

# 레블셋 유한요소 기법을 이용한 내부 조파

## Internal Wave-Maker with the Level-Set Finite Element Approach

이해균\*, 이남주\*\*  
Haegyun Lee\*, Nam-Joo Lee\*\*

### 요 지

기존에 제시된 Lin 과 Liu (1999)의 VOF 기법을 이용한 내부 조파 방법을 레블셋 기법에 적용하였다. 기하학적으로 유리한 유한요소법을 이용하여, Navier-Stokes 방정식의 공간차분에는 Characteristic Galerkin 기법을, 시간차분에는 Fractional Four-Step 기법을 적용하였다. 그림에 보인 바와 같이 중심( $x=0$ )에서 전파하는 경우, 외부조파에 의한 영역 내 제반사 문제가 해결되어 선형파를 의도한 바대로 잘 조파할 수 있었다.

**핵심용어** : 레블셋 기법, 내부 조파 기법, 유한요소법

### 1. 서론

최근 향상되고 있는 컴퓨터의 연산 속도와 전산유체역학, 병렬처리 기법 등 계산 이론의 발전으로 인하여 완전한 Navier-Stokes 방정식을 이용한 파랑 해석 문제에 접근이 증가하고 있다. 또한, 상용 CFD 코드의 이용도 증가하고 있다 (예를 들면 최준우 등 (2009)). 기존의 연구에서는 주로 VOF (Volume of Fluid) 기법을 중심으로 한 연구에 Lin 과 Liu (1999)의 조파기법과 경계조건으로서 흡수층을 사용하였다. 본 연구에서는 유한요소법 기반의 Fractional Four-Step 기법에, 자유수면의 처리를 위한 레블셋 기법을 결합하여, Lin 과 Liu (1999)의 선형파 조파 문제에 적용하였다. 다음 2절에서는 지배방정식과 수치기법을, 3절에서는 각각의 적용 사례를, 4절에서는 본 연구의 결론을 기술하였다.

### 2. 지배방정식 및 수치기법

#### 2.1 지배방정식과 흐름의 모의

지배 방정식으로 다음과 같은 비압축성 유체에 대한 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

물과 공기의 경계면의 추적(capturing)을 위하여 레블셋 함수  $\phi$ 에 대한 이송방정식을 적용하였다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

상세한 수치기법에 대해서는 Lin 등 (2005)의 논문을 참고하기 바란다.

\* 정회원 · 단국대학교 (천안) 토목환경공학과 조교수 · E-mail : [haegyun@dankook.ac.kr](mailto:haegyun@dankook.ac.kr)

\*\* 정회원 · 경성대학교 토목공학과 교수 · E-mail : [njlee@ks.ac.kr](mailto:njlee@ks.ac.kr)

## 2.2 조파

선형파의 조파를 위하여 Lin과 Liu (1999)의 질량 원천함수(mass source function) 기법을 적용하였다. Fractional Four-Step 기법의 적용을 위하여 다음 식과 같이 압력-포와송 방정식을 수정하여 적용하였다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \left[ \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} - s(x_i, t) \right] \quad (4)$$

여기서  $u_i^*$ 는 Fractional Four-Step 기법의 적용 단계에서 연속방정식을 만족시키지 못하는 중간 단계의 속도이며,  $s(x_i, t)$ 는 질량 원천함수이다.

## 2.3 흡수층

그림 1과 같이 조파 구조의 양 끝에 흡수층(sponge layer)을 설치하여 파랑의 에너지를 흡수하도록 하였다.

$$c_s = \alpha \left[ \exp \left( \frac{x - x_o}{x_s} \right) \right]^n - 1 \quad (5)$$

여기서  $\alpha$ 와  $n$ 은 경험 상수이며,  $x_s$  ( $\geq 0$ )는 흡수층의 두께이다.



그림 1. 파랑 흡수층 (sponge layer)

## 3. 모형의 적용

### 3.1 선형파 조파 - 2차원

2차원 규칙파의 조파를 위하여 길이 10 m ( $-5 \leq x \leq 5$ ), 높이 0.24 m 의 수치 조파수조에 절점 65,050, 사각형 요소 63,700 를 사용하여 파랑의 생성과 전파를 모의하였다. 영역의 좌우에 각각 1.5 m의 흡수층을 설치하였다. 그림 2에 보인 바와 같이 해석해와 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

### 3.2 선형파 조파 - 3차원

3차원 문제의 경우 2차원 문제와 같은 제원의 수치 조파수조를 사용하였다. 다만  $y$ -방향으로 폭 0.1 m 를 가정하였다. 계산 시간의 단축을 위하여 그래프 파티셔닝 프로그램인 METIS (Karypis, 2011)를 사용하여 전체 격자를 8개 영역으로 분할하고 (그림 3), MPI (MPI Forum, 2012) 라이브러리 루틴을 사용하여 병렬처리를 하였다. 그림 4는  $t = 2 T$  일 때 수면의 형상이며, 그림 5는 중심면 ( $y = 0$ )에서 시간변화에 따른 수면의 형상을 선형파의 이론해와 비교한 것으로서 잘 일치함을 확인할 수 있다.

## 4. 결론

내부 조파를 위하여, 기하학적으로 유리한 유한요소법을, Navier-Stokes 방정식의 공간차분에는 Characteristic Galerkin 기법을, 시간차분에는 Fractional Four-Step 기법을 적용하였다. 2차원파 3

차원 해석에 각각 적용하여 해석해와 잘 일치하는 결과를 얻게 되었다. 향후 보다 복잡한 실용적인 문제에 적용할 계획이다.

### 감사의 글

본 연구는 국토해양부 지역기술혁신사업의 연구비지원 (과제번호# '08지역기술혁신 B-01)에 의해 수행되었습니다.

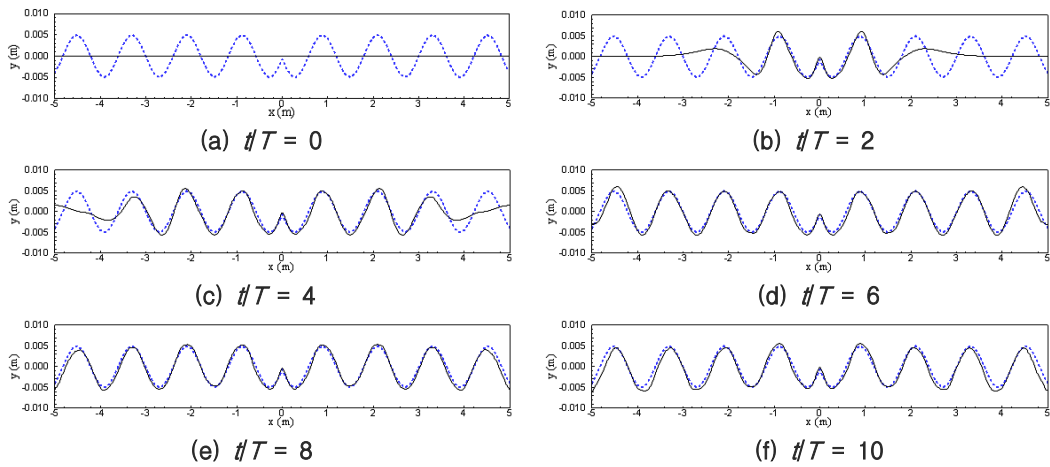


그림 2. 2차원 선형파 조파에서 수치해(—)와 해석해(-----)의 비교  
(일정수심  $d = 0.2$  m,  $T = 1.0$  sec, 좌우에 흡수층)

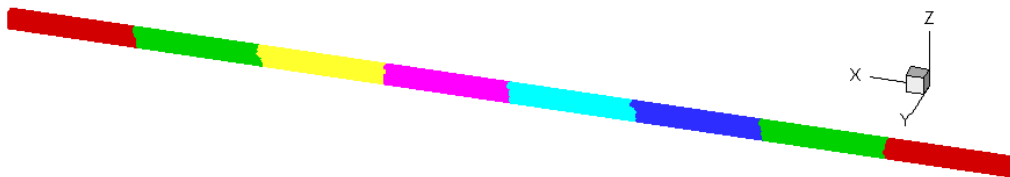


그림 3. 3차원 선형파 조파 구조의 격자, 육면체 요소수 572,000, 절점수 643,995  
(병렬처리를 위한 8개 영역분할)

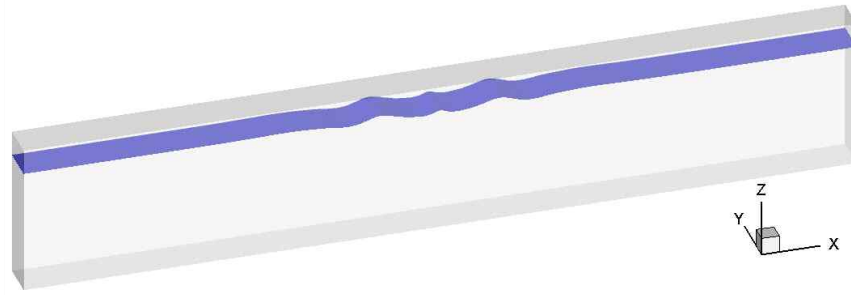


그림 4. 폭 0.1 m 인 3차원 조파수조에서 조파 ( $t = 2T$ )  
(시각적 가시화를 위하여 연직방향 스케일을 확대함)

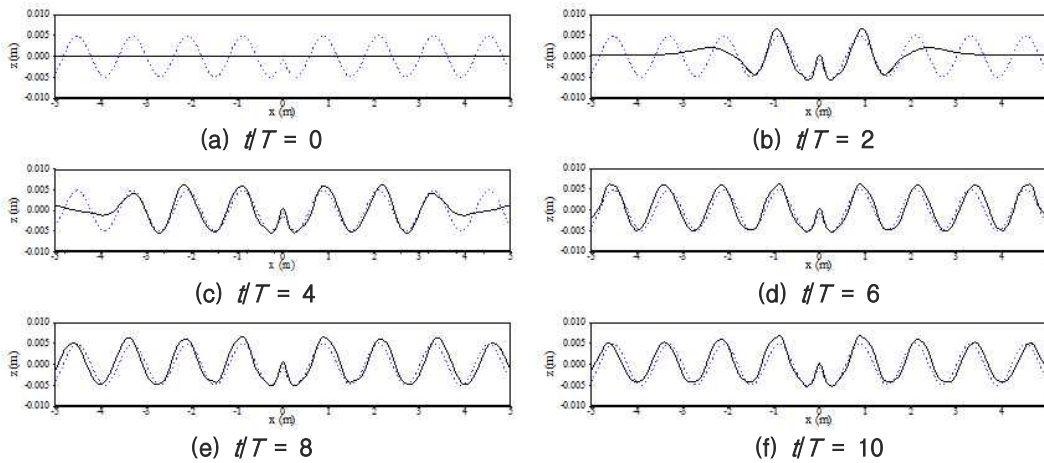


그림 5. 3차원 선형파 조파수조에서 연직 중심면의 수치해(—)와 해석해(-----)의 비교  
(일정수심  $d = 0.2$  m, 폭 0.1 m,  $T = 1.0$  sec, 좌우에 흡수층)

### 참 고 문 헌

1. 최준우, 고광오, 윤성범 (2009). "RANS 방정식의 운동량 원천항을 이용한 내부조파", 한국해양·해양공학회논문집, 제21권 제2호, p. 182-190.
2. Karypis, G. (2011). METIS: A software package for partitioning unstructured graphs, partitioning meshes, and computing fill-reducing orderings of sparse matrices, Ver. 5.0 (<http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis>).
3. Lin, C.-L., Lee, H., Lee, T. and Weber, L. J. (2005). "A level set characteristic Galerkin finite element method for free surface flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 49, 521 - 547.
4. Lin, P. and Liu, P.L.-F. (1999). "Internal wave-maker for Navier-Stokes equations models", *J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Engrg.*, ASCE., 125(4), 207-215.
5. MPI Forum (2012). <http://www.mpi-forum.org/>.