

## 충격과 시험장치를 이용한 추력 측정

진상욱\* · 황기영\* · 박동창\* · 민성기\*

## Thrust Measurement in a Impulse Facility

Sangwook Jin\*<sup>†</sup> · Kiyoung Hwang\* · Dongchang Park\* · Seongki Min\*

### ABSTRACT

This paper introduces the method how to measure the thrust in impulse facility. In a Facility having such a short duration time of steady flow, there's no time to reach a steady state of the forces acting on model so that the test model vibrates until the end of the flow. The forces exerted on an engine exist with vibration so that the usual force balance can not be used. SWFB(Stress Wave Force Balance) technique is utilized in a shock tunnel to get the thrust. As an example, a model force balance has been calculated its strain against impulse force by using FEM(Finite Element Method). A transfer function between the impulse force and strain has been obtained by the way of de-convolution.

### 초 록

충격과 시험장치를 이용하여 추력을 측정하는 방법을 소개하였다. 충격과 시험장치를 이용하여 엔진의 추력을 측정하기 위해서는 일반적인 엔진시험 시설에서 추력을 측정하기 위해 사용하는 밸런스가 힘의 평형상태에 도달하지 못하기 때문에 응력과 힘 밸런스(Stress Wave Force Balance) 방법을 이용하여 측정한다. 본 논문에서는 모델 힘 밸런스(force balance)에 대해 충격하중을 주고 유한요소법(FEM)으로 변형률을 계산하였다. 충격하중과 변형률의 관계를 역합성곱(de-convolution)하여 천이함수를 도출하였다.

Key Words : Stress Wave Force Balance(응력과 힘 밸런스), Shock Tunnel(충격과 시험 장치), Impulse Response Function(충격 반응 함수), Convolution(합성곱), Transfer Function(전달함수), Scramjet(스크램제트), Hypersonic Propulsion(극초음속 추진), Thrust Measurement Technique(추력 측정 기술)

### Nomenclature

\* 국방과학연구소

† 교신저자, E-mail: engine@add.re.kr

$y$  : output of the system

$u$  : input to the system

- $g$  : transfer function
- $t$  : time
- $\tau$  : arbitrary time step
- $s$  : complex domain variable
- $Y$  : Laplace transform of  $y$
- $U$  : Laplace transform of  $u$
- $G$  : Laplace transform of  $g$

## 1. 서 론

마하 6 이상의 극초음속 비행체에 적용할 수 있는 추진기관에는 대기 중의 공기를 흡입하여 초음속 연소로 추력을 얻는 스크램제트 엔진이 가장 효율적인 것으로 알려져 있어 선진국을 중심으로 활발한 연구가 진행 중이다[1][2][3][4][5][6][7][8][9][10][11][12][13][14][15][16]. Fig. 1에 보이는 바와 같이 마하 6 ~ 8 구간의 극초음속에서는 수소 또는 탄화수소 연료 모두 스크램제트 엔진의 비추력(Isp, specific impulse)가 가장 높다. 그러나 극초음속 환경은 고엔탈피 상태이므로 지상에서 엔진 시험을 하는 것이 쉽지 않으며 일반적으로 충격파 관(shock tube)의 원리를 이용한 시험 장치를 활용한다. 충격파 관은 상대적으로 고온, 고압의 조건을 만들기 용이하여, 극초음속 비행체, 스크램제트 엔진, 대기권 재진입 비행체, 고출력 레이저 등의 개발에 활용 된다[17]. 이 뿐만 아니라, 순간적인 압력, 온도 상승을 통해 화학반응을 일으킬 수도 있으므로, 연료의 점화 지연 시간 계측에도 활용된다. 스크램제트 엔진 시험의 경우 주로 Fig. 2와 같이 충격파관의 저압관 쪽 끝에 수축 확산 노즐(CDN, Converge-Diverge Nozzle)을 설치하고 노즐 출구면에 실험물을 위치시켜 시험하는 방법으로 충격파관을 활용하는 충격파 터널(shock tunnel) 시험 장치를 사용한다. Fig. 2의 t-x 선도에서 4는 가스를 고압으로 유지하며(driver gas), 1은 저압으로 유지한다(test gas). 두 배관 사이는 격막을 이용하여 분리시키며 전기적 장치 또는 천이 구간에서 순간적으로 격막(diaphragm)이 터지도록 하여

충격파가 저압관으로 전파되도록 한다. 이동 수직 충격파(moving shock wave)가 지나가면서 압력과 온도를 순간적으로 높이며, Fig. 2에서 시험 시간(test time)이라고 표기된 최초 충격파 도달 이후 고압 가스 측의 기체(contact surface)가 저압 가스관 벽면에 도달하기 전까지 시험을 지속할 수 있다. 일반적으로 압력을 높이기 위한 방법으로 충격파 속도를 빠르게 하는데 이를 위해 고압측 가스는 비열비가 높은 헬륨 또는 수소를 사용한다.

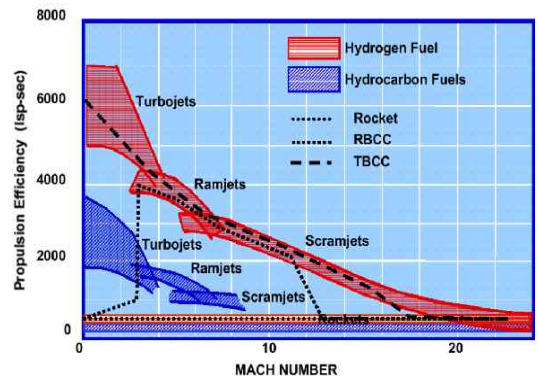


Fig. 1 Propulsion Efficiency of Engine Type on Fuel

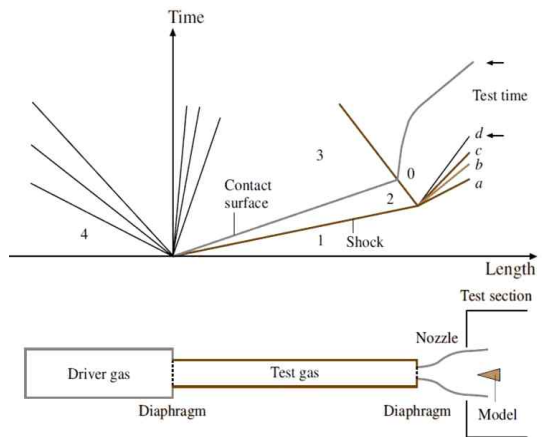


Fig. 2 Schematic and wave(x-t) diagram for a reflected shock tunnel(incident shock(a), contact surface(b), upstream facing secondary shock wave(c), the upstream head of an unsteady expansion(d))

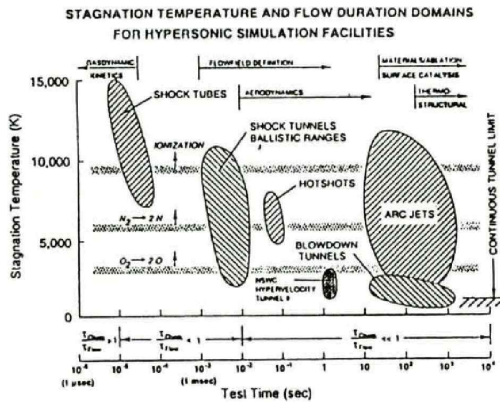


Fig. 3 Stagnation Point Temperatures and Flow Duration Domains for Hypersonic Simulation Facilities

고엔탈피 환경에서 작동하는 스크램제트 엔진 역시 추진기관 개발의 필수 요소인 출력 측정 시험을 수행해야 한다. 비행시험에서 해당 자료를 얻을 수 있지만, 비용 문제로 인해 대부분의 시험이 지상 시험으로 이루어진다.

추력 측정은 힘을 측정하는 것이 가장 기본적인 요소인데, 힘 측정에 사용되는 센서는 스트레인 게이지(strain gauge)이며, 측정 내용에 따라 그 수를 달리하여 3축에 대한 힘과 모멘트를 계산할 수 있다. 부착 센서는 시험물에 내부 또는 외부에 직접 부착하는 방법과 힘을 측정할 수 있는 장치는 외부에 두고 시험물과 계측장비를 구조물로 연결하여 측정할 수 있다[18][19]. 외부에서 측정하는 경우는 연결 구조물에 의한 외력을 상쇄하기 위한 노력이 별도로 필요하다. 측정과 별개로 작용하는 힘을 자체 하중(tare load)이라고 하며 보정을 통해 상쇄할 수 있다. 일반적으로 엔진 시험은 엔진을 구조물로 잡고 추력 측정대(TMS, Thrust Measurement System or Thrust Measuring Stand)라고 하는 힘을 측정할 수 있는 장치에 올려놓고 시험을 하며 엔진 작동할 때 발생하는 추력을 계산식을 활용하여 산출한다. 이와 같은 힘 측정 방법들은 계측된 힘이 정상상태에 도달할 수 있을 만큼의 충분한 유지 시간을 가진다. 그러나 엔탈피의 중요한 요소인 온도와 시험시간의 상관 관계를 나타낸 Fig. 3를

보면 충격과 시험장치(impulse facility, shock tubes, shock tunnels)의 경우 시험 유지 시간인 1 ~ 10 ms 정도로 매우 짧기 때문에[20] 힘의 균형이 유지되는 정상상태에 도달하지 못한다. 이러한 시험 환경에서도 추력을 측정하기 위한 노력은 1970년대부터 지속되어 왔는데, Bernstein은 진동을 감쇄시키기 위한 댐핑이 적용되는데 시간이 걸리고 진동이 지속되는 시간이 시험 시간을 상회함을 확인하였으며[21], Jessen 등은 이러한 문제를 극복하기 위하여 작고 가벼우면서 강성이 큰 밸런스 시스템을 설계하여 적용하였다[22]. Carbonaro 등은 가속도계를 설치하여 진동을 감지하여 밸런스에서의 스트레인 신호를 상쇄하였으며[23], Joshi 등은 지지구조를 유연하게 하고 가속도를 측정하였다[24]. 모델이 사이즈가 커지면 고유진동수가 작아져서 측정에 어려움이 발생하였고, 이에 Stress-Wave Force Balance(SWFB) 기법을 Sanderson 등이 도입하였으며[25] Mee 등이 기법을 발전시켰다[26]. Stalker 등은 실제 충격과 시험 장치에서 연소 시험을 수행하고 이 과정에 발생하는 추력을 측정된 결과를 발표하였다[27]. 충격과 시험장치를 이용한 추력 측정에 관한 일련의 연구 결과들은 호주 Queensland University를 중심으로 1990년대 중반부터 지속적으로 수행되어 많은 연구 결과를 내고 있다[28][29][30][31][32].

본 논문에서는 Mee[33]의 SWFB(Stress-Wave Force Balance)의 방법을 소개하고 Vadssery[34]가 사용한 Force Balance 모델에 대해 유한요소법(FEM, Finite Element Method)을 수행하여 전달 함수(transfer function)를 도출하는 과정을 정리하였다.

## 2. 이론 설명

충격과 시험 장치에서 갑작스러운 힘이 시험물에 가해지면, 힘의 균형 상태에 도달하기 전에 시험이 종료되며 시험물과 지지 구조물이 힘의 균형 상태에 있지 않게 된다. 이러한 사실에서부터 출발한 것이 SWFB이다. Strain의 시간에 따

른 변화의 계측으로부터 모델에 작용하여 응력파(stress wave)를 일으키는 공력의 시간에 따른 변화를 산출할 수 있게 된다. Fig. 4는 외부 힘으로 대변되는 공력이 구조물의 변화로 작용하는 것을 선형적으로 나타낸 것이다. 이러한 외력  $u(t)$ 와 변형률  $y(t)$ 의 관계는 전달 함수  $g(t)$ 를 통해 Eq. 1과 같이 나타낼 수 있다. Eq. 1을 라플라스 변환(Laplace transform)을 하면 Eq. 2와 같이 변화할 수 있다. Eq. 2에서  $Y(s)$ ,  $G(s)$ ,  $U(s)$ 는 각각  $y(t)$ ,  $g(t)$ ,  $u(t)$ 의 라플라스 변환식이다. 여기에 Eq. 3과 같이 계단 함수 형태의 입력이 주어지면 Eq. 2는 Eq. 4와 같이 나타낼 수 있으며, 이를 역변환하면 Eq. 5와 같이 표현할 수 있다.

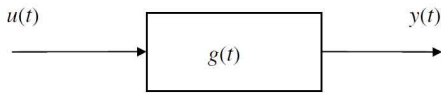


Fig. 4 Linear Dynamic System

$$y(t) = u(t) * g(t) \quad (1)$$

$$= \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (2)$$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ a & t \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$Y(s) = \frac{aG(s)}{s} \quad (4)$$

$$y(t) = a \int_0^t g(\tau)d\tau \quad \text{또는} \quad g(t) = \frac{1}{a} \frac{dy(t)}{dt} \quad (5)$$

수학적으로 곱하기, 치환, 더하기 같은 연산을 합성곱(convolution)이라고 하며 그 반대 연산을 역변환 또는 역합성곱(de-convolution)이라고 한다. 합성곱의 수학적 의미는 한쪽 함수(신호)를 반전(reverse)하고 평행이동(shift)해서 곱해서 적

분하는 것을 말하는데, 두 함수 중 하나를 이동시켜가면서 다른 함수와의 곱을 연이어 적분하여 얻어지는 함수가 되며, 그림에서는 스쳐 지나가는 두 신호가 겹치는 아래 부분의 넓이가 된다. 물리적인 의미에서 합성곱은 하나의 신호로 다른 신호를 번지게 하는 것이다. 실생활에서의 연필로 종이에 찍은 점을 지우개로 가볍게 문지르면 번지는데, 이 때 연필로 찍은 점과 지우개가 합성곱이 된 상태이다.

역합성곱은 계의 충격 반응과 그의 출력 신호를 알고 있을 때 입력 신호를 계산하는 것을 말한다. 즉 시스템의 특성을 알고 있으면 시간에 따라 계측된 변형률로부터 작동한 힘의 시간에 따른 변화를 역합성곱 과정을 통해 산출할 수 있다.

Figure 5 ~ 8은 단일 구성으로 된 SWFB이다. Fig. 5와 같이 1개의 스트레인 게이지를 설치하여 단방향에 대해 힘을 측정하고자 할 경우 Fig. 6~8과 같은 방법으로 보정작업(calibration)을 할 수 있다. 와이어를 끊어 순간적으로 발생하는 변형률 값을 계측하거나(Fig. 6 ~ Fig. 7) Fig. 8과 같이 임팩트 해머(impact hammer)를 이용하여 순간적인 변형률 값을 계측할 수 있다<sup>[4]</sup>.

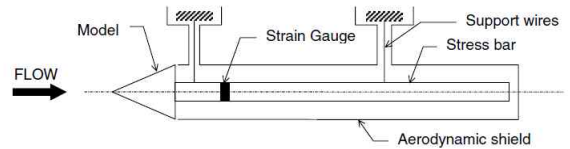


Fig. 5 Single-component stress-wave force-balance

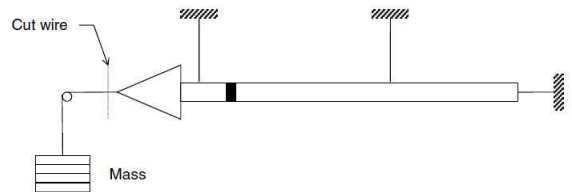


Fig. 6 Horizontal Calibration(Wire Cutting)

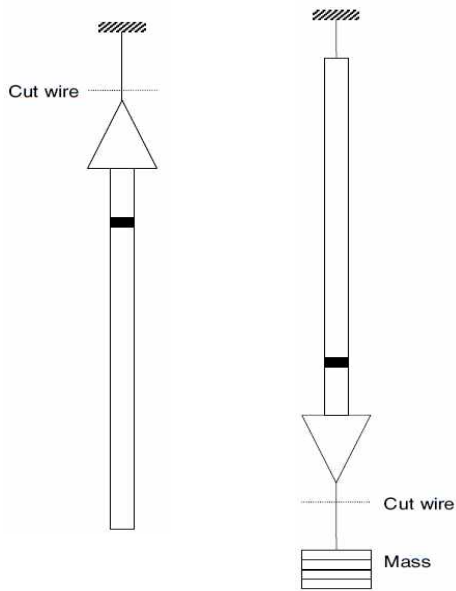


Fig. 7 Vertical Calibration Techniques(Gravity Acting on Test Model from Right to Left, top : Free-end calibration, bottom : Vertical calibration)

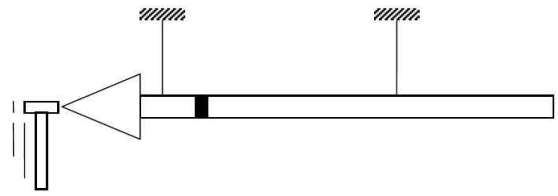


Fig. 8 Pulse Calibration(Impact Hammer)

### 3. 모델 시험

Figure 9는 시험 모델 형상이다. 가운데 구멍이 있는 삼각형 형상의 시험물은 가로 209.6 mm, 높이 109.0 mm, 폭 25.4 mm이다. 상부에 시험을 고정시키기 위한 볼트 홀 2개와 전방에 별도의 구조물을 설치할 수 있는 볼트 홀이 1개 있다. Fig. 10은 시험 경계 조건 및 계측 위치이다. 상부에 시험물 고정되므로 “고정면”(Fixed Surface, A), 전방에 하중이 작용(Loaded Surface, B) 하도록 하였다. 시험은 충격형태의

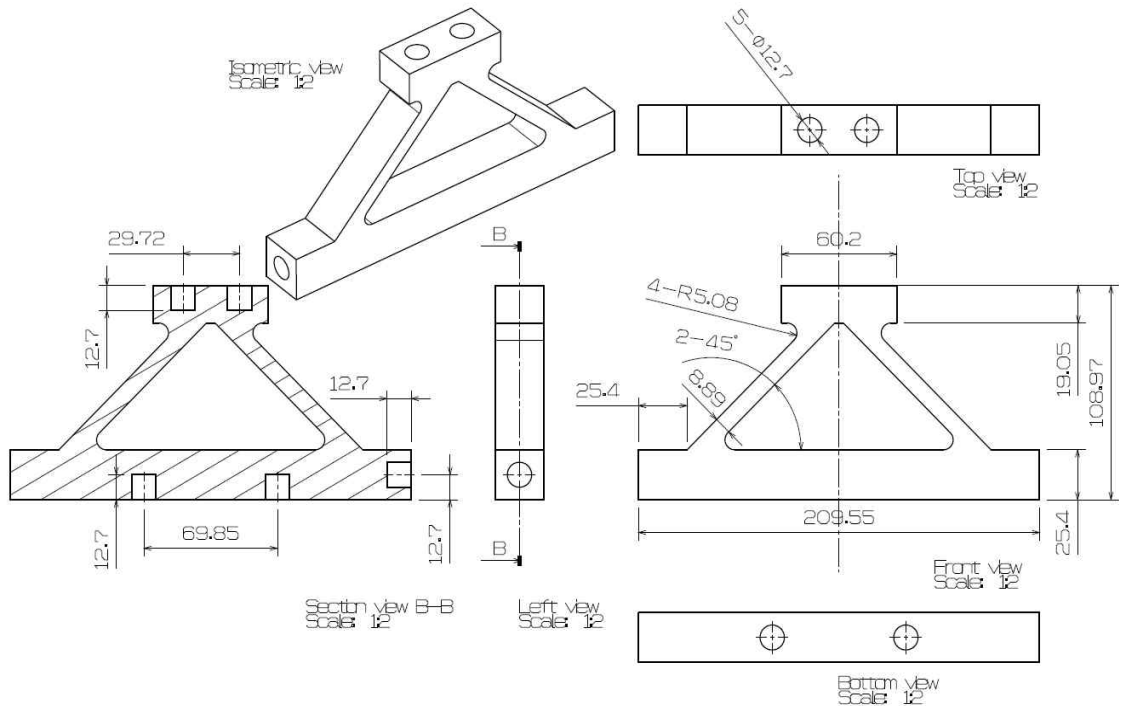


Fig. 9 Test Model Dimensions

하중에 대해 C, D면에서 변형률(각각 SP1, SP2)을 측정하였다. 재료 스틸(steel)이며 그 물성치는 Young's Modulus  $2.e+11$  Pa, 프와송 비(Poisson ratio) 0.3이다. 전체 시험시간은 2 ms이며,  $50 \sim 270 \mu s$  구간에서 하중이 가해지며  $160 \mu s$ 에서 최대 350 N의 힘이 작용하게 하였다. 실제와 동일한 형태로 힘을 부과하기 위해 디랙 삼각 함수(Dirac's Delta Function)를 적용하여 계산할 수 있지만, 계산의 편의를 위해 단순한 톱니 형태의 힘을 주었다. 격자수는 30,000개다. FEM 계산에 사용한 툴은 상용 해석 프로그램인 ANSYS R17이며, 천이(transient) 계산 모듈을 사용하였다. 해당 툴은 ANSYS사 홈페이지<sup>[35]</sup>에서 Edx<sup>[36]</sup> 교육 과정 ENGR2000X A Hands-on Introduction to Engineering Simulation 교육용으로 한시적으로 다운로드 받아서 설치하여 사용할 수 있어 제품 사용에 따른 라

이센스 제약은 없다.

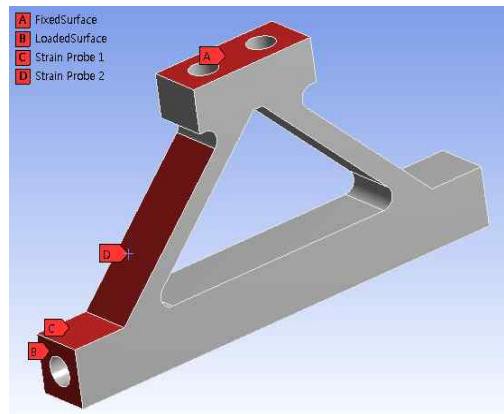


Fig. 10 Constraints and Probes  
(A : Fixed Surface, B : Loaded Surface, C : Stain Probe 1(SP1), D : Strain Probe 2(SP2))

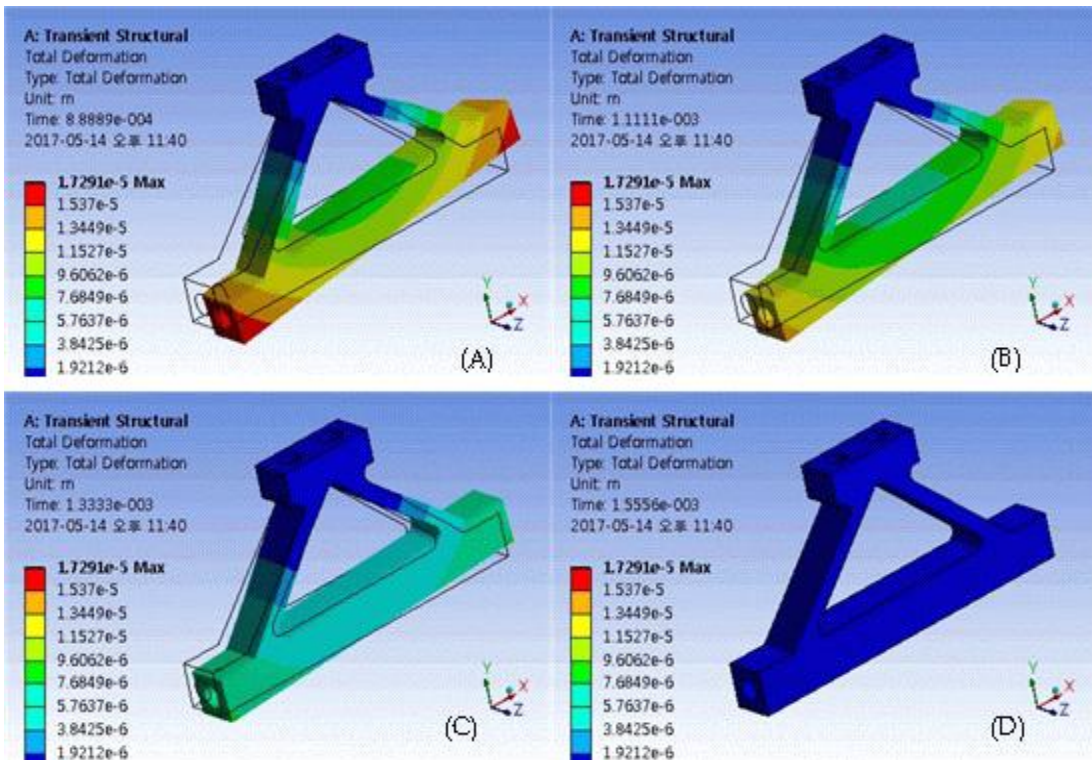


Fig. 11 Deformation(Order : (A) → (B) → (C) → (D))

#### 4. 결과

Figure 11 ~ 14는 유한요소법 결과를 나타낸 것이다. SP1, SP2의 최소(min), 최대(max)를 모두 표시한 그래프 Fig. 13에서 SP2의 최대 변형률 값이 상대적으로 크게 나타나는데 전제 변형 상태를 보면 이유를 알 수 있다. Fig. 11은 시간에 따른 구조물의 변형 상태를 나타낸 것인데, 변위의 정도를 나타내는 영역 색상의 변화가 SP2에서 크게 나타난다. 그에 비해 SP1은 면적이 좁아 색상 변화 정도가 작다. 즉 SP2에서는 구조물의 진동이 진동하면서 큰 변형률 값이 계속된다. 실제 부과한 힘의 시간을 알고 있으므로 해당 시간에 대해서만 분석해 보면 충격 형태의 힘과 변형률 값의 변화는 거의 일치한다. 그러나 SP2의 최대 변형률은 힘이 모두 부과되기 전에 이미 진동에 의해 변형률 값이 크게 증가하므로 상관 관계를 단순히 계산하기는 어렵다. SP1의 최대 변형률은 SP2의 최대 변형률과 달리 힘이

부과 되는 동안 동일한 경향성을 가지며 변하지만, 힘이 더 이상 부과되지 않는 상태에서도 진동에 의한 변형률을 보이고 있다. SP2의 최소 변형률은 힘과 변형률의 관계가 거의 동일하지만, 1600  $\mu s$  일부 구간에서 힘이 주어지는 것과 별개의 반응을 보인다.

SP1의 결과만 따로 보면 최소 변형률 값은 작용한 힘과 동일한 경향을 보인다. Fig. 14에서 작용 힘과 변형률의 경향성은 선형적으로 거의 일치하며 상승, 하강에 있어 약간의 차이만 보인다. 이러한 관계를 1차원 추세선을 도출하여 정리해 보면  $y = 3e-09x + 1e-10$  식이 나오는데, 이를 시험 모델의 SP1에서의 전달함수라고 할 수 있다.

이상의 시험에서는 힘과 변형률이 선형적인 관계를 가지는 구간이 있고, 힘이 작용하는 동안 변형률에 부가적인 값이 나타나지 않았기 때문에 전달함수를 도출하는데 어려움이 없었으나, 실제 시험에서는 시험물의 진동에 의한 값과 공

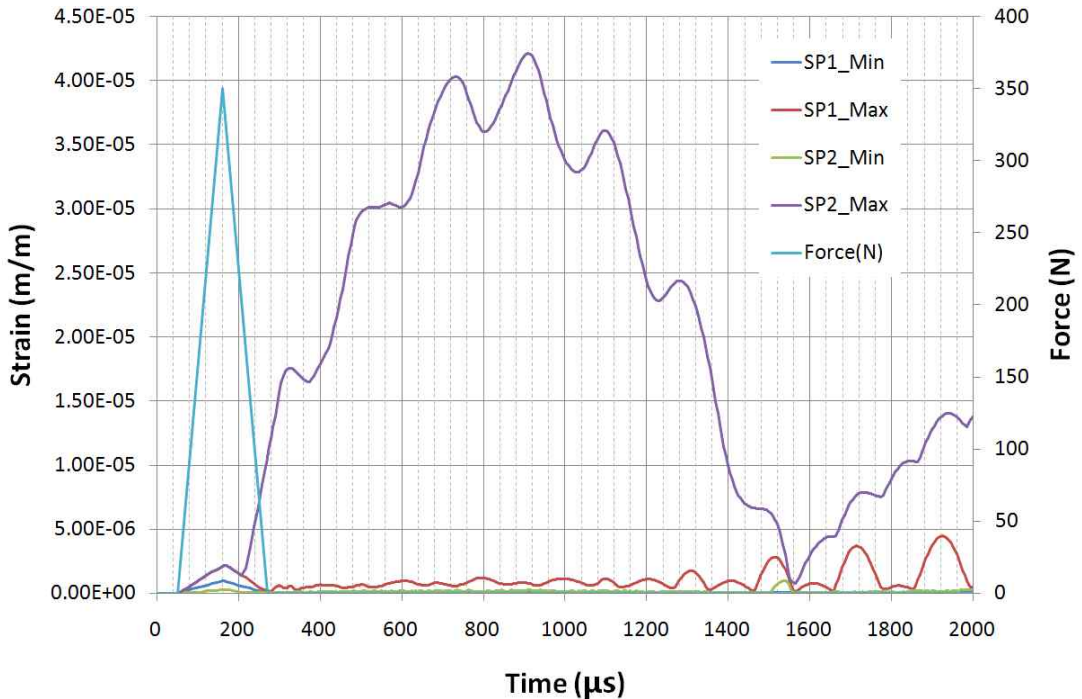


Fig. 12 Force vs. Strain at Probe 1, 2

력에 의한 값을 적절히 분해하기 위한 보정 시험(calibration)이 추가적으로 행해져야 한다.

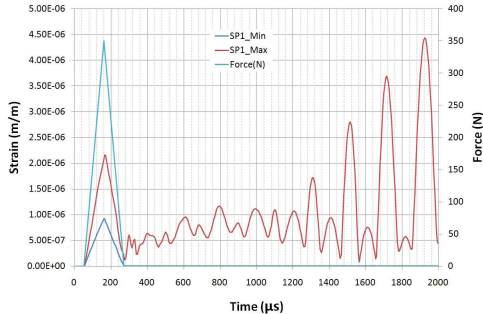


Fig. 13 Force vs. Strain at Probe 1

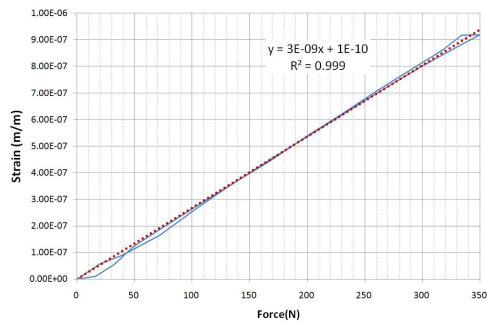


Fig. 14 Force vs. Minimum Strain at Probe 1

## 5. 결론

충격과 시험장치를 이용한 시험에서 발생하는 힘은 유지 시간이 짧기 때문에 시험물과 구조물 사이에 힘의 균형 상태에 도달하지 못하고 stress-wave 형태로 존재한다. 정상상태에 도달하지 못한 상태에서도 힘을 계측하기 위한 방법을 SWFB 방법이 제안되었으며, 관련 내용을 본 논문에서 1차원 방법에 대해 소개하였으며, 2차원 구조물에 충격 하중을 주고 특정 지점에서 계측한 변형률 값과 힘의 관계를 선형적으로 도출하였다.

## 후 기

본 연구는 국방과학연구소가 주관하는 초고속 공기 흡입 엔진 특화 연구실 사업의 일부로 수행되었습니다.

## 참고 문헌

- [1] Curran, E. T., "Scramjet Engines: The First Forty Years," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 17, No. 6, pp. 1138-1148, 2001
- [2] Waltrup, P. J., White, M. E., Zarlingo, F., and Gravlin, E. S., "History of U.S. Navy Ramjet, Scramjet, and Mixed-Cycle Propulsion Development," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 18, No.1, pp. 14-27, 2002
- [3] Fry, R. S., "A Century of Ramjet Propulsion Technology Evolution," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 20, No. 1, pp. 27-58, 2004
- [4] Van Wie, D. M., D'Alessio, S. M., and White, M. E., "Hypersonic Airbreathing Propulsion," *Johns Hopkins APL Technical Digest*, Vol. 26, No. 4, pp. 430-437, 2005
- [5] Fry, R.S., "The U.S. Navy Contribution to Airbreathing Missile Propulsion Technology," *AIAA paper 2011-6942*.
- [6] 변종렬, 황기영, "극초음속 공기흡입식 추진기술과 비행시험 동향(I), (II)," *국방과학기술플러스*, 제195~196호, 2014
- [7] Andreadis, D., "Scramjet Engines Enabling the Seamless Integration of Air & Space Operations," 2005
- [8] Falempin, F. and Serre, Laurent, "The French PROMETHEE Program," *AIAA paper 2000-3341*
- [9] Marshall, L. A., Corpening, G. P., and Sherrill, R., "A Chief Engineer's View of the NASA X-43A Scramjet Flight Test," *AIAA paper 2005-3332*
- [10] Hank, J. M., Murphy, J. S., and Mutzman R. C., "The X-51A Scramjet Engine Flight



- Demonstration Program,” AIAA paper 2008-2540
- [11] Foelsche, R. O., Beckel, S. A., Betti, A. A., Wurst, G. T., Charletta, R. A., and Bakos, R. J., “Flight Results form a Program to Develop a Freeflight Atmospheric Scramjet Test Technique,” AIAA paper 2006-8119
- [12] Volland, R. T, Auslender, A. H, Smart, M. K., Roudakov, A. S., Semenov, V. L, and Kopchenov, V., “CIAM/NASA Mach 6.5 Scramjet Flight and Ground Test,” AIAA paper 1999-4848
- [13] Bouchez, M, Roudakov, A. S., Scherrer, D., “French-Russian Analysis of Kholod Dual-Mode Ramjet Flight Experiments,” AIAA paper 2005-3320
- [14] Boyce, R. R., Gerard, S., Paull, A., “The HyShot Scramjet Flight Experiment – Flight Data and CFD Calculations Compared,” AIAA paper 2003-7029
- [15] Walker, S., Rodgers, F., Paull, A., Van Wie, D. M., “HyCAUSE Flight Test Program,” AIAA paper 2008-2580
- [16] Dolvin, D. J., “Hypersonic International Flight Research and Experimentation(HiFiRE),” AIAA paper 2008-2581
- [17] Anderson, J. D., *Modern Compressible Flow with Historical Perspective*, 3<sup>rd</sup> Edition, McGraw Hill 2004
- [18] Lee, K. S., Kim, S. J., “A Study on Design, Fabrication, Gaging, and Calibration of Internal Balance,” ASDC-401-98008, 1997
- [19] Choi, E., Kim, S., Kim, N., “A Study on Internal Balacne Calibration Equation Using Vector Space.” ADDA-2016-0402, 2016
- [20] Saric, W. S., Mulaert, J., Dujarric, C., “Hypersonic Experimental and Computational Capability, Improvement and Validation,” AGARD-AR-319, Vol. 1, 1996
- [21] Bernstein, L., “Force Measurement in Short-Duration Hypersonic Facilities,” AGARD 214, 1975
- [22] Jessen, C., Groenig, H., “A New Principle for a short-Duration Six Component Balance,” Experiments in fluids, Vol 8, 1989
- [23] Carbonaro, M., “Aerodynamic Force Measurements in the VKI Longshot Hypersonic Facility. In New Trends in Instrumentation for Hypersonic Research,” Dordrecht, The Netherlands : Kluwer, 1993
- [24] Joshi, M. V., Reddy, M. N., “Aerodynamic Force Measurements Over Missile Configurations in IISc Shock Tunnel at  $MM_\infty = 5.5$ ,” Experiments in Fluid Vol. 4, No. 6, 1986
- [25] Snaderson, S. R., Simmons, J. M., “Drag Balances for Hypervelocity Impulse Facilities,” AIAA, 2185-2191
- [26] Mee, D. J., “Dynamic calibration of force balance for impulse hypersonic facilities,” Shock Wave, 2003
- [27] Stalker, R.J., Paull, A., Mee, D. J., Margan, R. G., Jacobs, P. A., “Scramjets and Shock TUnnels – The Queensland Experience,” Aerospace Sciences, Vol. 41, 2005
- [28] Tuttle, S. L., Mee, D. J., Simmons, J. M., “Drag measurements at Mach 5 Using a Stress Wave Force Balance,” Experiments in Fluids, Vol. 19, No. 5, 1995
- [29] Paull, A., Stalker, R. J., Mee, D. J., “Experiments on supersonic combustion ramjet propulsion in a shock tunnel,” Journal of Fluid Mechanics, 1995
- [30] Mee, D. J., Daniel, W. J. T., Simmons, J. M., “Three-component Force Balance for Flows of Millisecond Duration,” AIAA Journal Vol. 34, No. 3, 1996
- [31] Smith, A. L., Mee, D. J., “Drag Measurements in a Hypervelocity Expansion Tube,” Shock Waves Vol. 6, No. 3, 1996

- [32] Smith, A. L., Mee, D. J., "Dynamic Strain Measurement Using Piezoelectric Polymer Film," Journal of Strain Analysis for Engineering Design Vol. 31, No. 6, 1996
- [33] Mee, D. J., "Dynamic Calibration of Force Balance," Research Report No. 2002/6, 2003
- [34] Vadassery, P., "Design, Calibration and Testing for a Force Balance for a Hypersonic Shock Tunnel," University of Texas, 2012
- [35] [http:// www.ansys.com/products/academic/ansys-student](http://www.ansys.com/products/academic/ansys-student)
- [36] <http://www.edx.org>