

$$\boldsymbol{f_{i,ij}} = k_{ij}(\boldsymbol{u_i}-\boldsymbol{u_j}) = \boldsymbol{f_{i,ij}} \tag{5}$$

와 같다. 이로부터 해석 격자 i에 대한 힘 평형 방정식은 해석 격자 i와 연결된 격자 사이의 스프링으로부터 발생한 힘은 다음을 만족해야 한다.

$$\sum_{j=1}^{n_c}\boldsymbol{f_{i,ij}} = 0 \tag{6}$$

여기서, n_c는 주변 해석 격자이다. 이 때, 경계면의 변위에 따라 발생한 힘에 의해 변형된 해석 격자 중심의 변위를 얻을 수 있으며, 각 격자점을 포함하는 주변 해석 격자의 변형 특성으로부터 격자점의 변형 특성을 얻는다.

3. 결과 및 토의

본 연구에서는 다면체 격자 변형 기법을 포함하는 비정상 상태 유동 해석 프로그램을 이용하여, 고정된 실린더 주변 유동 및 주기적으로 유동에 수직한 방향으로 진동하는 실린더 주변 유동에 대한 해석을 수행하였다. 이를 위해, Fig. 1과 같

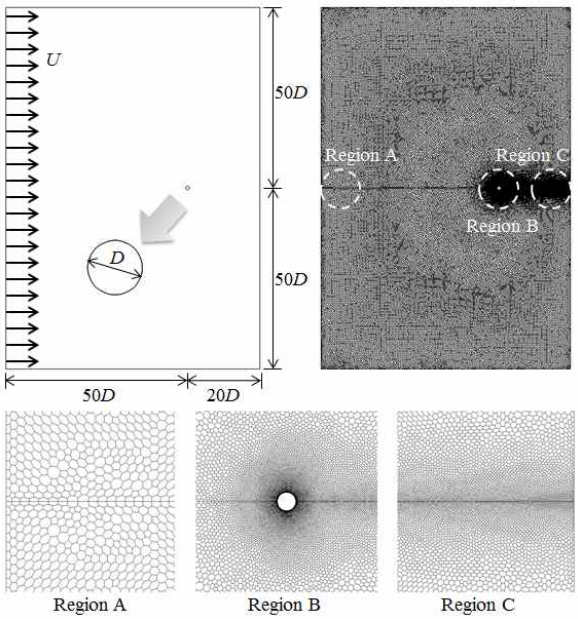


Fig. 1 Computational domain and meshes for the simulation on the flow past a fixed and oscillating circular cylinder

은 지름이 D인 실린더를 포함하는 해석 영역에 대하여 약 55,000개의 다면체 해석 격자를 구성하였다. 이를 통해, 주기적인 특성을 보인 후 약 30 주기 정도의 결과를 얻기 위하여, 2.4GHz AMD Opteron 64bit 1CPU를 사용하여 약 6시간의 계산을 수행하였다.

3.1 고정된 실린더 주변 유동

본 연구에서는 고정된 실린더 주변 유동 특성을 결정하는 실린더 지름을 기반으로 하는 레이놀즈수 Re_D가 60~160에 대한 유동해석 결과를 기존 문헌[8,9]과 비교하였다. Fig. 2는 레이놀즈수가 160인 경우에 속도장 및 압력장 특성을 보여주고 있다. 실린더 주변에 형성된 와류는 유동 불안정성으로 인해 시간에 따라 실린더 표면으로부터 분리되어 와류 진동 특성

Table 1 Comparison of present numerical results of lift and drag coefficients for various Reynolds numbers with previous results

	Park et al.[8]			Present study		
Re_D	C_D	$\widehat{C}_D$	$\widehat{C}_L$	C_D	$\widehat{C}_D$	$\widehat{C}_L$
60	0.96	0.0014	0.1344	0.9529	0.0021	0.1132
80	0.97	0.0049	0.2452	0.9714	0.0043	0.2212
100	0.99	0.0091	0.3321	0.9902	0.0089	0.3093
120	1.01	0.0152	0.4103	1.0114	0.0158	0.3914
140	1.03	0.0224	0.4823	1.0362	0.0235	0.4749
160	1.04	0.0293	0.5501	1.0611	0.0313	0.5503

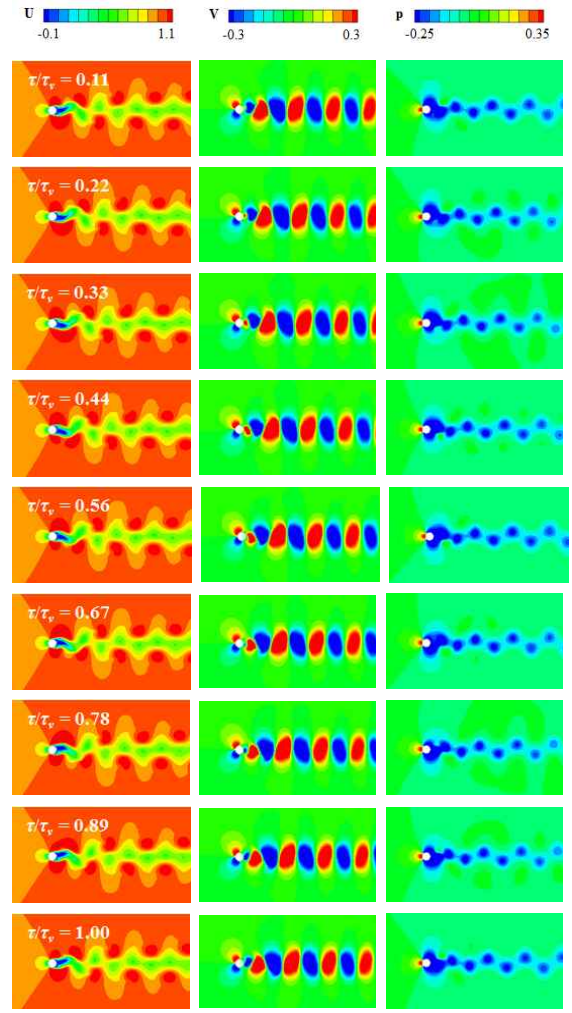


Fig. 2 Flow characteristics around a fixed circular cylinder (Re_D=160)

을 보이게 된다. 이와 같은 와류 진동 특성으로 인해 실린더에 작용하는 양력 및 항력 계수는 주기적인 진동 특성을 갖는다. 유동장의 주기적인 시간 간격 τ_v로 무차원한 시간에 따른 실린더에 작용하는 양력 및 항력 계수에 대한 Fig. 3을 보면, 양력 및 항력 계수의 변동 폭은 레이놀즈수에 영향을 받는 것을 알 수 있다. 본 연구에서 얻은 레이놀즈수에 따른 양력 및 항력 계수에 대한 해석 결과는 Table 1과 같이 기존 고정된 실린더 주변에 대한 수치해석 결과[8]와 거의 일치하는 경향을 보였다. 또한, Fig. 4와 같이 실린더 주변에서 발생하는 유동 특성에 대한 진동주기를 보면, 레이놀즈수가 증가함에 따라 진동주기가 짧아지는 것을 볼 수 있었으며, 이와 같은 해석 결과는 기존 유동에 의해 실린더에 작용하는 진동주기에 대한 수치해석 결과[9]와 일치하였다.

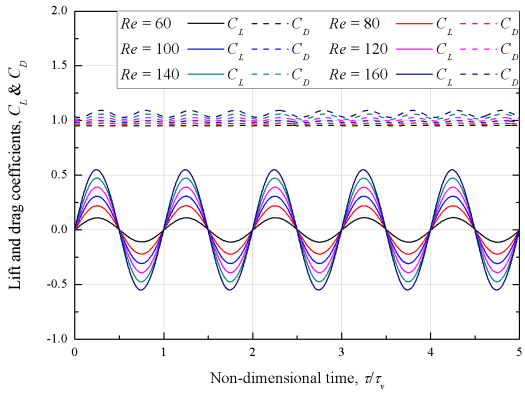


Fig. 3 Lift and drag coefficients on a fixed circular cylinder for various Reynolds numbers

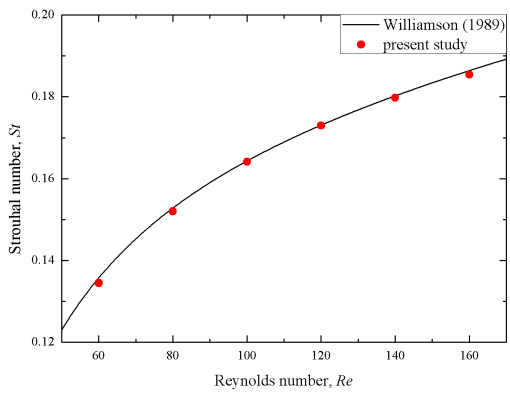
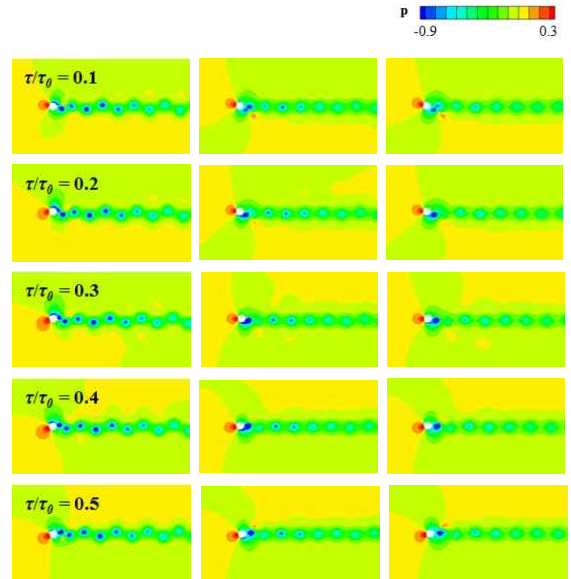


Fig. 4 Comparison of the numerical results of Stouhal number for various Reynolds number with previous results[9]

3.2 진동하는 실린더 주변 유동

고정된 실린더 주변 유동에 대한 해석 결과의 검증과 더불어, 본 연구에서는 진동하는 실린더 주변 유동에 대한 해석 결과를 기존 문헌[10,11]과 비교 검토하였다. 실린더 주변에 레이놀즈수 500인 유동장 내 유동장에 수직한 방향으로 실린더의 최대 진동 변위 X_{max}가 실린더 지름 D의 0.25일 때 다양한 진동 주기 f_o로 실린더가 진동하는 경우, 실린더 주변 유동 특성에 대한 해석을 수행하였다. Fig. 5는 다양한 주기로 진동하는 실린더 주변 압력장 특성을 보여준다. 진동하는 실린더의 경우, 고정된 실린더 주변 유동의 진동 주기 f_v와 실린더의 진동 주기 f_0의 영향으로 진동하는 실린더 주변 주기적인 유동 특성이 결정된다. Fig. 6은 시간에 따라 다양한 진동 주기를 갖는 실린더에 작용하는 양력 및 항력 계수 특성을 나타낸다. 이를 보면, 실린더의 진동 주기에 따라 양력 및 항력 계수 간의 경향이 다른 것을 볼 수 있다. 실린더의 위치에 따른 양력 계수 특성에 대한 Fig. 7에서, f_0/f_v가 0.975인 경우, 실린더가 아래에서 위로 움직일 때 양력 계수가 증가하며 위에서 아래로 움직일 때 양력 계수가 감소한다. 이 때, 양력 계수의 증가 및 감소 정도가 더 커지게 됨에 따라, 실린더의 진동 주기에 걸쳐 발생하는 양력으로 인해 실린더의 진동 크기를 증가시킬 수 있게 된다. f_0/f_v가 0.875와 0.800인 경우, 실린더가 아래에서 위로 움직일 때 양력 계수가 감소하며 위에서 아래로 움직일 때 양력 계수가 커지게 된다. 그러나 f_0/f_v가 0.875에서는 실린더가 진동하면서 양력 계수의 증가 및 감소 정도가 증가함에 따라 실린더의 진동 크기를 감소할 수 있게 하는 반면, f_0/f_v가 0.800에서는 양력 계수의 증가 및 감소 정도가 감소함에 따라 오히려 실린더의 진동 크기를 증가시킬 수 있게 한다. 이와 같은 실린더의 진동 주기에 따라 실린더 주변 유동장이 실린더의 진동에 미치는 영향에 대한 본 연구의 해석 결과는 기존 문헌[10]와 일치하였다. 또한, 실린더의 진동 주기 f_0/f_v가 0.875인 경우 실린더에 작용하는 평균 항력 계수 및 최대 양력 계수를 Table 2와 같이 기존 수치해석 결과[10,11]와 비교하였다. 이를 보면, 결과들 간에 다소 차이를 갖고 있지만 해석 조건 및 격자의 차이들로 인해 발생한 것으로 보인다.



(a) $f_0/f_v = 0.975$ (a) $f_0/f_v = 0.875$ (a) $f_0/f_v = 0.800$

Fig. 5 Pressure characteristics around a oscillating circular cylinder for various frequencies (Re_D=500, X_{max}=0.25D)

Table 2 Comparison of present numerical results of lift and drag coefficient with previous results (Re_D=500, X_{max}=0.25D, f_0/f_v = 0.875)

	C_D	$\widehat{C}_L$
Blackburn and Handerson[10]	1.46	0.72
Pedro et al.[11]	1.35	0.67
Present study	1.28	0.74

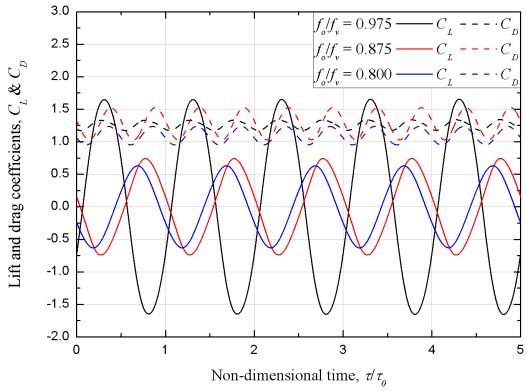


Fig. 6 Lift and drag coefficients on a oscillating circular cylinder for various frequencies (Re_D=500, X_{max}=0.25D)

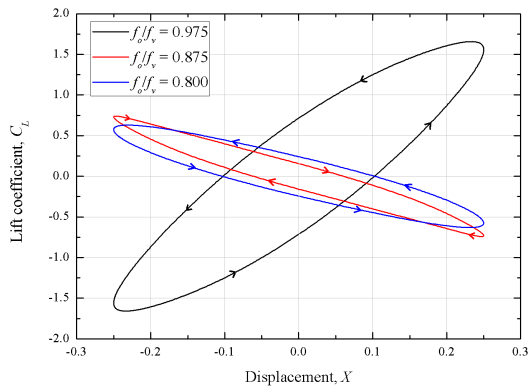


Fig. 7 Lift coefficients over the oscillating cycle of circular cylinder for various frequencies (Re_D=500, X_{max}=0.25D)

4. 결 론

본 연구에서는 다면체 비정렬 격자계를 기반으로 해석 영역의 변형을 고려하기 위한 격자 변형 기법 및 격자 변형을 고려한 비정상 상태 해석을 위한 유동 해석 프로그램을 개발하였다. 이와 같이 개발된 유동 해석 프로그램을 통해 얻은 고정된 실린더 및 진동하는 실린더 주변 유동 특성에 대한 해석 결과를 기존 실험 및 수치해석 결과들과 비교하여 일치하는 결과를 얻었다. 이와 같이 개발된 유동 해석 프로그램은 추후 고체의 이동 및 변형 특성을 고려함으로써 유체-구조 연계해석에 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

후 기

이 논문은 2009년도 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 '다중현상 CFD 연구센터(ERC)' 과제의 일환으로 수행된 연구임(No. 20090083510).

참고문헌

[1] 2004, K. Mahesh, G. Constantinescu and P. Moin, "A Numerical Method for Large-Eddy Simulation in Complex Geometries," *J. Comput. Phys.*, Vol.197, pp.215-240.

[2] 2006, F. Ham, K. Mattsson and G. Laccarino, "Accurate and Stable Finite Volume Operators for Unstructured Flow Solvers," CTR Ann. Res. Brief.

[3] 2006, H.K. Myong and J. Kim, "Development of a Flow Analysis Code Using an Unstructured Grid with the Cell-Centered Method," KSME International Journal, Vol.20, No.12, pp.2218-2229.

[4] 2007, H. Jasak and Z. Tukovic, "Automatic Mesh Motion for the Unstructured Finite Volume Method," Transactions of FAMENA, Vol.30, No.2, pp.1-18.

[5] 1991, J.T. Batina, "Unsteady Euler Algorithm with Unstructured Dynamic Mesh for Complex-Aircraft Aerodynamic Analysis," AIAA Journal, Vol.29, No.3, pp.327-333.

[6] 1998, C. Fahat, C. Degand, B. Koobus and M. Lesoinne, "Torsional Springs for Two-dimesional Dynamic Unstructured Fluid Meshes," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.163, pp.231-245.

[7] 2005, C.L. Bottasso, D. Detomi and R. Serra, "The Ball-Vertex Method: A New Simple Spring Analogy Method for Unstructured Dynamic Meshes," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.194, pp.4244-4264.

[8] 1998, J. Park, K. Kwon and H. Choi, "Numerical Solutions of Flow past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 160," KSME International Journal, Vol.12, No.6, pp.1200-1205.

[9] 1989, C.H.K. Williamson, "Oblique and Parallel Modes of Vortex Shedding in the Wake of a Circular Cylinder at Low Reynolds Number," *J. Fluid Mesh.*, Vol.206, pp.579-627.

[10] 1999, H.M. Balckburn and R.D. Henderson, "A Study of Two-dimensional Flow past an Oscillating Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.385, pp.255-286.

[11] 2003, G. Pedro, A. Suleman and N. Djilali, "A Numerical Study of the Propulsive Efficiency of a flapping hydrofoil," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.42, pp.493-526.