

1축 날개 조종형 고속회전 유도탄의 조종 특성 해석

Analysis of Control Characteristics for High Speed Rolling Guided Missile with One Axis Steering Fin

진정석, 이재혁
(Jong-Sok Chin and Jae-Hyuk Lee)

Abstract : It is difficult to analyze the high speed rolling missile with the generally used missile body fixed coordinates. In this study, we formulate the dynamic equations of the high speed rolling missile with the principal axis of inertia, and make the analytical model of one axis steering missile using pitch/yaw symmetry and complex summation method. With this model we analyze the control characteristics and propose the design considerations of high speed rolling missile with one axis control fin using PNG law in conjunction with a seeker signal.

Keywords : one axis steering, high speed rolling, principal axis of inertia, complex summation

I. 서론

유도탄의 유도조종 시스템을 설계할 때에는 단주기 동안의 유도탄의 동역학적 반응을 small perturbation 방법을 사용하여 선형화하고 공간상의 orthogonal inertial axis에 대한 유도탄 body 축의 움직임을 관찰한다. 이때 steering에 대한 lateral dynamics를 해석하기 위해서는 일반적으로 유도탄 body roll을 무시한다. 이렇게 roll하지 않는 유도탄을 원하는 방향으로 유도조종하기 위해서는 최소한 pitch축 및 yaw축을 위한 독립적인 2개의 조종수단이 필요하다. 그러나 유도탄을 고속으로 회전(roll)시킴으로써 단 한개의 조종channel로 pitch축 및 yaw축 조종을 가능하게 만들 수 있다. 본 연구에서는 이의 해석을 위하여 roll하지 않는 principal axis를 cartesian 유도탄 좌표계로 하여 4차의 미분 방정식 형태의 동역학방정식을 만들었고, 이 4차 방정식을 유도탄의 축대칭 성질을 이용한 복소수 정합을 취하여 관찰이 용이한 2차의 복소수 방정식으로 만들었다. 그리고 principal axis 좌표계에 대한 pitch, yaw 성분의 가상된 δ fin 명령을 유도탄에 인가하였을 때의 출력반응을 각종 δ 입력 주파수에 대하여 파악하였다. 이러한 주파수 반응 특성은 1축 날개 조종에서 rate feedback시에 나타나는 파동효과 또는 coupling현상을 해석하거나 modeling하는데 도움을 준다. Roll 회전에 따른 시변환 주기함수가 연계된 loop 방정식을 풀어서 해석하였으며 target line of sight rate 입력신호와 유도탄의 angular rate 반응간의 coupling 및 이득 보상을 위한 rate implementation 모델을 완성하였다.

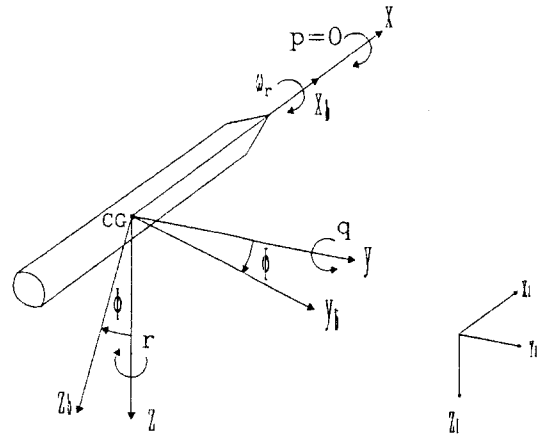
II. Equation of motion

그림1과 같이 유도탄의 inertia 중심축으로 정의된 principal axis에 대한 force equation은 유도탄 body 고정축에 대한 force equation과 동일한 형태를 갖게 된다. 그러나 moment equation에는 body roll에 의한 normalized angular momentum(관성능률) h 항이 추가된다. 여기서 중력가속도의 영향은 작으므로 무시하기로 한다.

Principal axis 상의 roll rate는 0으로 가정하고 선형화된 lateral dynamic equation을 세우면[1][2],

$$\text{Pitch plane: } \dot{q} + hr = m_a \alpha + m_q q + m_{\delta} \delta_p \quad (1)$$

$$\text{Yaw plane: } \dot{r} - hq = m_{\beta} \beta + m_r r + m_{\delta} \delta_y \quad (2)$$



(x, y, z) : Principal axis of inertia
(x_b, y_b, z_b) : missile body fixed axis

그림 1. 좌표계 정의.
Fig. 1. Definitions of axis.

(1)(2)와 같은 pitch평면과 yaw평면에 대한 moment equation이 되고 hr 과 hq 항들이 서로 상대평면의 방정식에 coupling되고 있음을 알 수 있다. 그리고 가속도 성분에 의한 force equation을 세우면

$$\text{Pitch plane : } -f_p = U(\dot{\alpha} - q) = n_a \alpha + n_{\delta} \delta_p \quad (3)$$

$$\text{Yaw plane : } f_y = U(\dot{\beta} + r) = n_{\beta} \beta + n_{\delta} \delta_y \quad (4)$$

2개 평면에 대한 (3)(4)가 된다. Rolling하는 기체의 principal axis 좌표계에 대한 pitch/yaw축 성분은 상호대칭이므로 $I_x = I_y$ 가 되며 aerodynamic derivative들도 절대값이 서로 같아진다. 유도탄의 bank angle에 따른 aerodynamic derivative들에 대해서는 평균값을 사용하였다[3].

(3)(4)의 f_p, f_y 는 유도탄의 무게 중심점에서의 가속도이며 f_p 는 ⊕부호의 값일때 pitch 평면상의 윗방향 가속도를 의미한다.

III. 복소수 정합(complex summation)

복소수 정합은[4] pitch plane과 yaw plane에 관한 2개의 방정식이 상호대칭이므로 한쪽 식에 복소수 i 를 곱하여 두 식을 합성함으로써 1개의 방정식으로 간략화시킬 수 있는 장점이 있다.
 $P + iY$ 형태로 (1)(2)를 합하면

접수일자 : 1995. 8. 25., 수정완료 : 1996. 5. 13.
진정석 : 국방과학연구소 대공유도무기사업단
이재혁 : 국방과학연구소 대공유도무기사업단 및 연세대학교 전기 공학과

$$\dot{\Omega} - ih\Omega = m_a \alpha_t + m_q \Omega + m_\delta \delta \quad (5)$$

와 같이 된다. (5)에서 정의되어야 할 변수들은 $\Omega = q+ir$ 및 $\alpha_t = \alpha - i\beta$ [3] 그리고 $\delta = \delta_p + i\delta_y$ 등이 된다. 이러한 복소변수들은 공간각도 또는 공간각속도를 의미한다.

P - IY 형태로 (3)(4)를 합하면

$$-f = U(\dot{\alpha}_t - \Omega) = n_a \alpha_t + n_\delta \delta \quad (6)$$

와 같이 쓸 수 있다. 복소수 정합시 $m_a = -m_\beta$, $n_\delta = n_\delta$, $n_\delta = -n_\delta$ 와 같이 부호가 서로 다른 것에 주의할 필요가 있다. (6)에서 $f = f_p + i f_y$ 가 되며 공간상의 flight path angle rate를 Γ 라 하면

$$\Gamma = -(\dot{\alpha}_t - \Omega) \quad (7)$$

이므로 유도탄이 갖는 lateral force는

$$F = mf = mU\Gamma \quad (8)$$

와 같이 됨을 알 수 있다[5]. (5)(6)(7)를 함께 정리하면

$$\dot{\Omega} - m_q \Omega - ih\Omega - m_a \alpha_t = m_\delta \delta \quad (9)$$

$$\dot{\alpha}_t - \left(\frac{n_a}{U}\right)\alpha_t - \Omega = \left(\frac{n_\delta}{U}\right)\delta \quad (10)$$

$$f = -U(\dot{\alpha}_t - \Omega) = U\Gamma \quad (11)$$

(9)(10)(11)과 같은 유도탄의 open loop plant가 갖는 pitch/yaw 공간상의 δ 입력에 대한 동력학 미분방정식이 된다. h 와 U를 일정하다고 가정하고 Laplace변환에 의하여 δ 입력에 대한 Ω , α_t , f 의 전달함수들을 구하면

$$\delta/\Delta_{op} = \Omega/[m_\delta s - \frac{m_q n_a}{U} + \frac{m_a n_\delta}{U}] \quad (12)$$

$$= \alpha_t/[\frac{n_\delta}{U} s + (m_\delta - \frac{m_q n_\delta}{U} - ih \frac{n_\delta}{U})] \quad (13)$$

$$= f/[-n_\delta s^2 + (m_q n_\delta + ih n_\delta) s - m_\delta n_a + m_a n_\delta] \quad (14)$$

이 되고 open loop plant의 특성방정식은

$$\Delta_{op} = s^2 - (m_q + \frac{n_a}{U} + ih) s + (\frac{m_q n_a}{U} - m_a + ih \frac{n_a}{U}) = 0 \quad (15)$$

이 되며 이식들은 복소수 i 항을 포함하게 된다.

IV. Aerodynamics의 δ 응답특성

(12)~(15)를 이용하여 roll 회전주기 및 δ 입력신호 주파수에 따른 Ω/δ 의 open loop 복소수 전달함수 $G(s)$ 를 정의하고 real항과 imaginary항을 분리하면

$$\Omega/\delta = G(s) = R(s) + iI(s) \quad (16)$$

와 같은 형태가 되며 i 항은 coupling 전달특성을 의미한다. (16)으로부터 각 δ 입력 주파수에 따른 복소수 전달함수의 이득은

$$G(s)|_{s=j\omega} = R_e \angle \xi_1 + i I_m \angle \xi_2 \quad (17)$$

이 되며 coupling ratio를 C_r 이라고 하면

$$C_r = \frac{I_m}{R_e} \angle (\xi_2 - \xi_1) \quad (18)$$

와 같이 정의할 수 있다. 실험적으로 유도탄의 속도 마하 1.5에서 roll주파수 f_r 이 15Hz, δ 입력 주파수가 1Hz 및 30 Hz (2배의 f_r 주파수)인 경우의 출력응답특성을 (19)(20)을 이용하여 계산하면 표1과 같다.

$$\Delta_{op} = s^2 + (4.5 - i0.56)s + (1115 - i0.89) = 0 \quad (19)$$

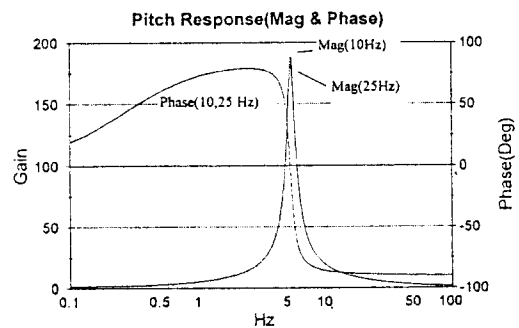
$$\Omega/\delta = G(s) = (852 s + 1504)/\Delta_{op} \quad (20)$$

여기서 coupling은 두 δ 입력 주파수에 대하여 모두 작으며 30Hz에 대한 real항의 위상은 $-\pi/2$ 에 가까운 것을 주시할 필요가 있다. Roll 주파수가 10Hz와 25Hz 일때의 δ 입력 주파수에 따른 real gain 및 위상차, coupling ratio $|C_r|$ 은 그림 2a, 2b와 같다. 여기서 natural weathercock

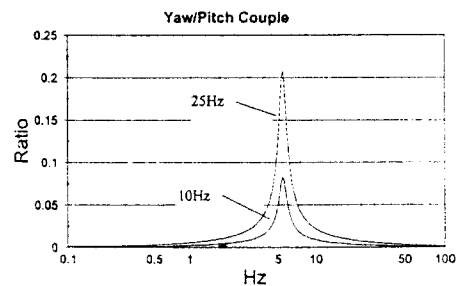
frequency f_0 를 중심으로 하여 δ 입력의 저주파 신호 영역과 고조파(f_r 의 harmonics) 주파수 영역으로 분리됨을 볼 수 있으며 이 신호들이 f_0 에 가깝지 않을 경우 coupling은 매우 적게 일어나는 것을 알 수 있다. 또한 $2f_r$ 입력주파수에 대한 출력 위상차는 $-\pi/2$ 에 가까워진다. 이것은 다음의 파동효과해석에 중요한 요소가 된다.

표 1. Roll 주파수 15Hz의 open loop 응답특성.
Table 1. Open loop response characteristics.

| δ 입력 주파수(Hz) | Real | | Imaginary | | Coupling ratio $ C_r $ |
|---------------------|------|-------|-----------|-------|------------------------|
| | 이득 | 위상(도) | 이득 | 위상(도) | |
| 1.0 | 5.17 | 72.8 | 0.017 | 147 | 0.0034 |
| 30.0 | 4.66 | -89.1 | 0.014 | -178 | 0.0031 |



(a)



(b)

그림 2. (a) Real gain과 위상차, (b) Coupling Ratio.

Fig. 2. (a) Real gain and phase difference, (b) Coupling Ratio.

(15)의 특성방정식의 근으로부터 roll주파수에 따른 aerodynamics의 natural weathercock frequency 및 damping ratio를 계산하면 표 2와 같다. Roll이 있을 경우, 매우 인접한 2개의 natural frequency가 나타난다. 이 현상은 무시할 수 있지만 damped out시 맥놀이를 일으킨다. 표2로부터 ω_0 및 ζ_0 는 roll주파수에 거의 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있다.

표 2. f_r 에 따른 ω_0 및 ζ_0 .

Table 2. ω_0 and ζ_0 values vs. f_r changes.

| f_r (Hz) | ω_0 (rad/sec) | ζ_0 | ω_0 | ζ_0 |
|------------|----------------------|-----------|------------|-----------|
| 0 | 33.4 | 33.4 | 0.067 | 0.067 |
| 15 | 33.7 | 33.1 | 0.067 | 0.068 |
| 150 | 36.3 | 30.7 | 0.063 | 0.071 |

V. 1축 조종 loop 해석

Rolling airframe의 ξ_0 는 0.067 수준이므로 조종특성을 향상시키기 위하여 rate feedback이 필요하다. 1개의 canard 조종날개를 roll 주기에 맞추어 linear control을 할 때 조종 loop는 그림 3과 같이 principal axis 좌표계의 신호와 유도탄 body 좌표계의 신호 사이에 좌표 변환 cosine 시간 함수가 연계되어 있음을 알 수 있다. 여기서 $\Phi = \omega_r t$ 이며 δ_{ip} , δ_{iy} 는 principal axis 상에서의 pitch, yaw 성분의 유도조종 입력신호를 의미한다.

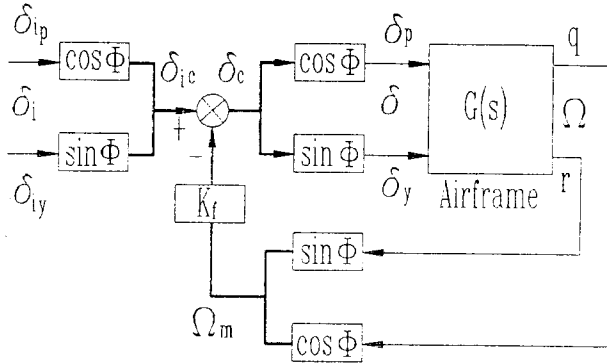


그림 3. 1축 조종 loop diagram.
Fig. 3. One axis control loop diagram.

이러한 비선형 시변환 조종 loop를 해석하기 위하여 2가지 조건 및 가정을 전제로 하였다.

첫째, aerodynamics의 전달함수 $G(s)$ 는 유효한 δ 입력 신호에 대하여 pitch 및 yaw 사이에 coupling이 없다.

둘째, 유도조종신호 주파수는 2배의 roll 주파수 $2f_r$ 에 대하여 DC 또는 매우 낮은 저주파 신호로 간주한다. 먼저 $\delta_{iy} = 0$ 이며 $\delta_{ip} = g$ 와 같은 DC 신호가 인가되고 있을 때 control loop의 equilibrium 상태에서의 δ_y 와 δ_p 를

$$\delta_p = \delta_{p0} + p \cos(2\omega_r t + \Delta) \tag{21}$$

$$\delta_y = \delta_{y0} + y \sin(2\omega_r t + \Delta) \tag{22}$$

로 놓고 $G(s)$ 의 DC Gain을 K_a , $2f_r$ 주파수의 gain을 $K_c \angle -\theta$ 라고 하면 그림 3의 control loop로부터

$$q = K_a \delta_{p0} + K_c p \cos(2\omega_r t + \Delta - \theta) \tag{23}$$

$$r = K_a \delta_{y0} + K_c y \sin(2\omega_r t + \Delta - \theta) \tag{24}$$

$$\delta_c = \delta_{ic} - K_f \Omega_m \tag{25}$$

$$\Omega_m = q \cos \omega_r t + r \sin \omega_r t \tag{26}$$

이 되므로 (21)~(26)을 이용하여 loop 방정식을 풀고 DC항 및 $2f_r$ 주파수에 대한 등식을 만족하는 조건을 구하면

$$p = y, \delta_{p0} = p \cos \Delta, \delta_{y0} = -p \sin \Delta \tag{27}$$

$$\tan \Delta = (L_c \sin \theta) / (2 + L_s + L_c \cos \theta) \tag{28}$$

여기서 $L_c = K_f K_c$, $L_s = K_f K_a$

$$p = (g / \cos \Delta) / (2 + L_s + L_c \cos \theta + L_c \tan \Delta \sin \theta) \tag{29}$$

와 같이 된다. (27)로부터 pitch 입력에 대한 yaw의 coupling ratio C_r 은

$$C_r = \delta_{y0} / \delta_{p0} = -\tan \Delta \tag{30}$$

이 된다. 실제적인 경우에 표 1과 그림 2에서 알 수 있는 바와 같이 $\theta \approx \pi/2$ 가 되므로 (28)는

$$\tan \Delta \approx L_c / (2 + L_s) \approx L_c / 2 \tag{31}$$

과 같다. 마찬가지로 p 에 대해서도 근사값을 구하면

$$p \approx (g / \cos \Delta) / (2 + L_s) \tag{32}$$

이 된다. $p = \Gamma_a \cdot g$ 로 놓으면 (27)로부터 $\delta_{iy} = 0$, $\delta_{ip} = g$ 입력에 대하여

$$\delta_{p0} = \Gamma_a \cdot \cos \Delta \cdot g \tag{33}$$

$$\delta_{y0} = -\Gamma_a \cdot \sin \Delta \cdot g \tag{34}$$

이 되며 pitch/yaw의 대칭성을 생각하여 $\delta_{iy} = g$, $\delta_{ip} = 0$ 입력에 대한 loop 방정식의 해를 구하면

$$\delta_{p0} = \Gamma_a \cdot \sin \Delta \cdot g \tag{35}$$

$$\delta_{y0} = \Gamma_a \cdot \cos \Delta \cdot g \tag{36}$$

와 같이 된다. 이제 δ_{ip} , δ_{iy} 에 동시에 가해지는 DC 입력에 대하여 (33)(36)을 모두 만족시키는 식을 만들면 (여기서 $2f_r$ 의 고주파 성분은 제외시킴) (21)(22)로부터

$$\delta_p = \Gamma_a \cdot \cos \Delta \cdot \delta_{ip} + \Gamma_a \cdot \sin \Delta \cdot \delta_{iy} \tag{37}$$

$$\delta_y = \Gamma_a \cdot \cos \Delta \cdot \delta_{iy} - \Gamma_a \cdot \sin \Delta \cdot \delta_{ip} \tag{38}$$

이 된다. δ_i 입력에 대한 δ 의 반응은 DC에 대하여 선형 관계가 있으므로 superposition이 가능하다. 따라서 (37)(38)을 PiY형으로 복소수 정합을 하여 정리하면

$$\delta = \Gamma_a (\cos \Delta - i \sin \Delta) \delta_i = \Gamma_a e^{-i\Delta} \delta_i \tag{39}$$

가 된다. (39)에서 Γ_a 는 δ_i 입력에 대한 δ 의 effective gain을 의미한다. 유도탄의 open loop 전달함수를 (39)를 이용하여 δ_i 에 대하여 표시하면 (40)과 같다.

$$\Omega / \delta_i = \Gamma_a e^{-i\Delta} G(s) |_{s=0} \tag{40}$$

여기서 $e^{-i\Delta}$ 항은 δ_i 입력에 대한 Ω 의 출력이 그림 4a와 같이 Δ 각도만큼 lead되고 있음을 알 수 있다. 이것은 $2f_r$ 고주파의 파동 효과 때문에 생기는 pitch/yaw coupling을 의미한다.

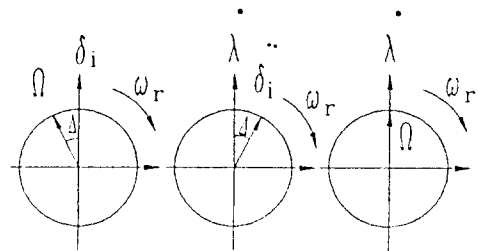


그림 4. 입출력신호의 vector 상관관계.
(a) 조종 loop, (b) 회전보상, (c) 보상후.

Fig. 4. Vector relations of input, output signal.
(a) control loop, (b) rotation compensation, (c) compensation result.

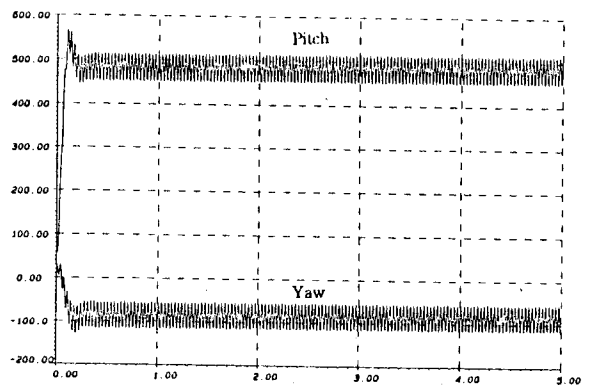


그림 5. 계단입력에 대한 가속도 출력.
Fig. 5. Acceleration output according to step input.

그림 5에서 roll 주기 15 Hz, $K_f=0.08$ 일 때 단위계단 pitch 입력에 대한 가속도 출력 반응의 coupling을 볼 수 있다. DC 입력 대신에 저주파 guidance 입력을 인가할 경우 Γ_a 대신에 부호 Γ_s 를 사용하여 (32)~(34) 관계와 같이 $p = \Gamma_s \cdot g$ 로 놓으면

$$\Gamma_s \approx (1 / \cos \Delta) / (2 + L_s) \tag{41}$$

이 되며 실제로 Δ 는 10° 수준이므로

$$\Gamma_s \approx 1/(2+L_c) \quad (42)$$

와 같다. 저주파 신호에 대한 loop gain을

$$L_s = K_f G(s) \quad (43)$$

라고 하면 (42)로부터

$$\Gamma_s \approx 1/(2+K_f G(s)) \quad (44)$$

가 된다. 그리고 (31)(42)로부터

$$\tan \Delta \approx L_c \Gamma_s \approx L_c/2 \quad (45)$$

와 같이 일반화할 수 있다. (30)에서 $-\tan \Delta$ 은 저주파의 coupling ratio, $\delta_{y\omega}/\delta_{p\omega}$ 이므로 위상차가 존재하나 Δ 각도는 (21)(22)의 가정이 DC 입력 신호에 대한 것이므로 위상차를 가질 수 없는 모순이 생긴다. 그러므로 Δ 각을 구할 때는 DC 신호로 가정하여 절댓값의 크기 $|\Gamma_s|$ 를 사용한다.

$$\Delta \approx \tan^{-1} L_c |\Gamma_s| \text{ 또는 } \tan^{-1} L_c / 2 \quad (46)$$

따라서 (40)(44)로부터 δ_i 에 대한 Ω 의 전달함수는

$$\Omega/\delta_i \approx e^{-i\Delta} \Gamma_s G(s) \approx e^{-i\Delta} (G(s)/2) / (1+K_f (G(s)/2)) \quad (47)$$

와 같이 쓸 수가 있다. (47)로부터 1축 날개에 의한 linear control시에 airframe의 control gain은 절반으로 감소되는 것을 알 수 있으며 그림 3에서의 δ_i 에 대한 Ω 의 전달특성을 그림 6과 같이 나타낼 수 있다.

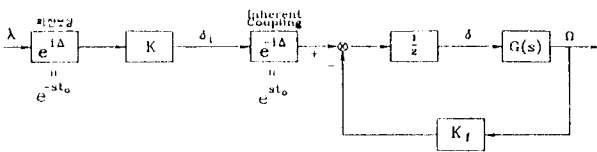


그림 6. 근사화시킨 Ω/λ 의 블록선도.

Fig. 6. Block diagram of Ω/λ approximation.

탐색기를 사용한 비례항법의 유도에서 회전 보상항 $e^{i\Delta}$ 와 guidance loop gain K를 포함시키면 (47)를 이용, λ 와 Ω 의 근사화된 관계식을 다음과 같이 만들 수 있다.

$$\Omega/\lambda \approx K(G(s)/2) / (1+K_f(G(s)/2)) \quad (48)$$

따라서 (47)(48)으로부터 그림 6과 같은 비례항법을 위한 angular rate implementation 모델을 완성하였다. 그림 4와 그림 6은 입출력 신호 vector와 회전보상관계를 잘 설명해 준다. 그리고

$$e^{i\Delta} \Rightarrow e^{-st_0}, \quad t_0 = \Delta/\omega_r \quad (49)$$

과 같은 관계를 이용하여 기계적 전기적 회전보상이 가능하다. 여기서 $e^{i\Delta}$ 은 기계적 회전보상, e^{-st_0} 은 전기적 시간지연에 의한 회전 보상을 의미한다. 유도탄 body 고정 좌표계의 날개 구동 입력신호 δ_{ic} 와 탐색기의 measurement 신호 λ_m 은

$$\delta_{ic} = \delta_{ip} \cos \omega_r t + \delta_{iv} \sin \omega_r t \quad (50)$$

$$\lambda_m = \lambda_p \cos \omega_r t + \lambda_v \sin \omega_r t \quad (51)$$

가 되므로 기계적 회전 보상후의 δ_{ic} 와 λ_m 의 관계는

$$\delta_{ic} = K \lambda_m(t) \quad (52)$$

이 되며 전기적 회로 보상을 할 경우에는

$$\delta_{ic} = K \lambda_m(t-t_0) \quad (53)$$

이 된다. 1축 날개 조종시에는 (50)(51)과 같이 1개 channel의 탐색기 신호만으로 충분하다.

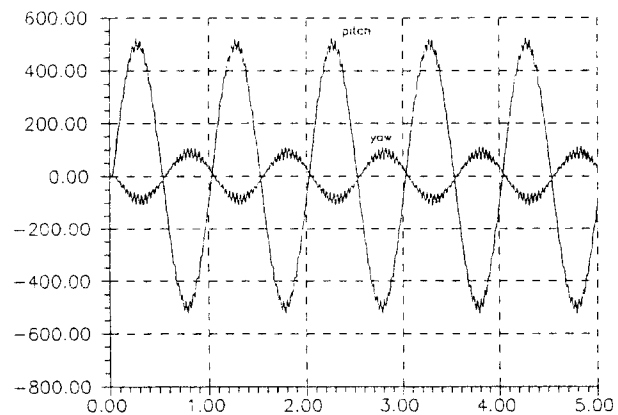
VI. 실험적 고찰

실제로 유도탄의 속도가 마하 1.5, guidance 신호가 1Hz, roll 주기 15Hz, $K_f=0.08$ 일 때 필요한 값들을 계산하여 보면 다음과 같다.

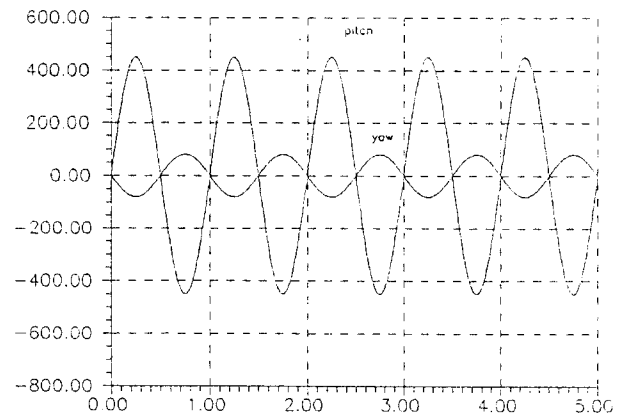
그림 6의 feed back loop의 특성방정식 Δ_{cl} 은 (19)(20)(47)로부터

$$\Delta_{cl} = s^2 + (38.6 - i0.56)s + (1175 - i0.89) = 0 \quad (54)$$

이 된다. 이 식은 (19)의 Δ_{op} 에 비하여 실수계수가 허수계수에 비하여 상대적으로 많이 커졌으므로 gyro 효과에 의한 coupling은 더욱 작아졌음을 알 수 있다. 이 경우에는 Δ_{cl} 의 i 항을 무시할 수 있으므로 (54)로부터 $\zeta=0.56$, $\omega_n=34$ 가 됨을 쉽게 알 수 있다. 표 1로부터 1Hz 신호와 $2f_r$ 고조파의 real gain을 보면 $G(j\omega)=5.17 \angle 72.8^\circ$, $K_c=4.66$, $\theta=-89.1^\circ$ 가 되므로 $L_c=0.37$, $L_s=0.41 \angle 72.8^\circ$, $\Gamma_s=0.46 \angle -10.4^\circ$, $\tan \Delta=0.17 \angle -10.4^\circ$, $\Delta=\tan^{-1} L_c |\Gamma_s|=9.7^\circ$, $t_0=\Delta/\omega_r=1.8 \times 10^{-3}$ sec와 같은 결과를 얻을 수 있다. 1Hz 입력에 대한 출력의 coupling은 $C_i=-\tan \Delta=0.17 \angle 169.6^\circ$ 가 됨으로 δ_i 의 pitch 입력에 대한 yaw의 coupling은 크기가 17%, 위상이 약 170° 가 되는 것을 그림 7의 simulation 결과(가속도 출력)에서 정확히 확인할 수 있다.



(a) simulation result



(b) approximation model output

그림 7. 1Hz 입력에 대한 출력반응.

Fig. 7. Output response to 1Hz input (Normalized aerodynamic data at mach 1.5).

- $m_\alpha = -m_\beta = -1110, \text{ sec}^{-2}$
- $m_q = m_r = -2.88, \text{ sec}^{-1}$
- $m_\delta = m_{\delta_p} = m_{\delta_v} = 852, \text{ sec}^{-2}$
- $n_\alpha = n_\beta = -790, \text{ msec}^{-2}$
- $n_\delta = n_{\delta_p} = -n_{\delta_v} = -64.2, \text{ msec}^{-2}$
- $U = 495, \text{ msec}^{-1}$
- $h = 0.037f_r, \text{ sec}^{-1}$

1축 조종 loop의 시뮬레이션을 위한 input equation은 그

림 3의 1축 조종 loop diagram으로부터 $\delta_{iy}=0$ 이 되는 pitch 평면상의 입력 δ_{ip} 에 대하여

$$\delta_p = (\delta_{ip} \cos \omega_r t - K_r \Omega_m) \cdot \cos \omega_r t \quad (55)$$

$$\delta_y = (\delta_{ip} \cos \omega_r t - K_r \Omega_m) \cdot \sin \omega_r t \quad (56)$$

와 같이 되고 (55)(56)은 시스템 전달함수 $G(s)$ 의 입력이 되므로 시스템 운동방정식 (1)~(4)에 (55)(56)의 δ_p, δ_y 를 대입하는 방법과 (26)를 이용하여 그림 5, 그림 7(a)와 같은 간단한 시뮬레이션 결과를 얻을 수 있다.

위(55)(56)에서 roll 주파수 f_r 는 15Hz이며 δ_{ip} 는 계단입력에 대하여 $\delta_{ip} = g, 1\text{Hz}$ 의 입력에 대하여 $\delta_{ip} = g \sin 2\pi t$ 로 하였다. 시뮬레이션과 동일한 조건에서 그림 6을 이용하여 Ω/δ_i 를 구하면

$$\Omega/\delta_i = e^{-i\Delta} (426s + 752) / \Delta_{cl} \quad (57)$$

이 되며 (16)과 마찬가지로

$$\Omega/\delta_i = R(s) + iI(s) \quad (58)$$

과 같은 형태로 놓고 $\Omega = q + ir, \delta_i = \delta_{ip} + i\delta_{iy}$ 이므로 $\delta_{iy} = 0$ 인 조건에서 Ω/δ_i 는

$$\Omega/\delta_i = (q + ir)/\delta_{ip} = (q/\delta_{ip}) + i(r/\delta_{ip}) \quad (59)$$

과 같이 쓸 수 있다. (57)에서 $\Delta=9.7^\circ$ 이고, Δ_{cl} 이 가지고 있는 i 항을 무시하고 (58)(59)와 같은 형태로 만들기 위한 $R(s), I(s)$ 를 구하면

$$q/\delta_{ip} = R(s) = (420s + 741)/(s^2 + 38.6s + 1175) \quad (60)$$

$$r/\delta_{ip} = I(s) = -(72s + 127)/(s^2 + 38.6s + 1175) \quad (61)$$

와 같은 pitch 평면상의 입력 δ_{ip} 에 대한 pitch/yaw 전달함수를 구할 수 있다.

그림 7(b)는 (60)(61)을 이용하여 1Hz의 정현파 pitch 입력에 대한 출력반응을 그림 7(a)와 비교하기 위하여 구한 것이다. 이 두 결과가 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있으므로 그림 6의 근사화시킨 모델의 타당성을 실험적으로 입증하였다.

그러나 이 경우 $e^{i\Delta}$ 의 보상을 하여도 yaw축 보상성분이 coupling 주파수와 위상차가 10° 정도 있기 때문에 약 3% 정도 크기의 coupling이 남게 된다. 이것은 DC가 아닌 저주파 입력에 대해서는 $e^{i\Delta}$ 회전 보상으로 완전하게 coupling을 제거할 수 없다는 것을 의미한다. 이에 대한 전기적 보상은 가능하지만 본 연구에서는 제외하였다.

VII. 결론

Principal axis 좌표계로 변환된 유도탄의 control dynamics model은 2차의 복소수 전달함수 특성을 갖는다. 여기에서 i 항은 gyro 효과에 의한 pitch/yaw coupling을 나타낸다. (12)~(15)의 model 방정식을 관찰하면 h 와 n_δ 값을 작게 그리고 m_δ 와 m_δ 값을 가능한 크게 유도탄을 설계함으로써 이와 같은 coupling을 줄일 수 있으며 허용 가능한 guidance 신호 영역을 확장시킬 수 있다. 고속으로 roll하는 유도탄의 주파수 반응을 해석할 때는 natural weathercock frequency ω_0 영역을 중심으로 저주파 신호영역과 2배의 roll 주파수($2f_r$ 고조파) 영역으로 구분시킬 필요가 있다. Gyro 효과에 의한 coupling은 ω_0 영역 부근에서 크게 생기며 이용 가능한 저주파 신호 영역과 $2f_r$ 의 고조파 영역에서는 무시할 수 있을 만큼 적게 일어난다. 1축 날개에 의한 aerodynamic의 linear control gain은 1/2로 감소하며 principal axis 좌표계에서 관찰되는 $2f_r$ 고조파가 같이 반응한다. 그러나 body 좌표계에서 보면 이것은 roll 주파수에 f_r 에 해당된다.

Rate feedback을 함으로써 guidance 신호 입력에 대한 반응 특성이 좋아지며 damping 특성이 개선된다. 그러나 이 경우에 약 17% 정도의 pitch/yaw coupling이 발생된다. 다시 요약하면 유도탄의 gyro 효과는 aerodynamics에 의하여 거의 상쇄되지만 1축 조종시에 발생하는 $2f_r$ 고조파는

aerodynamic lag가 $\pi/2$ 만큼 발생되고 rate feedback에 의한 single channel 비교기 입력단에서의 pitch/yaw channel 신호의 합산으로 생기는 과동효과 때문에 저주파 신호에 coupling을 유발시킨다. 이러한 coupling비는 $-\tan \Delta$ 로 표시되며 $2f_r$ 주파수(loop gain/2) 즉 $(K_r K_c/2)$ 의 크기를 갖는다. 이러한 coupling을 없애기 위한 보상이 필요하다.

Roll 주파수와 rate feedback gain이 일정하면 $e^{i\Delta}$ 와 같은 기계적 회전 보상이 가능하며 그렇지 않을 경우 e^{-st} 와 같은 전기적 시간 지연 보상을 할 수 있다.

이 논문에서는 1축 linear control 조종날개 방식 및 이상적인 탐색기를 가정하여 modeling을 하였으며 실제적인 coupling 보상을 $e^{i\Delta}$ 와 loop gain K 는 탐색기의 servo gain 및 특성, navigation constant, autopilot 조종날개 servo방식 등을 포함한 aerodynamic gain 등이 고려되어 결정되어야 한다.

참고문헌

- [1] Kenneth R. Britting, *Inertial Navigation Systems Analysis*, Measurement System Laboratory, 1974.
- [2] K. H. Lloyd and D. P. Brown, "Instability of spinning projectiles during terminal guidance", *J. Guidance and Control*, vol. 2, no. 1, pp. 65-70, Jan. 1979.
- [3] Charls H. Murphy, "Angular motion of spinning almost-symmetric missile", *J. Guidance and Control*, vol. 2, no. 6, pp. 504-510, Nov. 1979.
- [4] Peter W. Fortescue and Eduardo M. Belo, "Control decoupling analysis for gyroscopic effects in rolling missiles", *J. Guidance and Control*, vol. 12, no. 6, pp. 798-805, Nov. 1989.
- [5] S. S. Chin, *Missile Configuration Design*, McGraw-Hill Book Com., 1961.

기호 설명

- C_r : pitch/yaw coupling ratio
- f : complex lateral acceleration, $m/sec^2, P^*$
- f_0, ω_0 : natural weathercock frequency, Hz, rad/sec
- f_p, f_y : missile의 pitch, yaw acceleration, $m/sec^2, P^*$
- f_r : $\omega_r/2\pi$, 유도탄 roll 주파수, Hz
- g, g_s : DC, 저주파입력신호
- h : $(I_x/I_y)\omega_r$, normalized angular momentum
- I_x : 유도탄의 x축 moment of inertia, Kgm^2
- I_y, I_z : 유도탄의 y, z축 moment of inertia, Kgm^2
- i : $\sqrt{-1}$, 기계적 위상변환 imaginary component
- j : $\sqrt{-1}$, 전기적 위상변환 imaginary component
- K : guidance loop gain
- K_a : 저주파 입력 주파수의 aerodynamics gain
- K_c : $2f_r$ 의 aerodynamic gain
- K_f : rate feedback gain
- L_c : $K_f, K_c, 2f_r$ 의 loop gain
- L_s : K_f, K_a , 저주파 신호의 loop gain
- M : pitch, yaw moment, Kgm^2/sec^2
- N : normal forces, Kgm/sec^2
- m_α, m_q, m_δ : normalized moment coefficients (M/I_y)
- n_α, n_δ : normalized force coefficients (N/m)
- p, y : δ 의 pitch,yaw 고조파 진폭

q, r : pitch, yaw rate, rad/sec, P^*
 t_o : delay(lag) time, sec
 U : missile velocity, m/sec
 α, β : angle of attack, side slip angle, rad, P^*
 α_t : total angle of attack, rad, P^*
 Γ_a, Γ_s : DC, 저주파의 effective δ gain
 α_t : total angle of attack, rad, P^*
 Γ_a, Γ_s : DC, 저주파의 effective δ gain
 $\dot{\Gamma}$: complex flight path angle rate, P^*
 Δ, θ : $2f_c$ 의 phase angle, rad
 Δ_{cl}, Δ_{op} : closed, open loop 특성 방정식
 δ : complex lateral fin angle command, rad, P^*
 δ_c : canard fin angle, rad, B^*
 δ_i : complex fin angle demand, P^*
 δ_{ic} : canard input demand, B^*

δ_{ip}, δ_{iy} : pitch, yaw δ_i demand components, P^*
 δ_p, δ_y : pitch, yaw δ demand components, P^*
 ζ_o, ζ : open, closed loop damping ratio
 λ : complex target line of sight rate, rad/sec, P^*
 λ_m : 탐색기의 λ measurement, rad/sec, B^*
 λ_p, λ_y : λ 의 pitch, yaw 평면의 components, P^*
 ξ_1, ξ_2 : real, imaginary phase lag rad
 Φ : missile roll angle, rad
 Ω : complex lateral angular rate, P^*
 Ω_m : missile angular rate measurement, B^*
 ω_n : closed loop natural dynamic frequency
 ω_r : missile roll rate, rad/sec
 B^* : 유도탄 body 고정좌표계
 P^* : principal axis 좌표계



진 정 석

1975년 연세대학교 전기공학과에서 학사학위를, 1983년 서강대학교 전자공학과에서 석사학위를 받음. 1976년부터 국방과학연구소에서 유도탄 개발업무에 종사함. 현재 책임연구원. 주요관심분야는 유도탄시스템 설계 및 제어.



이 재 혁

1986년과 1988년 연세대학교 전기공학과에서 학사 및 석사학위를 각기 받음. 동대학원의 박사과정을 수료하고 1991년부터 국방과학연구소에 근무중. 주요관심분야는 유도 link 및 신호처리.