

비정상 CFD 코드를 이용한 주기성 하모닉 진동 평판 위의 점성유동 수치해석

이은석*

Numerical Analysis of Viscous Flow on the Periodic Oscillating Flat Plate using Unsteady CFD Code

Eunseok Lee*

ABSTRACT

Here, the unsteady Navier-Stokes solver has been developed using implicit dual time stepping method. The implicit dual time stepping method introduced the pseudo time step for solving the new residual including the steady state residual and real time derivative. For the validation of code, Stokes 2nd problem, the laminar flow on the oscillating flat plate was selected and compare the calculating results with analytic solutions. The calculating velocity profile and skin friction has a good agreement with analytic solutions.

초 록

본 연구에서는 내재적 이중시간 전진기법을 이용한 비정상 Navier-Stokes 코드를 개발하였다. 내재적 이중시간 전진기법은 가상시간에 대한 새로운 잔류항을 도입하는 개념으로 비정상 잔류항에 실시간 미분항을 더한 잔류항을 가상시간으로 푸는 기법이다. 비정상 코드 검증 방법으로 Stokes 2nd 문제인 '주기성 하모닉 진동을 하는 평판 위의 층류 유동'을 해석하였다. 계산된 속도분포와 마찰계수를 방정식 이론적 해와 비교한 결과 매우 근접한 수치해를 얻을 수 있었다.

Key Words: Unsteady flow(비정상 유동), Naver-Stokes Code (나비에 스톱스 코드), Stokes 2nd Problem(스톱스 두번째 문제)

1. 서 론

최근에 CFD의 발달로 각종 비정상 유동해석이 주를 이루고 있다. CFD의 비정상 코드를 시

간적분을 외재적으로 행하는 외재적 시간적분법과 내재적 시간적분법으로 나눌 수 있다. 외재적 시간적분법은 정상 CFD 코드의 시간항을 실시간으로 하여 실시간 전진하는 기법으로 Runge-Kutta 외재적 접근법이 널리 쓰이고 있다. 비교적 간편하게 코드 작성이 가능하나 시간이 오래 걸리는 단점이 있다.

* 한국항공우주연구원 발사체엔진팀

* 교신저자, E-mail: ESL@kari.re.kr

이에 비해 시간전진을 내재적으로 행하는 내재적 시간적분법은 가상시간을 도입하여 실시간 해석을 수행하는 이중시간 전진기법이 많이 사용되고 코드작성은 약간 복잡하나 시간이 적게 걸리는 장점이 있다.

본 연구에서 이중시간 전진기법을 이용한 비정상 Navier-Stokes 코드를 작성하고 주기성 하모닉 진동을 하는 평판위의 층류를 해석하여 수치해와 방정식의 이론적 해를 비교, 코드의 검증을 수행하고자 한다.

2 이중시간 전진기법 비정상 CFD 코드

정상상태의 2차원 Navier-Stokes 방정식에 가상시간을 도입한 식을 다음으로 나타내어 보자.

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = -\frac{\partial Q}{\partial t} + RHS = RHS^*$$

가상시간 τ (m 시간간격)에 대해 우변의 새로운 잔류항(residual) RHS^* 를 영(Zero)으로 수립시키면 실시간 t (n 시간간격)에 대한 비정상해를 얻을 수 있다는 것이 이중시간기법의 이론적 배경이다. 위의 방정식에 근사인자분해 AF(Approximate Factorization)기법을 도입한 ADI(Alternative Directional Implicit) 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (I + \frac{2}{3} \Delta \tau \frac{\partial}{\partial \xi} A) (I + \frac{2}{3} \Delta \tau \frac{\partial}{\partial \eta} B) \Delta Q^{n+1, m+1} \\ & = \frac{2}{3} \Delta \tau (R^{n+1, m} - \frac{\partial Q^n}{\partial t}) + \frac{1}{3} \Delta Q^{n+1, m} \end{aligned}$$

여기서 A, B 행렬은 비점성항에 대한 플릭스 Jacobian을 나타내고 R 은 잔류항으로 ξ, η 방향에 대한 비점성항, 점성항, 인공점성항을 포함한다. A, B 행렬은 4차의 인공점성항 계수를 내재적으로 처리하고 행렬의 고유값(Eigenvalue)을 이용하면 블록 5대각 행렬을 가진 DADI(Diagonalized Alternative Directional

Implicit) 방법으로 변경가능하다.[1]

이와 같이 본 연구에서는 DADI 기법과 이중시간 전진기법을 동시 적용하여 비정상 Navier-Stokes 방정식을 수치해석 하였다. 난류 모델링으로 k- ϵ 방정식을 채택하였으며 Navier-Stokes 방정식과는 시간지체(time lagged)하여 상호연계 해석하였다.

3. 평판의 진동문제; Stokes's 2nd Problem

비정상 코드의 첫 번째 검증을 위해 수평으로 진동하는 평판 주위의 흐름에 대해 수치해석을 실시하였다. 평판은 무한한 깊이의 정지한 유동의 아래벽면에서 조화운동(harmonic motion)을 하고 있으며 그 이론적인 해는 다음으로 나타낼 수 있다.

$$u(\eta, t) = Ue^{-\eta} \cos(2\pi ft - \eta)$$

where $\eta = ky, \quad k = \sqrt{\frac{\pi f}{\nu}}$

여기서 f 는 평판의 진동주파수를 나타낸다. 속도분포 $u(\eta, t)$ 는 $Ue^{-\eta}$ 의 진폭을 가지고 무차원화된 수직방향(η)으로 감쇠진동하는 모양을 보이게 된다. 수치계산을 위해 평판모양의 21 × 61 격자를 구성하였으며 마하수 0.05에 해당되는 속도(U)를 평판에 부여하였다. 계산영역 좌우에는 주기경계조건, 아랫면에는 벽면조건(no-slip), 윗면에는 대칭형(slip) 경계조건을 각각 부여하였다.

Fig 1에 각각 시간 $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ 에 따른 속도분포를 수치계산결과(원)와 이론치(실선) 각각 비교하였다. 계산치와 이론치가 매우 근접함을 볼 수 있다. $t=T/4$ 와 $3T/4$ 에 점성침투 깊이(Viscous penetration depth)가 벽면에서 생성됨을 볼 수 있다. Fig 2에서는 실시간에 따른 표면마찰계수의 변화를 나타낸 것이다. 방정식 우변 잔류항에 있는 Q_t 를 초기시간에 정확하게 구현하지 못하여 실시간 초기에는 이론치와 계산치가 약간 차이가 난다. 하지만 시간이 지날수록 이론치와 계산치가 정확하게 일치함을 볼 수

있다.

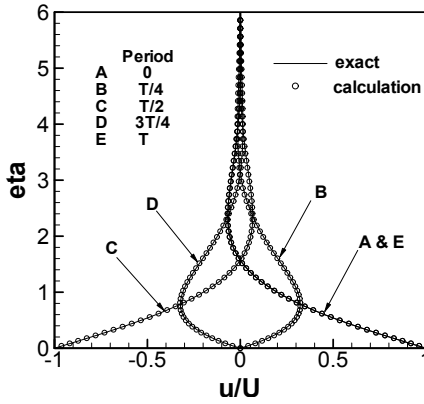


Fig. 1 Velocity Profile on the Oscillating Flat Plate

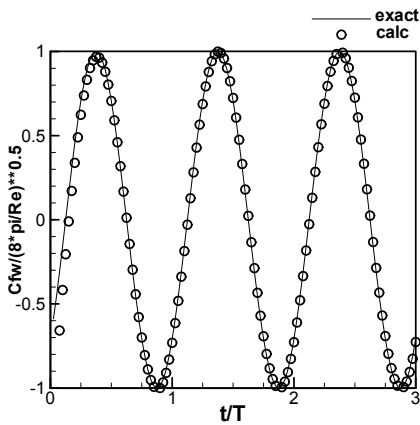


Fig. 2 Evolution of Skin Friction

4. 결 론

본 연구에서는 ADI 기법을 적용한 정상상태 Navier-Stokes 수치기법으로부터 가상시간을 도

입하여 새로운 잔류항을 정의한 비정상 내재적 이중시간 전진기법에 대하여 2차원 비정상 Navier-Stokes 해석코드를 개발하였다.

또한 대각화(Diagonalization) 작업을 통해 블록 5대각 행렬을 스칼라 5대각 행렬로 바꾸어 계산시간을 단축하였다. 연산자 Γ 를 도입하여 Euler 내재적 기법과 Trapezoidal 기법을 혼용하여 사용할 수 있게 하였고 이로써 실시간 간격의 증가를 도모하였다. 이러한 내재적 이중시간 전진기법은 기존의 단일시간 전진기법에 비해 약 5~10배의 계산시간이 단축된다.

비정상 코드의 검증을 위해 세 가지 비정상 유체역학 문제를 수치적으로 해석하였으며 각각의 경우에 대해 이론치, 실험치와 타 연구자의 계산결과를 함께 비교, 분석하였다. 초기조건을 정확히 주지 못할 경우, 초기상태의 해는 이론치와 다소 차이가 났으나 일단 주기성을 가진 해로 수렴한 후에는 이론치 및 실험치에 비교적 일치하였다.

참 고 문 헌

1. Pulliam, T. H., and Steger, J. L., "Implicit Finite-Difference Simulations of Three Dimensional Compressible Flows", AIAA Journal, Vol. 18, No. 2, Feb. 1980, pp.159-167.
2. Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill, 1978
3. Arnone, A., Liou, M.-S., and Povinelli, L. A., "Multigrid Time-Accurate Integration of Navier-Stokes Equations", AIAA 93-3361-CP, 1993, pp. 694~702