

〈論 文〉

진동 저감을 위한 치차감속기 설계에 대한 연구

An Investigation on Design of the Gear Reduconer for the Vibration Suppression

이 형 우* · 박 노 길**

Hyoung-Woo Lee and No-Gill Park

(1994년 1월 25일 접수 ; 1995년 4월 20일 심사완료)

Key Words :Gear Reduconer(치차감속기), Direct Search Method(직접탐색법), Taguchi's Experimental Scheduling(다꾸치실험계획법), Critical Speed(위험속도), Transmission Error(전달오차)

ABSTRACT

The mathematical model of the gear reduconer which consists of the geared rotor-bearing system containing case is developed, assuming as the lumped parameter system. Constraints for vibration suppresion as well as strength of gear teeth, and shaft and kinematic conditions in gear pairs are considered. To find the design parameters satsifing the proposed constraints, a direct search method modified by the technique of Taguchi's experimental scheduling is used. One and two stepped gear reduconers are designed so that the critical speeds due to the gear transmission error are moved out of the operating speed range.

1. 서 론

자동차, 산업기계, 건설기계, 터보기계, 철도차량, 공작기계, 선박, 항공기를 비롯하여 로봇 시스템 등의 동력 전달장치의 주요 기계요소에 속하는 치차의 설계는 기계의 성능에 직접적으로 영향을 준다. 특히 기계의 고속화, 정밀화, 대형화 추세에 따라 소음, 진동의 문제가 점차 중요시되고 있는 현실에 비추어 볼때, 저소음용 치차감속기 설계의 필요성이 더욱 커지고 있다.

지금까지의 동력 전달용 치차감속기는 면압강도와

굽힘강도만을 고려한 강도설계^(1~3)가 대부분이고, 저소음용 치차설계에 관한 연구들 중에는 부분적인 치형곡선설계에 관한 것이 주를 이루고 있다.^(4~7) 1978년, 會田⁽⁴⁾은 치형 수정을 동적조건에서 해석을 행하여 치형 수정치차의 수정량, 수정길이와 원주방향의 관계를 조사하였다. 1982년, Terchi⁽⁵⁾는 치형 수정치차의 소음과 치에 걸리는 동적 하중에 대하여 연구하였다. 1993년, K. Inoue⁽⁶⁾는 치차감속기의 케이스(case) 부분만을 최적설계하여 진동성능을 개선시켰다. 그러나 치차의 강도와 더불어 소음 및 진동을 저감하는 종합적인 치차감속기 설계에 대한 연구는 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 최적화 이론을 적용하여 저진동 치차감속기 설계를 하고자 한다. 설계변수는 피니언의 잇수, 모듈, 치폭, 입력축의 직경, 출력축의 직경,

*부산대학교 대학원 생산기계공학과

**정회원, 부산대학교 생산기계공학과, 기계기술연구소

축의 길이, 마운트 전단강성, 마운트 압축강성으로 한다. 기구학적 제한조건으로 언더컷 방지, 물림률, 축간거리를 고려하였고, 강도조건으로 치면의 면압 강도, 굽힘강도, 회전축강도를 고려하였다. 또 일차적 자려가진원인 치형오차 가진으로 인한 위험속도를 운전속도범위 밖으로 옮기게 하는 제한조건을 수립하였다. 설계프로그램을 개발하여 1단, 2단 치차감속기에 적용하고, 모의실험한 결과 치차감속기의 강도조건을 만족하면서 소음 및 진동을 개선하는 설계치를 얻었다.

2. 치차감속기의 수학적 모형화

2.1 치차감속기의 역학 모델

감속기의 구성요소는 기어연쇄부, 회전축부, 베어링부, 케이스(case)부 그리고 마운팅부로 구성되어 있다. 역학모형을 세우기 위하여 각 요소에 대해 다음과 같은 가정을 하고자 한다.

한 쌍의 기어는 운동에너지 저장요소인 두 회전체와 치접축부의 탄성에너지 저장요소인 치접축부로 구성되어 있다. 두 기초 원에 연결된 한 개의 스프링 요소로 보고 감쇠는 무시하기로 한다.

Fig. 1은 기어 연쇄부의 역학적 모델이다. 발표된 연구⁽⁹⁾에 의하면 기어와 피니언 치접축부의 강성계수는 주기적으로 약 50% 정도의 변화가 있으나 본 논문에서는 평균값으로 단순화한다. 치강성의 주기적 변동은 기어시스템의 자려가진(self-excitation)의 원인이 되므로 가진주파수 모델링할 때 고려하기로 한다.

감속기의 회전축은 질량을 무시한 탄성체로 가정하고 베어링은 대부분 볼베어링 혹은 롤러베어링이므로 등방 선형스프링으로 가정한다. 케이스(case)는 보통은 강성이 매우 크므로 강체로 가정하기로 한다. 감속기 마운트는 1단 치차감속기의 경우 고무마운트로 보고 스프링과 감쇠기로 가정하고 2단 치차감속기는 강체로 본다.

2.2 운동방정식 유도

치차감속기는 기어-로터 시스템과 케이스-마운트 시스템이 합쳐진 시스템으로서 베어링 지지점에서 서로 연성되어 있다. Fig. 2와 같이, 기어-로터 시스템의 일반화된 변위벡터를 q_a , 케이스-마운트 시스템의 일반화된 변위벡터를 q_b 그리고 기어-로터 시스템과 케이스-마운트 시스템의 공통 변위벡터를 q_c 라 하면

$$q_a = \{\hat{q}_a q_c\}^T, \quad q_b = \{\hat{q}_b q_c\}^T \quad (1)$$

이다. 여기서, \hat{q}_a 는 케이스-마운트 시스템의 변위성분과 공유하지 않는 기어-로터 시스템의 변위벡터, \hat{q}_b 는 기어-로터 시스템과 공유하지 않는 케이스-마운트부의 변위벡터이다.

기어-로터 시스템의 일반화된 변위벡터가 q_a 이므로 기어-로터 시스템에 저장된 변형에너지 V_a 는

$$V_a = \frac{1}{2} q_a^T K_a q_a \quad (2)$$

이다. 여기서 K_a 는 기어-로터 시스템의 강성행렬이다. 케이스-마운트 시스템의 일반화된 변위벡터가 q_b 이므로 케이스-마운트 시스템에 저장된 변형에너지 V_b 는

$$V_b = \frac{1}{2} q_b^T K_b q_b \quad (3)$$

이다. 여기서 K_b 는 케이스-마운트 시스템의 강성행렬이다.

식 (2)와 (3)을 식 (1)의 기준으로 분할하면 다음과 같다.

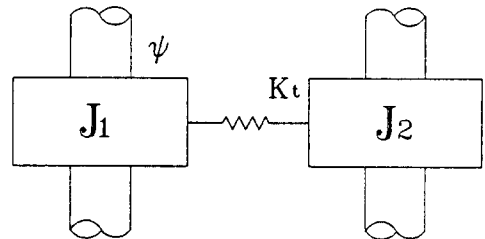


Fig. 1 Vibration model of spur gear pairs

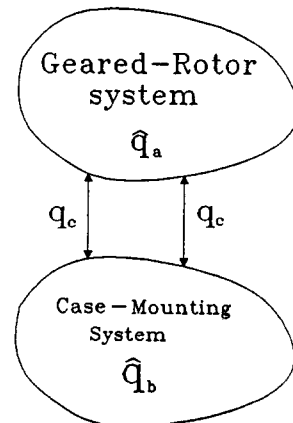


Fig. 2 Mount-case system coupling of geared-rotor system

$$V_a = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_a \\ q_c \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} K_{11}^{(a)} & K_{12}^{(a)} \\ K_{12}^{(a)T} & K_{22}^{(a)} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_a \\ q_c \end{matrix} \right\} \quad (4)$$

$$V_b = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_b \\ q_c \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} K_{11}^{(b)} & K_{12}^{(b)} \\ K_{12}^{(b)T} & K_{22}^{(b)} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_b \\ q_c \end{matrix} \right\} \quad (5)$$

\hat{q}_a 는 베어링 축중심의 병진/회전 변위벡터 그리고 기어중심의 병진/회전 변위벡터들로 구성된다. q_c 는 베어링 지지점의 병진/회전 변위벡터들로 구성된다. \hat{q}_b 는 케이스 무게중심의 일반화된 변위벡터들로 구성된다. 베어링 지지점 i 의 병진 변위벡터를 $u_b^{(i)}$, 회전 변위벡터를 $\theta_b^{(i)}$ 라고 하면 일반화된 공통 변위벡터 q_c 는

$$q_c = \{q_c^{(1)T} q_c^{(2)T} \dots q_c^{(i)T} \dots q_c^{(N)T}\}^T \quad (6)$$

이다. 여기서 $q_c^{(i)} = \{u_b^{(i)} \theta_b^{(i)}\}^T$ 이고 N 은 베어링 지지점의 갯수이다. 베어링 지지점 i 는 케이스 내부의 어느 한 점이므로 베어링 지지점 i 에서의 일반화된 변위벡터 $q_c^{(i)}$ 는 케이스 무게중심에서의 일반화된 변위벡터로 나타낼 수 있다. 즉

$$q_c^{(i)} = B_i \hat{q}_b \quad (7)$$

이다. 여기서 B_i 는 비례행렬로서

$$B_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_z^{(i)} & -L_y^{(i)} \\ 0 & 1 & 0 & -L_z^{(i)} & L_x^{(i)} \\ 0 & 0 & 1 & L_y^{(i)} & -L_x^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

이며 $L_x^{(i)}$, $L_y^{(i)}$, $L_z^{(i)}$ 는 케이스 무게중심에서 베어링 지지점 i 까지의 위치벡터성분들이다. 베어링 지지점이 N 개 있으므로 q_c 는

$$q_c = B \hat{q}_b \quad (9)$$

이고 여기서,

$$B = [B_1 B_2 \dots B_N] \quad (10)$$

이다. 비례행렬 B 는 $6N \times 6$ 의 사각행렬이다. 식 (10)을 식 (4)에 대입하여 정리하면

$$V_a = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_a \\ q_b \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} K_{11}^{(a)} & K_{12}^{(a)} B \\ (K_{12}^{(a)} B)^T & B^T K_{22}^{(a)} B \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_a \\ q_b \end{matrix} \right\} \quad (11)$$

이 된다. 한편 식 (5)에서, 케이스는 강체로 가정했으므로 $K_{12}^{(b)} = 0$, $K_{22}^{(b)} = 0$ 이 된다. 따라서 케이스-마운트 시스템의 탄성에너지는

$$V_b = \frac{1}{2} \hat{q}_b^T K_b \hat{q}_b \quad (12)$$

이 된다. 여기서 $K_b (=K_{11}^{(b)})$ 은 케이스 무게중심의 일반화된 변위벡터 기준으로 정의되는 마운팅부의 6×6 강성행렬로서 식 (11)과 식 (12)를 합하면, 치차감속기 시스템의 총변형에너지 V_t 가

$$V_t = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_a \\ q_b \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} K_{11}^{(a)} & K_{12}^{(a)} B \\ (K_{12}^{(a)} B)^T & B^T K_{22}^{(a)} B + K_b \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \hat{q}_a \\ q_b \end{matrix} \right\} \quad (13)$$

이 된다.

운동에너지 저장 요소는 케이스, 기어 회전체 그리고 회전축의 질량으로 구성된다. 케이스의 운동에너지를 T_h 라 할 때

$$T_h = \frac{1}{2} \hat{q}_b^T M_h \hat{q}_b \quad (14)$$

이며 M_h 는 다음과 같다.

$$M_h = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서,

$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) dm,$$

$$I_{yy} = \int (z^2 + x^2) dm,$$

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2) dm,$$

$$I_{xy} = \int xy dm,$$

$$I_{yz} = \int yz dm,$$

$$I_{zx} = \int zx dm \quad (16)$$

이다.

기어 j 의 운동에너지를 $T_g^{(j)}$ 라 할 때

$$T_g^{(j)} = \frac{1}{2} \dot{q}_g^{(j)T} M_g^{(j)} \dot{q}_g^{(j)} \quad (17)$$

이며 여기서 $M_g^{(j)}$ 는 기어 j 의 6×6 질량행렬로서

$$M_g^{(j)} = \begin{bmatrix} m_g^{(j)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_g^{(j)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_g^{(j)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_g^{(j)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_g^{(j)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_g^{(j)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

이다. 여기서 $m_g^{(j)}$ 는 기어 j 의 질량, $J_b^{(j)}$ 는 질량 축 관성모멘트 그리고 $J_r^{(j)}$ 은 질량 극관성모멘트이다. 치차감속기에서 회전축은 비교적 길이가 짧으므로 분포질량으로 보기보다는 축 양단에 집중된 질량으로 봐도 충분하다.

저어널 중심점에서 회전축 k 의 운동에너지는

$$T_f^{(k)} = \frac{1}{2} \dot{q}^{(k)T} M_f^{(k)} \dot{q}^{(k)} \quad (19)$$

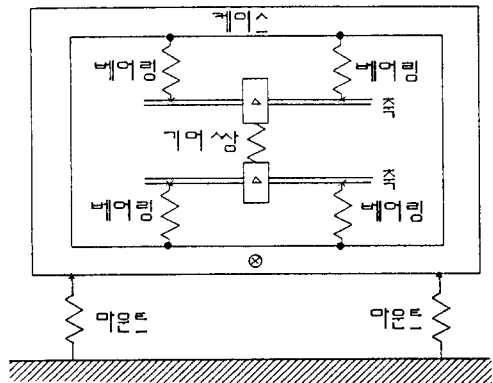
$$M_f^{(k)} = \begin{bmatrix} m_g^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_g^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_b^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_b^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_r^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{Jr}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (20)$$

이고 $m_g^{(k)}$, $J_b^{(k)}$, $J_{Jr}^{(k)}$ 는 등가 질량, 등가 질량축관성모멘트, 등가 질량극관성모멘트이다.

축의 기어 j 에서 축에 의한 부가된 질량을 m_{cs} 라고 하면 식 (17)을 만족하며 식 (18)의 $m_g^{(j)}$ 대신에 $m_g^{(j)} + m_{cs}$ 로 놓는다.

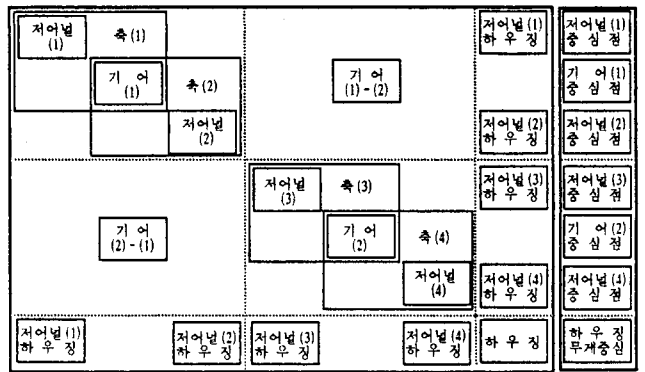
2.3 조립(Assembling)

시스템의 station points를 저어널 중심점, 케이스 무게중심점으로 분류하고, station points 사이의 요소행렬들을 유도하면 station points에 대한 전체 방정식이 구성된다. (Fig. 3) 베어링-회전축-기어-회전



- * 마운트 연결점
- △ 기어 중심점
- × 저어널 중심점
- 베어링 중심점
- ⊗ 케이스 무게중심

Fig. 3 Vibration model and points of 1-step gear reducer



시스템 강성행렬

시스템 변위벡터

Fig. 4 System matrix assembly of 1-step gear reducer

축-베어링의 순으로 연결되어 있고 베어링-케이스 또한 연결되어 있기 때문에 이들을 Fig. 4와 같은 방식으로 회전축 순으로 나열하고 마지막에 케이스를 놓았다.

3. 치차감속기 설계를 위한 수학적 모형화

본 절에서는 저진동 치차감속기 설계를 위하여 기존의 설계사양을 고려하고 진동특성 개선을 위한 제한 조건식을 모델링하고자 한다.

3.1 자려가진원의 가진주파수

치차감속기 진동은 내부 구성요소의 운동에 의한 자려가진이 주를 이루고 있고 입력축으로부터 전달되는 가진은 커플링에 의해 차단된다고 보고 무시한다. 감속기의 고유진동수와 자려가진력의 진동수가 일치할 때 공진떨림이 일어나서 진동 및 소음을 유발하게 된다.

치차감속기의 자려가진원은 회전불균형에 의한 가진, 기어접촉부의 치형오차에 의한 가진, 치형피치오차로 인한 가진, 베어링과 회전축의 설치오차로 인한 가진 등이 있으며 그밖에 치형강성계수의 시간적 변화로 인한 자려가진과 구름베어링 부에서의 유격 및 비선형 변형으로 인한 자려가진이 있다. 본 연구에서는 가진원의 가진주파수들을 파악하여 위험속도를 계산할 때 고려하기로 한다.

회전불균형에 의한 가진진동수는 회전속도(ω)와 같다. 기어접촉부에서 치형가공오차, 피치오차 등 자려가진에 의한 가진 진동수는 치통과주파수(Ω)의 정수배이다. 치통과주파수는 축의 회전속도에 피니언의 잇수를 곱한 값이다. 또 치접촉부의 강성계수

는 접촉위치에 따라 주기적으로 변하므로 이에 대한 자려가진력은 회전축 진동수와 치통과주파수 및 그의 정수배 사이의 side bands($k\Omega - \omega$ 및 $k\Omega + \omega$, $k = 1, 2, 3$ etc) 주파수가 된다.

베어링 볼(롤러)의 위치 변화에 따라 베어링 강성 계수가 교란되는 경우를 고려하면 베어링 통과주파수(회전속도에 베어링 갯수를 곱한 값)와 회전속도 사이의 side bands도 포함할 수 있다. 그러나 그 효과는 이차적인 것으로 판단하여 무시한다.

기어 치접촉부에서의 백래쉬 효과 및 베어링의 간격에 의한 비선형 특성이 큰 경우는 회전수의 1/2, 1/3 등에서 공진이 일어나는 소위 분수조화진동을 고려하는데 이 경우도 역시 이차적인 것으로 판단하여 무시하기로 한다.

이상 치차감속기에 발생하는 자려가진원의 자려가진 진동수를 요약하면 Table 1과 같다.

3.2 치차감속기 설계 제한조건

지금까지 치차감속기를 설계할 때는 강도설계만으로 만족하였는데, 점차 진동소음문제가 부각되면서 진동특성 개선을 위한 설계사양이 요구되고 있다. 따라서 본 연구에서는 기존의 강도조건 외에 진동특성치 제한조건을 부가하기로 한다.

(1) 강도 설계 제한조건

치차의 치면간에 작용하는 접촉압력이 높으면 치차의 회전과 함께 치면에 마모를 일으키게 되므로 접촉응력이 반복작용하고 치면은 피로, 점부식 등의

Table 1 Self exciting vibration of gear reducer

가진 주 파 수	내 용
입력축 회전속도 (ω)	입력축상 기어회전체의 회전불균형 (일차적 가진원)
출력축 회전속도 ($\Gamma\omega$)	출력축상 기어회전체의 회전불균형 (일차적 가진원)
치통과주파수 및 그의 정수배 ($k\Omega$, $k=1, 2, \dots$)	치접촉부 치형가공오차로 인한 가진 (일차적 가진원)
입력축 회전속도의 2, 3배 ($2\omega, 3\omega$)	베어링부의 유격, 비선형과 기어접촉부에서 백래쉬에 의한 비선형가진 분수조화진동(이차적 가진원)
치통과주파수와 회전속도의 sideband주파수 ($k\Omega \pm l\omega$, $m\Gamma\omega$)	기어접촉부에서 강성계수의 변화로 인한 가진(이차적 가진원)

현상을 일으킨다. 따라서 치접촉부의 접촉응력을 재료의 허용치 이내로 설계해야 한다. 치면의 접촉은 2개의 평행된 원주의 접촉이라고 생각해서 헬즈의 응력설에 의한 식을 근거로 한 다음과 같은 설계 제한조건을 선정한다.

$$P \leq f_v \frac{1}{\phi} k_b \frac{2z_1z_2}{z_1+z_2} \tag{21}$$

여기서 P 는 치차에 의한 전달 토크를 피치원 반경으로 나눈 총하중(kg), f_v 는 속도계수, $\frac{1}{\phi}$ 는 동하중계수, k_b 는 허용접촉응력(kg/mm²), b 는 치폭(mm), z_1 은 피니언의 잇수, z_2 는 기어의 잇수, v (m/s)는 치접선속도이다. 속도계수 f_v 는 치접선속도 v 에 따라 다르며 다음과 같이 정의된다.

$$f_v = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3.05}{3.05+v}, \quad v=0.5-5 \\ \frac{6.1}{6.1+v}, \quad v=5-20 \\ \frac{5.55}{5.55+\sqrt{v}}, \quad v=20-50 \end{array} \right\} \tag{22}$$

치차 굽힘강도에 대한 제한식으로 루이스식을 사용하면 다음과 같다.

$$P \leq f_v \frac{1}{\phi} \sigma_b b m y \tag{23}$$

여기서 P 는 치차에 의한 전달토크를 피치원 반경으로 나눈 총하중(kg), σ_b 는 허용 반복굽힘응력(kg/mm²), b (mm)는 치폭, m (mm)은 모듈, y 는 치형 계수이다.

탄성 한도 내에서 비틀림각은 하중의 변화에 비례해서 변화하는데 이 변화가 크면, 비틀림각은 주기적으로 변화해서 운동의 확실성을 잃게 된다. 따라서 주기적인 확실한 진동을 필요로 할 때는 축의 비틀림각 ϕ 를 제한할 필요가 있다. 즉 ϕ 는 축의 길이 1 m에 대해서

$$\phi^{(r)} \leq \frac{1}{4} \tag{24}$$

로 제한한다.

치차의 물림의 부정(不正)을 방지하기 위하여 또는 베어링에 무리가 생기지 않도록 하기 위하여 축의 처짐각 θ 를 어떤 일정치 이하가 되도록 제한해야 한다. 본 연구에서는 최대처짐각 θ 가 0.001 라디안(radian) 이하가 되도록 제한하였다.

(2) 진동 특성 제한조건

자려 가진진동수를 γ_i , $i=1, 2, \dots$ 라 하고 감속기


의 고유진동수를 $\lambda_j, j=1, 2, \dots, N$ 이라 할 때, 공진떨림은 가진진동수가 고유진동수와 일치할 때 발생한다. 즉

$$\gamma_i = \lambda_j \quad (25)$$

일 때 공진떨림이 일어나는데 $\gamma_i = c_i \omega$ 로 놓으면 위험속도는

$$\omega_{cr} = \lambda_j / c_i \quad (26)$$

가 된다. 여기서 계수 c_i 는 Table 1의 가진주파수에 의해 정의된다.

감속기의 진동특성을 개선하려면 운전속도 범위 안에 위험속도가 존재하지 않도록 설계하는 것이 바람직하다. 위험속도는 잘 알려진 회전기계계의 캠벨 선도(cambell diagram)로 도시할 수 있다. Fig. 5에서  영역은 실질 운전속도 영역이다. Fig. 5에서 보는 바와 같이, 가진진동수가 입력축 회전속도의 각각 C1, C2, C3배 일 때 운전속도범위 $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ 에서 고유진동수 1, 2, 3, ..., 6과 일치하는 교차점 A, B, C 및 D는 위험속도를 의미한다. 따라서 저진동, 저소음용 감속기를 설계하려면 위험속도들이 주어진 운전속도 범위 밖으로 옮기기 위한 제한조건은 다음과 같다.

$$\omega_{cr} < \omega_1 \text{ OR } \omega_{cr} > \omega_2 \quad (27)$$

(3) 기구학적 제한조건

기구학적 제한조건으로 물림률, 언더컷 방지, 축간거리 제한이 있다. 스퍼기어쌍에서의 물림률은 $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2$ 이며,

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2\pi \cos \alpha} \sqrt{z_2 + 2 - (z_2 \cos \alpha)^2} - z_2 \sin \alpha$$

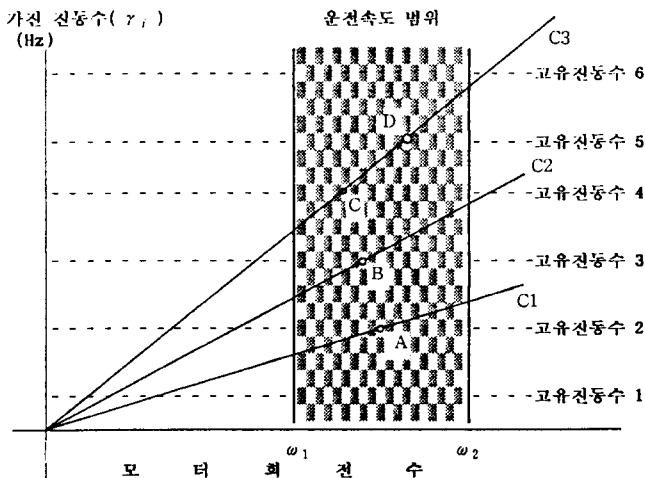


Fig. 5 Cambell diagram of rotating system

$$\epsilon_2 = \frac{1}{2\pi \cos \alpha} \sqrt{z_1 + 2 - (z_1 \cos \alpha)^2} - z_1 \sin \alpha$$

이다. 여기서 α 는 기어압력각, z_1, z_2 는 각각 피니언, 기어 잇수이다. 일반적으로 물림률은 1.2보다 크게 잡는 것이 보통이므로

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 > 1.2 \quad (28)$$

이 된다.

언더컷은 랙공구나 호브를 사용하여 피니언을 창성할 때에 간섭에 의하여 피니언의 이뿌리를 깎아내어 이뿌리가 가늘게 되는 현상으로 강도가 저하되고, 물림길이가 감소되고 치차의 성능이 나빠진다. 언더컷이 일어나는 이유는 피니언의 잇수가 적을 때와 잇수비가 아주 클 때 일어난다. 언더컷 방지를 위한 제한조건은 아래와 같다.

$$z_1 \geq \frac{2}{\sin^2 \alpha} \quad (29)$$

z_1 은 피니언 잇수, α 는 압력각이다.

축간거리는

$$C = \frac{mz_1 + \frac{mz_1}{w}}{2} \leq 1.5C_0 \quad (30)$$

로 제한한다. 여기서 m 은 모듈, z_1 은 피니언의 잇수, w 는 감속비, C_0 은 최초의 축간거리이다.

3.3 최적화 문제로 모형화

치차감속기 설계를 최적화 문제로 모형화할 경우 본 연구는 앞에서 언급한 강도 조건, 기하학적 조건 및 진동특성 조건을 만족하는 시스템 설계변수를 찾는 것이라 할 수 있다. 특정한 목적함수는 정해지지 않고 단지 세 가지 설계조건을 만족하는 설계치를 찾는 것으로 한다. 이때 목적함수는 제한식에 대한 장애함수로 정의할 수 있다. 설정한 제한식을 g_i 라 할 때 다음과 같다.

$$J_p = \sum_{i=1}^{N_g} w_i (g_i + |g_i|) \quad (31)$$

여기서 N_g 는 제한식의 갯수이고, w_i 는 가중치 (weighting)이다.

3.4 최적화 알고리즘과 전산 유통도

실제 문제의 최적화는 비선형 문제가 많으므로 한 개 이상의 국부최소값(local minimum)이 존재하는 경우가 흔하다. 따라서 수렴값이 절대최소값(absolut

minimum)이라는 보장이 없기 때문에 공학적 감각과 몇가지 경험지식과 판단이 별도로 요구된다. 기존의 방법(급경사이든 직접탐색법이든) 안정성을 좋게 하기 위하여 스텝간격을 가능한 한 작게 하는 것이 통례인데 이로 인하여 많은 경우가 국부최소값으로 수렴하게 된다. 따라서 발산의 위험도 없고 적용에 복잡하지도 않는 직접탐색법을 사용하여 본 문제의 최적화 과정을 수행하고자 한다. 직접탐색법은 설계 변수가 많아질수록 계산시간이 급증하는 단점을 가

지고 있으나 다투치 실험계획법의 개념을 도입하면 어느 정도 시간을 절약할 수 있다. 본 연구에서 고려한 알고리즘은 다투치 실험계획법을 도입한 직접탐색법인데, 몇가지 연구를 통하여 이미 그 효용성을 보인 바 있다.^(10~13) 기법의 간략한 내용은 다음과 같다.

정식화된 설계에서의 n 개의 설계변수를 실험계획에서의 인자(factor)로 보고 수준(level)은 중앙값(b_0), 증가값(b_+) 및 감소값(b_-), 3개로 한다. 따라

Table 2(a) Orthogonal table of 1-step gear reductioner

실험번호	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	3	2	1	2	3	2	3
5	1	3	2	3	2	3	2	3	2
6	2	1	3	1	3	1	3	1	3
7	2	3	1	3	2	3	1	3	1
8	3	2	1	2	1	2	1	2	1
9	3	1	2	2	3	1	2	1	1
10	2	3	1	1	2	3	1	3	3
11	3	1	3	3	1	2	2	3	3
12	2	3	2	2	3	1	1	2	2
13	1	2	1	1	2	3	3	1	1
14	3	2	1	3	2	2	1	2	3
15	2	3	2	3	3	2	1	2	1
16	3	1	3	1	1	3	2	3	2
17	1	3	2	1	3	3	2	3	1
18	2	1	3	2	1	1	3	1	2
19	1	2	1	2	2	1	3	1	3
20	1	3	3	2	3	1	2	2	3
21	2	1	1	3	1	2	3	3	1
22	3	2	2	1	2	3	1	1	2
23	1	3	3	3	3	2	2	2	2
24	2	1	1	1	1	3	3	3	3
25	3	2	2	2	2	1	1	1	1
26	1	1	1	2	1	1	1	1	3
27	2	2	2	3	2	2	2	2	1
28	3	3	3	1	3	3	3	3	2
29	3	1	2	1	3	1	2	1	2
30	1	1	2	3	1	2	1	3	2
31	1	2	3	3	1	2	3	2	2
32	2	2	3	1	2	3	2	1	3
33	3	3	1	2	3	1	3	2	1
34	1	1	2	1	1	3	1	3	1
35	2	2	3	2	2	1	2	1	2
36	3	3	1	3	3	2	3	2	3

Table 2(b) Orthogonal table of 2-steps gear reductioner

실험번호	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	3	2	1	2	3	2	3	1
5	1	3	2	3	2	3	2	3	2	3
6	2	1	3	1	3	1	3	1	3	1
7	2	3	1	3	2	3	1	3	1	2
8	3	2	1	2	1	2	1	2	1	2
9	3	1	2	2	3	1	2	1	1	3
10	2	3	1	1	2	3	1	3	3	2
11	3	1	3	3	1	2	2	3	3	2
12	2	3	2	2	3	1	1	2	2	1
13	1	2	1	1	2	3	3	1	1	3
14	3	2	1	3	2	2	1	2	3	1
15	2	3	2	3	3	2	1	2	1	1
16	1	3	2	1	3	3	2	3	1	2
17	2	1	3	2	1	1	3	1	2	3
18	2	1	3	2	1	1	3	1	2	3
19	1	2	1	2	2	1	3	1	3	3
20	1	3	3	2	3	1	2	2	3	2
21	2	1	1	3	1	2	3	3	1	3
22	3	2	2	1	2	3	1	1	2	1
23	1	3	3	3	3	2	2	2	2	2
24	2	1	1	1	1	3	3	3	3	3
25	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1
26	1	1	1	2	1	1	1	1	3	1
27	2	2	2	3	2	2	2	2	1	2
28	3	3	3	1	3	3	3	3	2	3
29	3	1	2	1	3	1	2	1	2	3
30	1	1	2	3	1	2	1	3	2	1
31	1	2	3	3	1	2	3	2	2	1
32	2	2	3	1	2	3	2	1	3	2
33	3	3	1	2	3	1	3	2	1	3
34	1	1	2	1	1	3	1	3	1	1
35	2	2	3	2	2	1	2	1	2	2
36	3	3	1	3	3	2	3	2	3	3

서 다꾸치 실험계획법을 이용한 직접탐색법의 기본 개념은 n 인자 3수준의 모사실험을 직교배열에 따라 수행하여 최소 배열을 찾는 기법이라 할 수 있다. 다꾸치 직교배열은 $L_a B^c$ 의 규칙을 따랐으며 여기서 a 는 실험횟수, B 는 수준수, c 는 인자수이고 직교배열표는 Table 2와 같다.

수렴속도를 개선하기 위하여 필요한 절차를 고안 하였는데 황금분할률로 설계변수의 스텝간격을 변화 시켰다. 설계변수의 변화는 증가와 감소 두 방향으로 동시에 검색하는 방식으로 하였다. 즉 하나의 설계변수의 기준값에 증분과 감소를 주어 감소된 설계 값, 현재값 그리고 증가된 설계값, 3수준을 검색하여 최적화를 판단하도록 하였다. 스텝간격을 크게 주면 주어진 초기값에서 가능한 절대최소값이 존재

하는 근처로 큰 폭으로 이동하게 된다. 이러한 아이디어를 도입한 결과 급경사법보다 적용이 편리하고 목적함수의 최소값을 얻는데 강인함을 보였기 때문에⁽¹⁰⁾ 본 연구에서도 개발된 다꾸치 개념의 최적화 알고리즘을 사용하기로 한다. 최적화 과정을 계산하는 유통도는 Fig. 6과 같다.

4. 최적설계 결과 및 고찰

본 연구에서 진동특성을 고려한 치차감속기 설계 기법의 효용성을 검증하기 위해서 Fig. 7과 같은 간

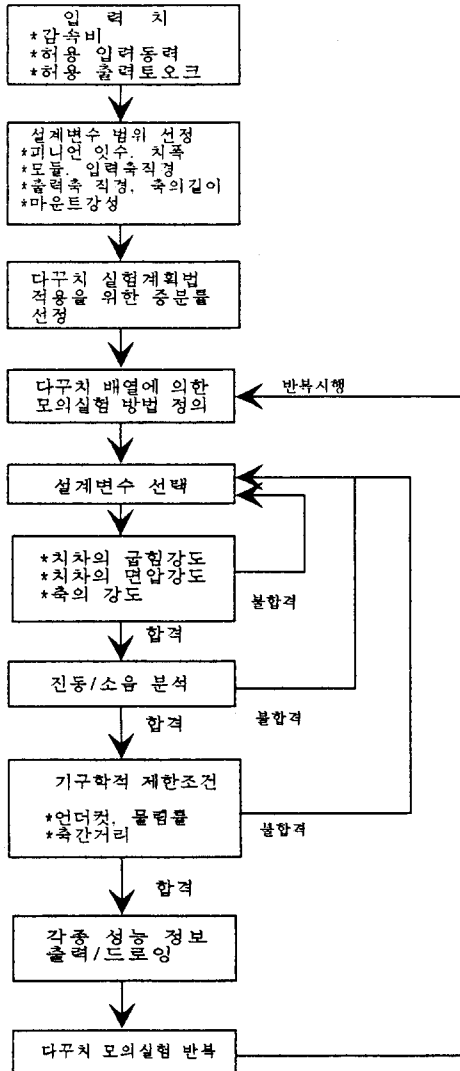


Fig. 6 Flow diagram for optimum design

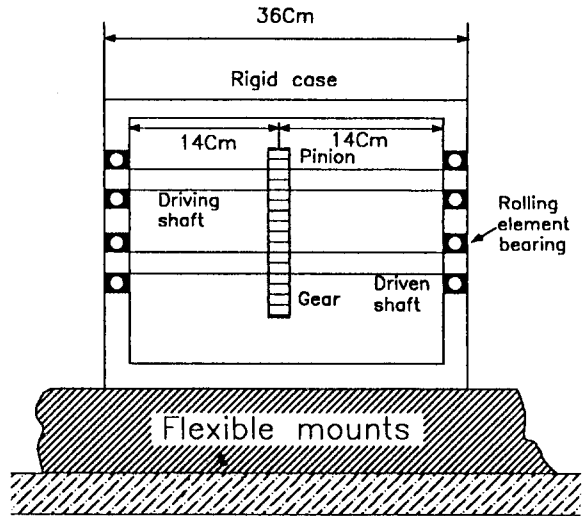


Fig. 7 1-step gear reducer

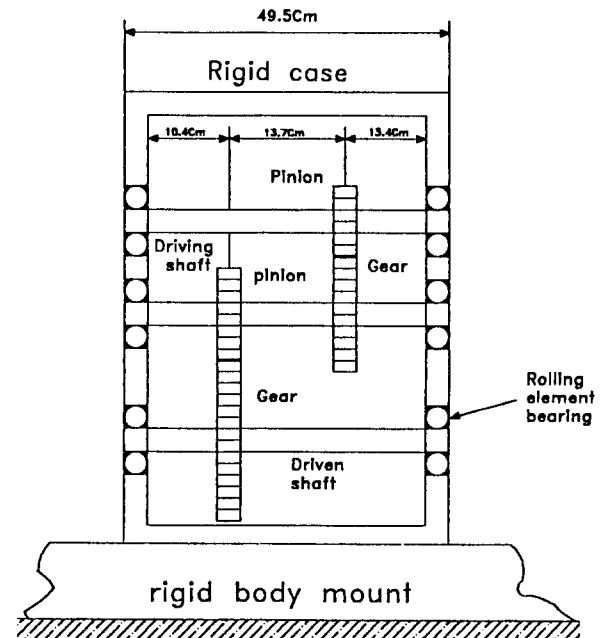


Fig. 8 2-steps gear reducer

단한 치차감속기와 Fig. 8의 2단 치차감속기에 적용하고자 한다.

4.1 1단 치차감속기

치차감속기 설계사양으로, 감속비는 0.25이고 허용입력동력은 11마력, 그리고 평균 출력토크는 72 N·m로 한다. 운전속도는 950~1000 rpm까지 사용되는 감속기이다.

치차감속기의 기어와 피니언의 제원은 Table 3, 축과 베어링의 제원은 Table 4, 하우징의 무게와 관성모멘트 값은 Table 5, 마운트의 손실계수, 마운트 위치, 설치각은 Table 6에서 보여준다. 1단 치차감속기의 설계변수는 피니언의 잇수, 모듈, 치폭, 입력축의 직경, 출력축의 직경, 축의 길이, 마운트 전단강성 1, 마운트 전단강성 2, 마운트 압축강성이다.

Fig. 9는 설계전 1단 치차감속기의 캠벨선도이다. Fig. 9에서 보는 것처럼 치통과주파수 $\Omega (=z\omega)$ 에

상당하는 위험속도가 4개 존재하고 2Ω , 3Ω 에 상당하는 위험속도가 각각 1개씩 존재한다. 설계전에,

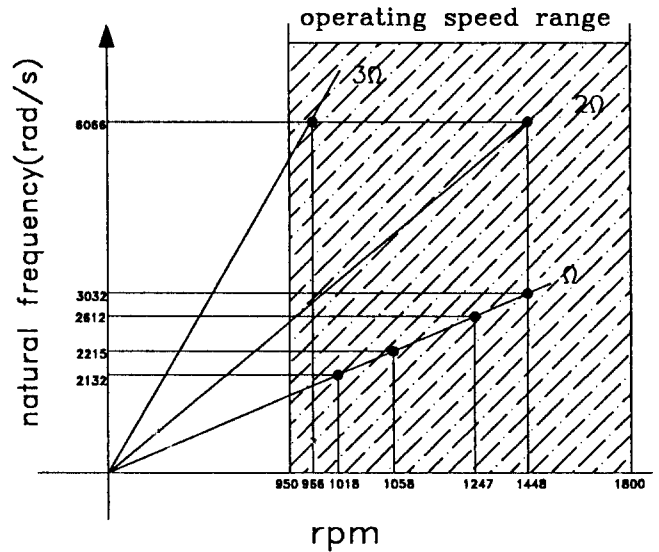


Fig. 9 Campbell diagram of 1-step gear reducer before design

Table 3 Gear, pinion specifications of 1-step gear reducer

제 원	기 어	피 니 언
압 력 각	20(deg)	20(deg)
치 폭	40(mm)	40(mm)
모 들	4(mm)	4(mm)
치접촉 평균강성	1×10^8 (N/m)	1×10^8 (N/m)
잇 수	80(개)	20(개)

Table 4 Shaft, bearing specifications of 1-step gear reducer

제 원	입 력 값
축의 직경	4.2×10^{-2} (m)
축의 길이	2.8×10^{-1} (m)
축의 탄성계수	2.1×10^{11} (N/m ²)
베어링의 반경방향 강성	9.7×10^8 (N/m)
베어링의 회전방향 강성	1.0×10^6 (N/m)

Table 5 Case specifications of 1-step gear reducer

무 계	회전 관성 모멘트(N·m·S ²)					
	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{xy}	I_{yz}	I_{zx}
m (kg)	77	1.5	1.5	1.9	0	0

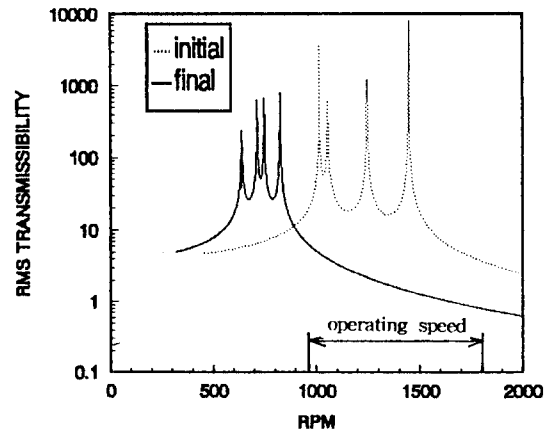


Fig. 10 RMS transmissibility of transmission error Ω

Table 6 Mount specifications of 1-step gear reducer

제 원	Mount #1	Mount #2	Mount #3	Mount #4
L_x (m)	0.1269	0.0331	-0.25	-0.25
L_y (m)	0.213	-0.23	0.1879	-0.1743
L_z (m)	0.1264	-0.1264	-0.25	-0.25
θ	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0
η_c	0.1	0.1	0.1	0.1
η_s	0.1	0.1	0.1	0.1

운전속도범위 내에 치통과주파수에 의한 위험속도가 6개 존재함으로 말미암아 공진에 의한 진동이 발생할 것으로 예상된다.

다꾸치개념을 도입한 직접탐색법을 적용한 결과 운전속도내의 위험속도를 제거할 수 있었다. Fig. 10은 초기값과 최종값에 대한 치통과주파수 Ω 의 전달률 특성곡선이다. 설계전 운전속도범위 내에 4개의 공진이 존재하는데 설계 후 모두 위험속도 범위 밖으로 옮겨졌다. Fig. 11, 12는 초기값과 최종값에 대한 치통과주파수 2Ω , 3Ω 에 대한 전달률 특성곡선이다. 설계 전에 운전속도범위 내에 공진피크가 존재했는데 설계 후 모두 운전속도범위 밖으로 옮겨졌다.

Table 7은 1단 치차감속기의 실험횟수에 따른 실질 전달력, 굽힘 및 면압 허용강도를 나타내고 있다. 실질전달력이 치차의 허용굽힘강도와 허용면압강도 이하로 되어 강도조건을 모두 만족하고 있음을 알 수 있다.

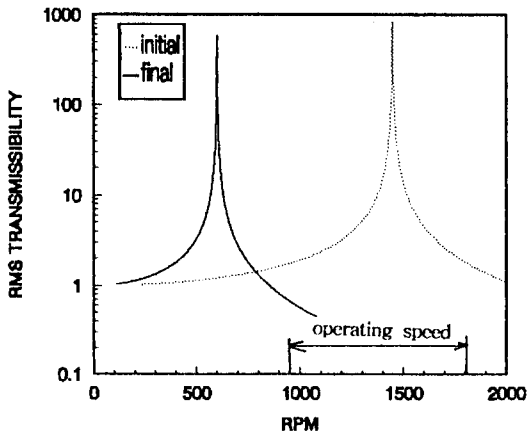


Fig. 11 Transmissibility of transmission error 2Ω

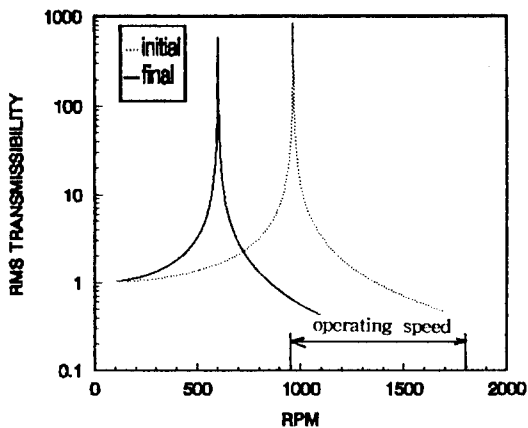


Fig. 12 Transmissibility of transmission error 3Ω

Fig. 13은 실험횟수에 따른 목적함수값의 변화를 나타내고 실험횟수 5에 모든 제한조건을 만족하게 되었다.

Table 8은 설계변수의 초기값, 제한값, 최종값을 보여주고 있다. 피니언의 잇수, 치폭, 마운트전단강성 2가 각각 40%, 37%, 200%씩 증가하였고, 출력축 직경이 34% 감소했다.

4.2 2단 치차감속기

2단 치차감속기의 설계사양으로 감속비는 0.0625(1/16)이고 허용입력동력은 13마력, 평균출력토크는 75 N·m 그리고 운전속도범위는 1050~1200 rpm까지 사용되는 감속기이다.

치차감속기의 기어와 피니언의 제원은 Table 9, 축과 베어링의 제원은 Table 10, 하우징의 무게와 관성모멘트 값은 Table 11에 보여준다. 2단치차감속기의 설계변수는 피니언의 잇수 #1, 모듈 #1, 치폭

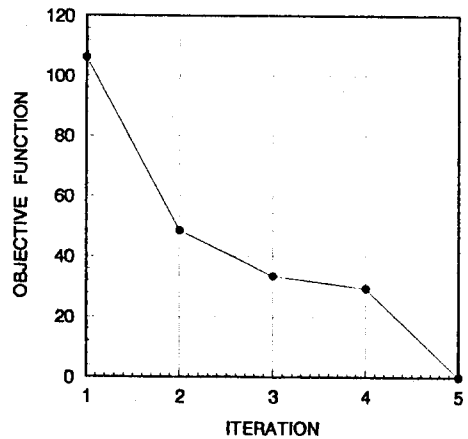


Fig. 13 Objective function convergency for 1-step gear reductioner

Table 7 Tooth strength of the gear pair of the 1-step gear reductioner

Iteration number	Actual transmitted force (kg)	Allowable bending strength (kg)	Allowable surface pressure strength (kg)
1	228.2	264.8	543.5
2	211.9	253.3	551.5
3	200.3	256.0	557.3
4	184.1	258.3	562.2
5	162.76	260.9	568.0

Table 8 Design variable and final value of 1-step gear reducer

설계 변수	초기 값	하한 값	상한 값	최종 값
피니언 잇수(개)	20	12	28	28
모듈(mm)	0.5×10^1	0.1×10^1	0.12×10^2	0.397×10^1
치 폭(mm)	0.42×10^2	0.25×10^2	0.84×10^2	0.5744×10^2
입력축직경(mm)	0.42×10^2	0.25×10^2	0.84×10^2	0.4134×10^2
출력축직경(mm)	0.42×10^2	0.25×10^2	0.84×10^2	0.2769×10^2
축의 길이(mm)	0.28×10^3	0.12×10^3	0.32×10^3	0.32×10^3
마운트압축강성1 (N/m)	0.700×10^7	0.7×10^6	0.7×10^8	0.6409×10^7
마운트전단강성2 (N/m)	0.700×10^7	0.7×10^6	0.7×10^8	0.1510×10^8
마운트압축강성 (N/m)	0.35×10^8	0.35×10^7	0.35×10^9	0.35×10^8

Table 9 Gear, pinion specifications of 2-steps gear reducer

제 원	기어 #1	피니언 #1	기어 #2	피니언 #2
압력 각	20(deg)	20(deg)	20(deg)	20(deg)
치 폭	0.1(m)	0.1(m)	0.156(m)	0.156(m)
모듈	5(mm)	5(mm)	8(mm)	8(mm)
치점축평균강성	1×10^{15} (N/m)	1×10^{15} (N/m)	1×10^{15} (N/m)	1×10^{15} (N/m)
잇 수	72(개)	18(개)	76(개)	19(개)

Table 10 Shaft, bearing specifications of 2-steps gear reducer

제 원	입력 값
입력축의 직경	1.95×10^{-1} (m)
중간축의 직경	1.15×10^{-1} (m)
출력축의 직경	1.75×10^{-1} (m)
축의 길이	3.75×10^{-1} (m)
축의 탄성계수	2.1×10^{11} (N/m ²)
베어링의 반경방향 강성	3555139 (N/m)
베어링의 회전방향 강성	17064 (N/m)

Table 11 Case specifications of 2-steps gear reducer

무 게	회전 관성 모우멘트 (N·m·S ²)					
	<i>I_{xx}</i>	<i>I_{yy}</i>	<i>I_{zz}</i>	<i>I_{xy}</i>	<i>I_{yz}</i>	<i>I_{zx}</i>
903	63.11	63.11	90.32	0	0	0

#1, 입력축 직경, 중간축 직경, 출력축 직경, 축의 길이, 피니언의 잇수 #2, 모듈 #2, 치폭 #2이다.

Fig. 14는 설계 전 2단 치차감속기의 캠벨선도이다. Fig. 14에서 보는 것처럼 치통과주파수 3Ω에 상당하는 위험속도가 3개 존재한다.

Fig. 15는 초기값과 최종값에 대한 치통과주파수 3Ω에 대한 전달률특성이다. 설계전에 운전속도범위 내에 공진피크가 3개 존재했는데 설계후 모두 운전속도범위 밖으로 옮겨졌다.

Table 12는 2단 치차감속기의 실험횟수에 따른 실질 전달력과 굽힘 및 면압허용강도를 나타내고 있

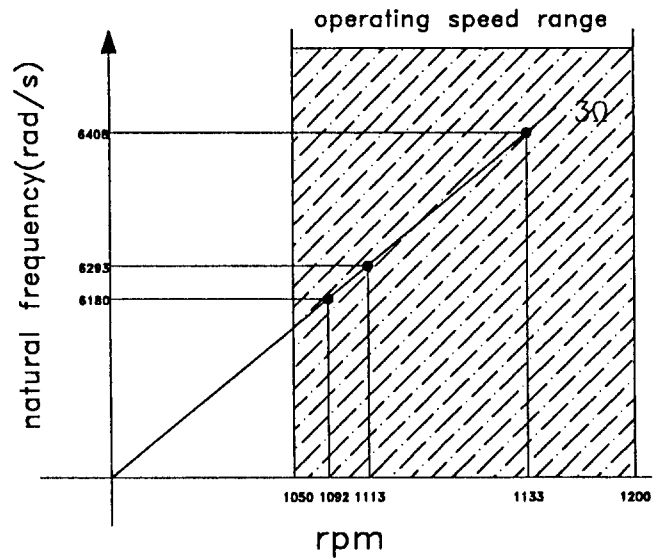


Fig. 14 Cambell diagram of 2-steps gear reducer before design

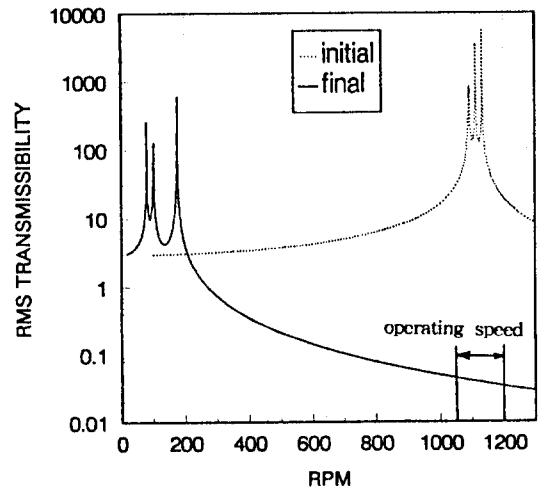


Fig. 15 RMS transmissibility of transmission error 3Ω

Table 12(a) Tooth strength of the gear pair #1 of the 2-steps gear reducer

Iteration number	Actual transmitted force (kg)	Allowable bending strength (kg)	Allowable surface pressure strength (kg)
1	179.9	545.5	814.3
2	176.4	546.7	816.8
3	182.0	544.0	812.7

Table 12(b) Tooth strength of the gear pair #2 of the 2-steps gear reducer

Iteration number	Actual transmitted force (kg)	Allowable bending strength (kg)	Allowable surface pressure strength (kg)
1	165.5	815.7	1286.4
2	165.5	780.0	1261.6
3	183.8	857.5	1281.1

다. 실질전달력이 치차의 허용 굽힘강도와 허용 면압강도 이하로 되어 강도조건을 모두 만족함을 알 수 있다.

Fig. 16은 실험횟수에 따른 목적함수값의 변화를 나타내고 실험횟수 3에서 모든 제한조건을 만족하게 되었다.

Table 13은 설계변수의 초기값, 제한값, 최종값을 보여주고 있다. 입력축의 직경이 28% 증가했고, 기

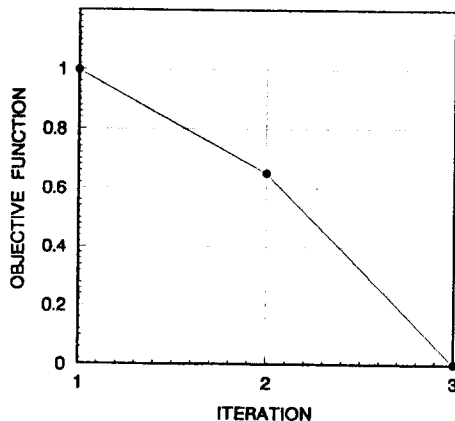


Fig. 16 Objective function convergency for 2-steps gear reducer

Table 13 Design variable and final value of 2-steps gear reducer

설계 변수	초기 값	하한 값	상한 값	최종 값
피니언잇수#1(개)	18	12	26	18
모 들(mm)	0.5×10^1	0.2×10^1	0.1×10^2	0.4938×10^1
치 폭(mm)	0.1×10^3	0.5×10^2	0.2×10^3	0.1×10^3
입력축직경(mm)	0.95×10^2	0.5×10^2	0.2×10^3	0.1325×10^3
중간축직경(mm)	0.115×10^3	0.7×10^2	0.23×10^3	0.1216×10^3
출력축직경(mm)	0.175×10^3	0.1×10^3	0.3×10^3	0.1663×10^3
축의 길이(mm)	0.375×10^3	0.2×10^3	0.45×10^3	0.3696×10^3
피니언잇수#2(개)	19	12	30	19
모 들(mm)	0.8×10^1	0.4×10^1	0.15×10^2	0.4893×10^1
치 폭(mm)	0.156×10^3	0.8×10^2	0.28×10^3	0.1579×10^3

어 #2의 모듈이 39% 줄었고 나머지는 변화가 거의 없다.

5. 결 론

본 논문에서는 저진동 치차감속기 설계를 위하여 진동에 영향을 주는 인자들을 고려하여 시뮬레이션 한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 저진동 치차감속기의 최적설계를 위하여 케이스를 포함한 기어 연쇄기구에 대한 모델링을 개발하였다.
- (2) 공진점 위치변화를 주는 제한식은 치차감속기의 진동특성을 개선하는데 효과적임을 보였다.
- (3) 치차감속기 설계시 강도 조건과 더불어 진동 특성을 고려한 설계의 필요성을 보였다.

참고 문헌

- (1) 이대희, 최동훈, 1989, "마찰을 고려한 치차의 접촉 문제 해석," 대한기계학회논문집, 제13권, 제6호, pp. 1118~1127.
- (2) Mitchiner, R. G. and Mabie, H. H., 1982, "The Determination of the Lewis Form Factor and the AGMA Geometry Factor J for External Spur Gear Teeth," Trans. of the ASME, Vol. 104, Jan. pp. 148~158.
- (3) 정태형, 김민수, 1990, "컴퓨터를 이용한 동력 전달용 인벌류우트 원통치차의 설계," 대한기계학회논문집, 제14권, 제3호, pp. 594~602.

- (4) 會田 俊夫, 佐聯進, 昭和 50, 1978, “齒車の振動・騒音の防止方法に関する 研究,” 日本機械學會 論文集, 제41권, 제345호, pp. 1597~1631.
- (5) Terauchi, Yoshio. and Nadano, Hiromasa., 1982, “On the Effect of the Tooth Profile Modification on the Dynamic Load and the Sound Level of the Spur Gear,” Bulletin of the JSME, Vol. 25, No. 207, September, pp. 1474~1481.
- (6) Tavakoli, M. S. and Houser, D. R., 1986, “Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gear,” Trans. of ASME, Vol. 108, Mar. pp. 86~95.
- (7) Ariga, Y. and Nagata, S., 1985, “Load Capacity of a New W-N Gear with Basic Rack of Combined Circular and Involute Profile,” Trans. of the ASME, J. of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107, December, pp. 565~572.
- (8) Lnoe, K. and Townsend, D. P., 1993, “Optimum Design of a Gearbox for Low Vibration,” Trans. of the ASME, J. of Mechanical Design, Vol. 115, December, pp. 1002~1007.
- (9) Nogill Park, 1987, “An Analytical Investigation of Geared System Dynamics Containing Spur and Helical Gears,” Ph. D Thesis, North Carolina State University.
- (10) 지태영, 1992, “다꾸치 개념을 도입한 직접 탐색방법의 개발 및 엔진 마운트계의 최적설계,” 부산대학교 학사 학위 논문.
- (11) Phadke, Madhavs., 1989, “Quality Engineering Using Robust Design,” Prentice Hall.
- (12) 황농문, 한준희, “Taguchi 방법에 의한 실험 계획,” 한국표준연구소.
- (13) 품질 공학 강좌 1권~7권, 한국공업표준협회.