

시퀀스 제어의 기본회로 및 전동기 운전회로(Ⅴ)



글/최완호
(한국산업기술원 전문위원)

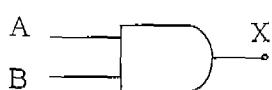
V. 무접점 Sequence Control

이번호에서는 무접점 시퀀스 제어의 기본 특성 및 회로를 분석하여 유접점을 무접점으로 자유롭게 변환하고, 나아가서는 무접점 회로 시퀀스 제어를 구성할 수 있는 기술적인 테크닉을 추구하고자 한다.

5-1 디지털 기본 논리회로

① AND 회로(논리적)

ⓐ 논리기호

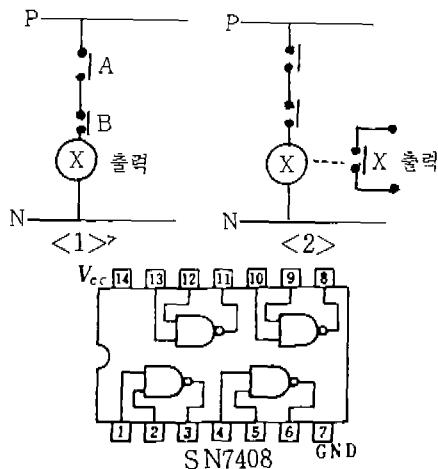


$$\textcircled{ⓑ} \text{ 논리식 } X = A \cdot B$$

ⓐ 진리표

입력		
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ⓐ 유접점 회로



AND 회로란 유접점 시퀀스 제어회로 ④에서 보는 바와 같이 직렬회로를 말한다.

그럼 ①에서 <1>은 쿄일 ⑧에서 출력을 표시하고, <2>는 ⑧의 접점에서 출력을 나타내는 방법이다.

② NAND 회로(AND 부정)

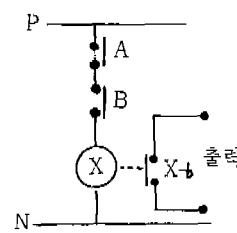
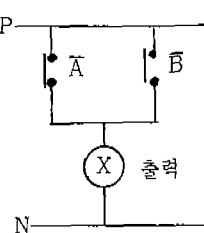
④ 논리기호



⑤ 논리식

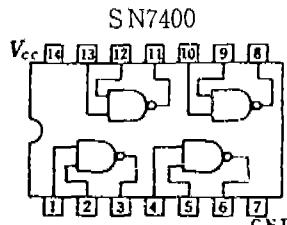
$$\begin{aligned} X &= \overline{A} \cdot \overline{B} \\ &= \overline{A+B} \end{aligned}$$

④ 유접점 회로



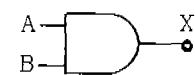
⑥ 진리표

입력	출력	
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

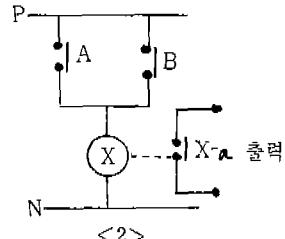
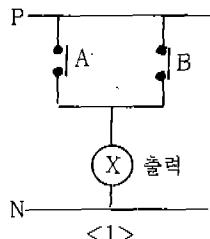


③ OR 회로(논리합)

④ 논리기호



④ 유접점 회로

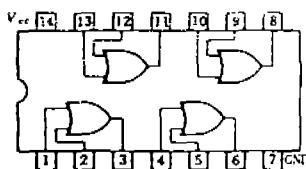


⑤ 논리식 $X = A + B$

⑥ 진리표

입력	출력	
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

SN7432

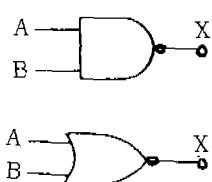


OR 회로란 유접점회로 ④에서 보는 바와 같이 병렬회로이다.

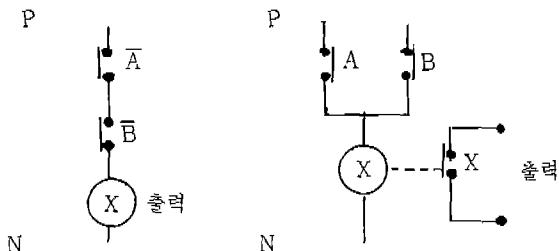
그림 <1>은 코일 ⑩가 출력이고 그림 <2>는 코일 ⑩의 접점에서 출력을 나타낸 것이다.

④ NOR 회로(OR 부정)

ⓐ 논리기호



ⓑ 유접점 회로

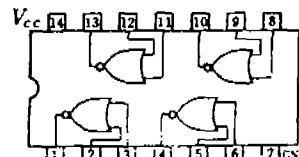


ⓓ 논리식

$$X = \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

ⓔ 진리표

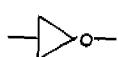
입력		출력
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



2 입력 NOR IC
SN7402

⑤ NOT 회로(부정회로)

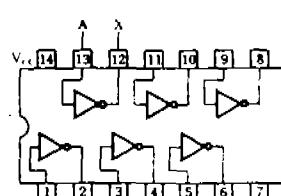
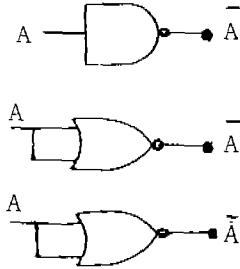
ⓐ 논리기호



ⓑ 논리식

$$A = \overline{A}$$

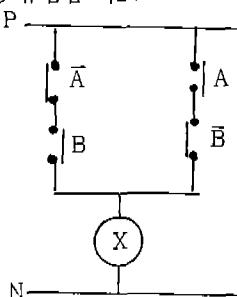
ⓒ 등가 논리기호



인버터 IC
SN7404

⑥ Exclusive-OR(베타적인 논리합)

ⓐ 유접점 회로



ⓑ 논리식

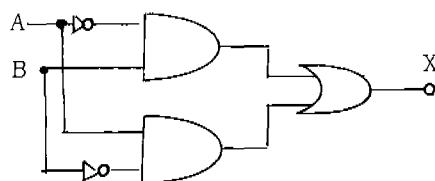
$$X = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$= A \oplus B$$

ⓒ 진리표

입력		출력
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ⓓ 논리회로



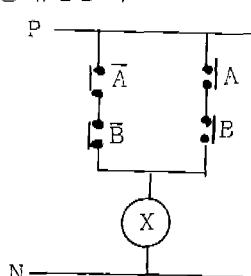
ⓔ 간략화된 논리기호



Exclusive-OR 회로란 2개의 입력중 서로 다른 입력조건을 가질때만 출력을 내는 회로이다. 이 회로는 자동화 설비에서 출력카드 회로로 많이 이용되고 있다.

⑦ Exclusive-NOR 회로

ⓐ 유접점 회로



ⓑ 논리식

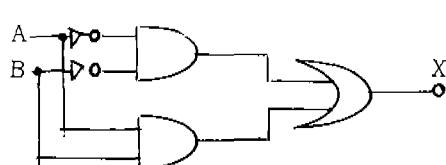
$$X = \bar{A}\bar{B} + AB$$

$$= A \odot B$$

ⓒ 진리표

입력		출력
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ⓓ 논리회로



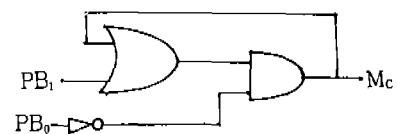
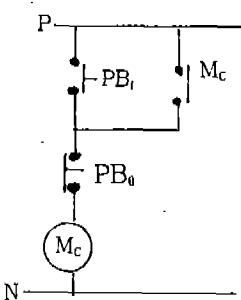
ⓔ 간략화된 논리기호



Exclusive-NOR 회로란 2개의 입력중 서로 같은 입력조건을 가질 때 출력을 내는 회로이다.

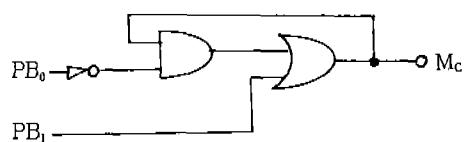
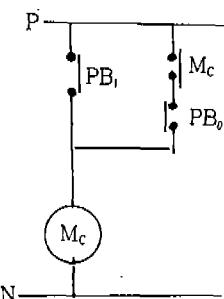
5-2 시퀀스 무접점 응용회로

① 자기유지 및 정지우선회로



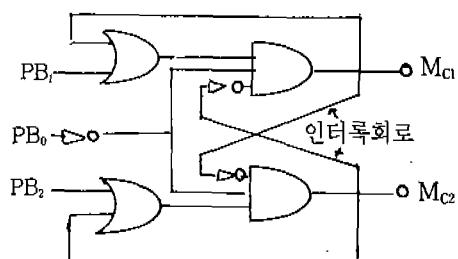
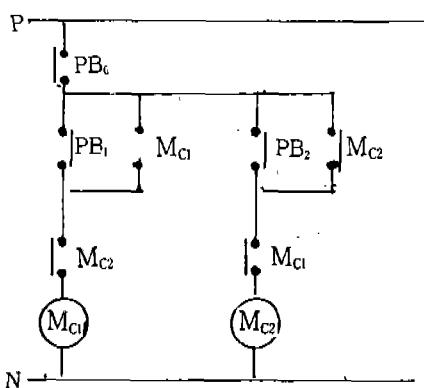
$$M_C = (PB_1 + M_C) \cdot \overline{PB_0}$$

② 기동우선회로



$$M_C = PB_1 + \overline{PB_0} \cdot M_C$$

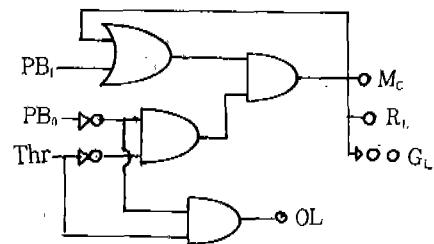
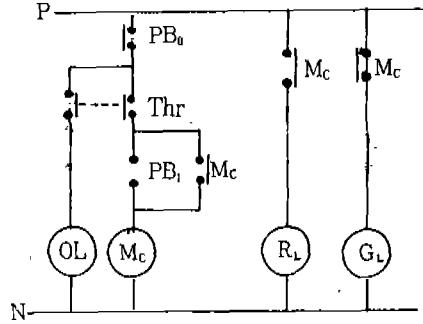
③ 인터록 회로



$$M_{C1} = (PB_1 + M_{C1}) \cdot \overline{PB_0} \cdot \overline{M_{C2}}$$

$$M_{C2} = (PB_2 + M_{C2}) \cdot \overline{PB_0} \cdot \overline{M_{C1}}$$

④ 직입 기동회로



$$M_C = (PB_1 + M_C) \cdot \overline{PB_0} \cdot Thr$$

$$R_L = M_C$$

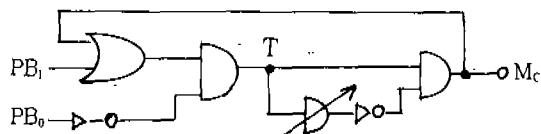
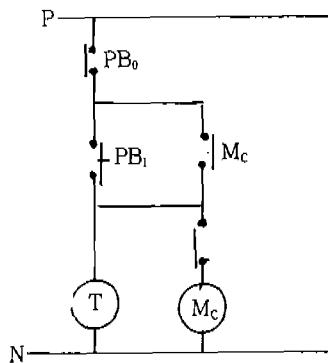
$$G_L = \overline{M_C}$$

$$OL = PB_0 \cdot Thr$$

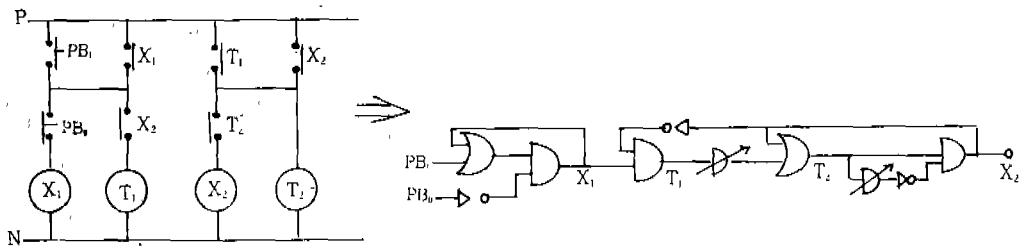
⑤ 각종 Timer Logic 회로

On Delay Timer	한 시 동 작	순 시 복 귀	a 접점		
			b 접점		
Off Delay Timer	순 시 동 작	한 시 복 귀	a 접점		
			b 접점		
On, Off Delay Timer	한 시 동 작	한 시 복 귀	a 접점		
			b 접점		

⑥ 한시동작회로



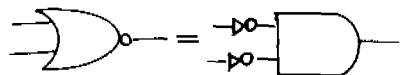
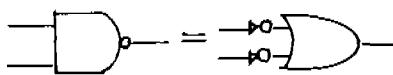
⑦ 반복회로



⑧ De morgan에 의한 등가 Logic circuit

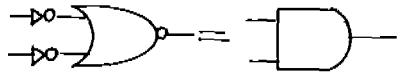
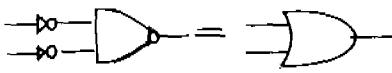
$$\textcircled{a} \quad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\textcircled{b} \quad \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$



$$\textcircled{c} \quad \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$$

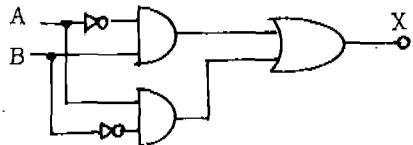
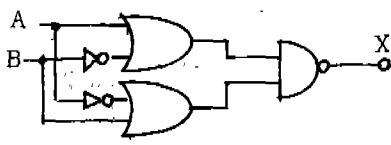
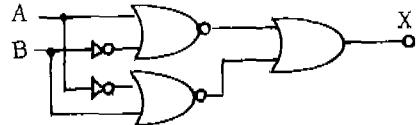
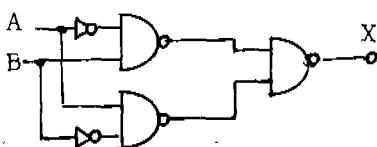
$$\textcircled{d} \quad \overline{\overline{A} + \overline{B}} = A \cdot B$$



Demorgan의 정리는 하나의 Logic circuit를 여러개의 등가 Logic circuit로 변환할 때 이용하는 방법으로 디지털 논리회로에서 중요한 부분을 차지하고 있다.

예를 들어서 Exclusive-OR 논리회로의 여러개의 Logic circuit로 표현할 수 있다.

$$X = \overline{\overline{A}B + A\overline{B}} = \overline{\overline{A}B} \cdot \overline{A\overline{B}} = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + B) = (\overline{A} + \overline{B}) + (\overline{A} + B) = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$



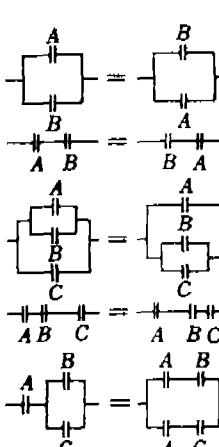
+ NAND

+ NOR

$$\begin{aligned}
 & \text{Input: } A, B \\
 & \text{NOR: } \overline{A} + \overline{B} = \overline{A+B} = \overline{AB} \quad \text{NOR} \\
 & \text{NAND: } \overline{A} + \overline{B} = \overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{AB} \quad \text{NAND} \\
 & \text{OR: } \overline{A} + \overline{B} = \overline{A+B} = \overline{\overline{AB}} = \overline{AB} \quad \text{OR} \\
 & \text{AND: } \overline{A} + \overline{B} = \overline{A+B} = \overline{\overline{AB}} = \overline{AB} \quad \text{AND} \\
 & \text{OR: } \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = \overline{A+B+C} = \overline{ABC} \quad \text{OR} \\
 & \text{AND: } \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} = \overline{ABC} \quad \text{AND} \\
 & \text{NOR: } \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = \overline{A+B+C} = \overline{ABC} \quad \text{NOR} \\
 & \text{NAND: } \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} = \overline{ABC} \quad \text{NAND} \\
 & \text{Input: } C \\
 & \text{NOR: } \overline{C} = \overline{C} \cdot \overline{C} = \overline{C+C} = \overline{CC} = \overline{C} \quad \text{NOR}
 \end{aligned}$$

⑨ 부울대수의 정리

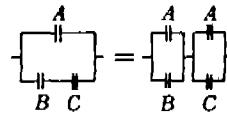
부울대수의 정리와 karnaugh도 MAP은 시퀀스 유접점·무접점 회로를 간략화하는 방법으로 시퀀스 제어 및 PLC에서 필수적인 요소이다.

정리
<p>T1 : 교환의 법칙 (a) $A + B = B + A$ (b) $A \cdot B = B \cdot A$</p>
<p>T2 : 결합의 법칙 (a) $(A + B) + C = A(B + C)$ (b) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$</p>
<p>T3 : 분배의 법칙</p> 

정리

$$(a) A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$$

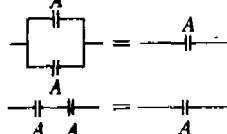
$$(b) A+(B \cdot C) = (A+B) \cdot (A+C)$$



T4 : 동일의 법칙

$$(a) A+A=A$$

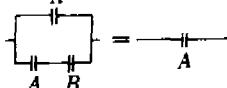
$$(b) A \cdot A=A$$



T5 : 부정의 법칙

$$(a) (\bar{A})=\bar{A}$$

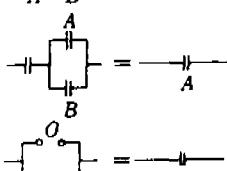
$$(b) (\bar{\bar{A}})=A$$



T6 : 흡수의 법칙

$$(a) A+A \cdot B=A$$

$$(b) A \cdot (A+B)=A$$

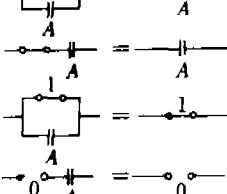


T7 : (a) $0+A=A$

$$(b) 1 \cdot A=A$$

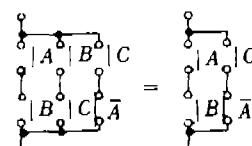
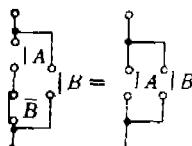
$$(c) 1+A=1$$

$$(d) 0 \cdot A=0$$

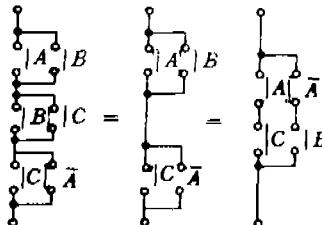


다음은 부울대수의 정리를 이용한 간략화의 예이다.

$$\textcircled{a} A \cdot \bar{B} + B = A + B \quad \textcircled{b} A \cdot B + B \cdot C + C \cdot \bar{A} = A \cdot B + C \cdot \bar{A}$$



$$\textcircled{c} (A+B) \cdot (B+C) \cdot (C+\bar{A}) = (A+B) \cdot (C+\bar{A}) = A \cdot C + \bar{A} \cdot B$$



④ 3개의 문이 있다. 이중 2개 이상 문이 동시에 닫힐 때만 불이 켜지는 회로가 있다면 이것을 부울대수식 및 유접점 회로로 표시하여 보자.

문을 각각 A, B, C라 하면 이중 두 문이 닫힐 때(I의 상태)만 불이 켜지는 상태(I의 상태)를 진리치표로 나타내면 다음과 같다.

ABC	출력
000	0
001	0
010	0
011	1
100	0
101	1
110	1
111	0

옆의 진리표에 출력이 1인 때를
논리식으로 표시하면

$$\bar{A} \cdot B \cdot C = 1$$

$$A \cdot \bar{B} \cdot C = 1$$

$$A \cdot B \cdot \bar{C} = 1$$

$$A \cdot B \cdot C = 1$$

따라서 이들이 모두 병렬로 연결된 회로에 불이 켜지므로

$$\text{출력} = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot (\bar{B} \cdot C + B \cdot \bar{C} + B \cdot C)$$

$$\text{출력} = \bar{A} \cdot B \cdot C + A[\bar{B} \cdot C + B \cdot (C + \bar{C})]$$

$$\text{출력} = \bar{A} \cdot B \cdot C + A[\bar{B} \cdot C + B(1)]$$

$$\text{출력} = \bar{A} \cdot B \cdot C + A(\bar{B} \cdot C + B) = \bar{A} \cdot B \cdot C + A(B + C)$$

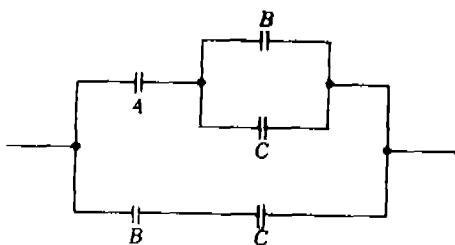
$$\text{출력} = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B + A \cdot C = B \cdot (\bar{A} \cdot C + A) + A \cdot C$$

$$\text{출력} = B \cdot (A + C) + A \cdot C = A \cdot B + B \cdot C + A \cdot C = A(B + C) + B \cdot C$$

$$\ast \bar{B} \cdot C + B = B + C$$

여기서 $B \cdot (A + C) + A \cdot C$ 와 $A(B + C) + B \cdot C$ 는 같은 점점수이다.

이 식을 스위치 회로로 표시하면 다음과 같다.



⑩ Karnaugh도 MAP을 이용한 간략화

지금까지는 논리극수의 간략화를 수식적으로 행해 왔지만 도표에 의한 간략한 방법도 매우 유용하다. 진리값으로부터 직접 논리식을 유도할 때는 불필요한 많은 항을 포함하게 된다. 이것을 간략화하는 방법으로서 도표, 즉 맵(map)을 이용하는 방법(method)이 Karnaugh(카르나) 또는 Veitch(베이치)도 방법이다.

Karnaugh도와 진리값표가 다른 점은 진리값 표가 각 입력상태에 따른 모든 출력을 표시하는 반면 Karnaugh도는 각 입력상태에 따른 출력 1을 나타내는 데 필요한 표시도이다. Karnaugh도에는 2변수, 3변수, 4변수에 대한 것이 사용되며 5변수 이상에 대한 것은 너무 복잡하므로 잘 사용되지 않는다.

디지털 컴퓨터에서는 4비트(bit)가 한 바이트(byte)로 구성되어 워드(word)를 만드는 등 4입력 변수로 동작하는 일이 많으므로 논리회로에서는 주로 4변수 Karnaugh도가 사용된다.

* Karnaugh도 MAP의 구성요령

- ① MAP을 구성할 때는 2^n 개로만 구성한다($2, 4, 8, 16 \dots$).
- ② MAP을 구성할 때는 2^n 개의 구성 MAP을 크게 구성한다.
- ③ MAP은 대각선으로 구성할 수 있다.
- ④ MAP의 구성수는 최소가 되어야 한다.

a) 2변수의 Karnaugh도

2변수 A, B는 각각 0과 1을 취할 수 있으므로 이들 변수의 가능한 결합방식은 $4(2^2 = 2^2)$ 가지가 되며 Karnaugh도는 아래 그림과 같이 4칸(box)으로 구성된다.

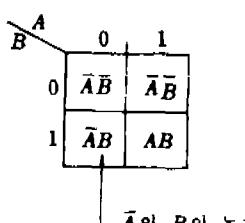
각 칸(box 또는 map)의 논리표시는 2변수의 논리적(AND)인 다음과 같은 논리극수로 표시된다. 즉 칸은 2개의 논리변수 A와 B가 다음과 같은 단일 조합임을 표시하게 된다. 즉

$$\bar{A}\bar{B}(A=0, B=0)$$

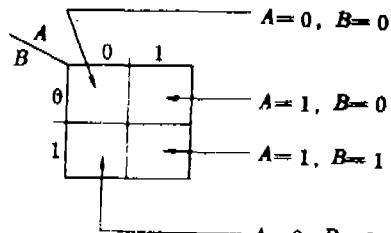
$$\bar{A}B(A=0, B=1)$$

$$A\bar{B}(A=1, B=0)$$

$$AB(A=1, B=1)$$



2변수의 Karnaugh도 표시법



$$\text{예) } X = AB + \overline{A}\overline{B} + A\overline{B} = A + B$$

	B	0	1
A	0		
\overline{A}	0		1
A	1	1	1

여기서 AB의 변수항은 바뀌어도 무관하다.

①번 MAP에 해당하는 변수는 (A, B, B)에서 같은 변수의 공정과 부정을 지워버리면 A만 남게되고 또한 그 항이 A항이다.

②번 MAP에 해당되는 변수는 $A \cdot A \cdot B$ 에서 B만 남게되므로 X에 대한 간략화된 논리식은 $A + B$ 이다.

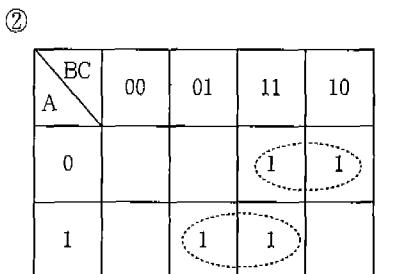
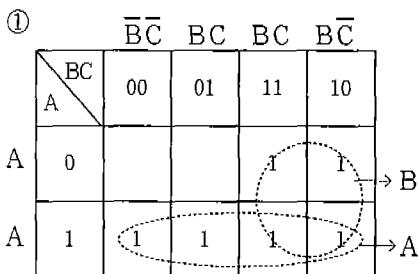
또한 ①번항은 A 변수항이고 ②번항은 B 변수항이므로

①번항의 논리식은 $A+A+B$ 에서 ②번항의 논리식은 $A+A+B$ 에서 $A+A=1$, $B+B=1$ 이므로 $A+B$ 만 남게 된다. Karnaugh도에서 원점을 고수하면 다변수에서는 혼동되므로 전자에 설명한 방법을 이용하면 쉽게 간략화 할 수 있다.

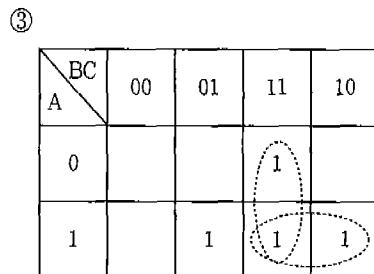
b) 3변수의 Karnaugh도

		$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
		BC	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
		00	01	11	10
A	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$
A	1	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	ABC	$A\bar{B}\bar{C}$

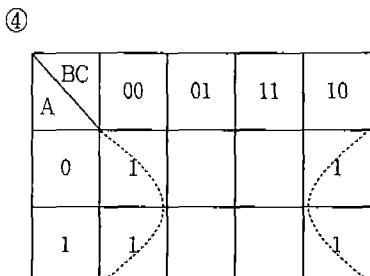
$$\text{예) } X = A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + ABC + AB\bar{C} \\ + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} = A + B$$



$$X = AC + \bar{A}B$$



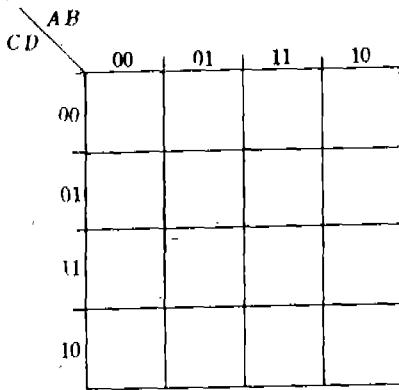
$$X = AC + BC + AB \\ = AC + B(A + C)$$



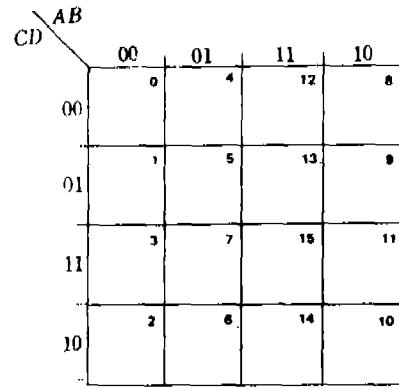
$$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} = \bar{C}$$

다음 카드로도 MAP은 구성이 한개이다.

© 4변수 Karnaugh도



〈그림 1〉 4변수 Karnaugh도

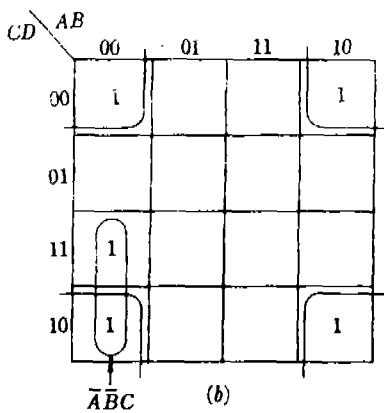


〈그림 2〉 4변수 Karnaugh도의 칸 표시

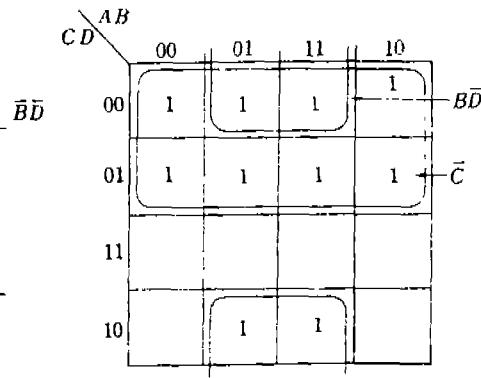
	AB	CD	00	01	11	10
00			$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}C\bar{D}$
01			$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$A\bar{B}\bar{C}D$	$A\bar{B}C\bar{D}$
11			$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}BCD$	$ABC\bar{D}$	$A\bar{B}CD$
10			$ABC\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$A\bar{B}CD$	$A\bar{B}C\bar{D}$

〈그림 3〉 4변수 논리극수의 Karnaugh도 표시법

그림 1에서 ABCD의 자리변수는 임의대로 배열할 수 있다. 다음은 4변수 Karnaugh도 MAP의 구성예이다.



(b)



(b) $Z = \bar{C} + BD$