

원추형 자기 베어링 지지 무마찰 구동장치의 위치제어

Position Control of the Frictionless Positioning Device Suspended by Cone-Shaped Active Magnetic Bearings

정 호 섭, 이 종 원

(Ho-Seop Jeong and Chong-Won Lee)

Abstract : A frictionless positioning device using cone-shaped active magnetic bearings(AMBs) is developed, which is driven by a brushless DC motor equipped with resolver. The cone-shaped AMB feature that the structure is simple and yet the five d.o.f. rotor motion is controlled by four magnet pairs. A linearized dynamic model, which accounts for the relationship between input voltage and output current in the cone-shaped magnet, is developed and the azimuth motion of the frictionless positioning device is modeled as the second order system. The feedback controller is designed by using linear quadratic regulator with integral action optimal control law so that the cone-shaped AMB system is stabilized and the frictionless positioning device gets the zero steady state. It is observed that the linearized dynamic model is adequate and the frictionless positioning device can achieve the tracking accuracy within the sensor resolution.

Keywords : cone-shaped active magnetic bearing, optimal control, position control, steady-state error

1. 서론

최근에 반도체 공정분야에서 고정정과 고진공을 요하는 기술이 필요하게 되었으며 고정정실에서 사용되는 정밀 위치제어 장비는 정밀도를 유지해야 한다. 기계적인 베어링을 사용하는 기존의 정밀 위치제어 장비는 지금까지 상당한 발전을 하였지만 마찰 때문에 원하는 정밀도로 6자유도 운동을 묘사할 수가 없으며 진공이나 고정정실에서 운용하기 위해서는 밀봉장치를 반드시 수반해야 한다. 따라서 최근에는 마찰 및 밀봉의 문제를 피할 수 있는 자기 베어링(active magnetic bearing)을 이용한 로봇[1, 2] 및 정밀 위치 제어 기구[3, 4]가 등장하고 있다. 자기 베어링은 움직이는 물체에 비접촉으로 힘을 작용할 수 있어서 윤활과 밀봉이 불필요하고 센서의 해상도까지 제어할 수 있는 장점이 있지만 자기 베어링 시스템은 불안정한 전자기력을 이용하기 때문에 반드시 귀환 제어를 수반해야 한다.

본 연구에서는 비접촉으로 구동되는 위치제어 기구를 설계함에 있어서 구성요소가 작아져서 비용이 절감될 뿐만 아니라 축방향 베어링이 없어서 부상체를 소형화 할 수 있는 원추형 자기 베어링[5, 6]을 이용한 6 자유도 무마찰 구동장치를 개발하였다. 이 장치는 5 자유도의 병진운동과 회전운동은 원추형 전자석에 의해 제어되고 나머지 1 자유도의 회전운동은 내장된 브러쉬 없는 직류모터와 레졸버(resolver)를 이용하여 제어한다. 원추형 자기 베어링은 4조의 전자석만으로 5 자유도의 부상체를 제어하기 때문에 축방향 운동은 위쪽, 아래쪽 전자석 각각에 서로 다른 부호의 축방향 제어전류를 조절하여 제어하며, 반경방향의 운동은 마주보는 두 전자석의 균형을 이룬 전류에 서로 다른 부호의 반경방향 제어전류를 가함으로써 제어한다. 원추형 자기 베어링 계를 안정화하기 위해서 원추형 전자석에서 발생하는 전압-전류관계식과 5자유도 강성회전체에 대한 선형화된 운동방정식을 유도하였으며, 망위각 방향의 운동은 2차로 모형화 하였다. 무마찰 구동장치의 추적 및 안정화 제어를 설계하기 위해서 적분요소를 포함하는 상태공간 방정식을 구하였으며 최적제어 이론을 이용하여 제어이득을 결정하였

다. 추적 및 안정화 제어기는 DSP(TMS320C30)를 이용하여 구현하였고, 실험을 통해 원추형 자기 베어링의 안정된 부상과 계단 응답 특성을 고찰하고, 유도된 선형 모델의 타당성을 실험적으로 검증하였으며, 추적제어 성능이 센서 해상도까지 가능함을 보였다.

II. 무마찰 구동장치의 모형화

1. 원추형 자기 베어링 계의 모형화

그림 1은 원추형 자기 베어링 계에 모형이다. 여기서 m 과 J_d 는 회전체의 질량과 반경 방향의 관성 모멘트이고, R_m 과 β 는 전자석 코어의 유효반경 및 경사각이고, b_1 과 b_2 는 회전체의 무게중심에서 각 베어링까지의 거리이며, $F_j(j=1$ to 8)는 각 전자석에 작용하는 전자기력이고 (x, y, z) , $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ 는 각각 질량중심에 대한 병진운동과 회전운동에 대한 좌표계이다. 회전체가 강성회전체이고 자이로 효과를 무시할 수 하다면, 그림 1에 보여진 것처럼 시스템은 회전축에 직교하는 두 평면운동으로 묘사될 수 있고 질량중심 좌표계 $(x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ 에 대한 강성회전체의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} = (F_1 + F_2 + F_5 + F_6)\sin\beta - (F_3 + F_4 + F_7 + F_8)\sin\beta - mg$$

$$m\ddot{y} = (F_1 - F_2 + F_3 - F_4)\cos\beta \quad (1)$$

$$m\ddot{z} = (F_5 - F_6 + F_7 - F_8)\cos\beta$$

$$J_d \ddot{\theta}_y = [(F_6 - F_5)b_1 + (F_7 - F_8)b_2]\cos\beta + (F_5 - F_6 + F_8 - F_7)R_m \sin\beta$$

$$J_d \ddot{\theta}_z = [(F_1 - F_2)b_1 + (F_4 - F_3)b_2]\cos\beta + (F_2 - F_1 + F_3 - F_4)R_m \sin\beta$$

선형 운동방정식을 구하기 위해서는 먼저 전자기력을 회전체의 미소 운동을 고려하여 정상상태에서의 공극과 전류에 비해 공극과 전류의 변화가 작다는 가정하에 다음과 같이 선형화 된다[6].

$$\begin{aligned}
 F_{1,2} &= F_{o_1} + K_{i_1} i_{y_{1,2}} + K_{q_1} x \sin \beta \pm K_{q_1} (y + b_1 \theta_z) \cos \beta, \\
 F_{3,4} &= F_{o_2} + K_{i_2} i_{y_{3,4}} - K_{q_2} x \sin \beta \pm K_{q_2} (y - b_2 \theta_z) \cos \beta, \\
 F_{5,6} &= F_{o_1} + K_{i_1} i_{z_{1,2}} + K_{q_1} x \sin \beta \pm K_{q_1} (z - b_1 \theta_y) \cos \beta, \\
 F_{7,8} &= F_{o_2} + K_{i_2} i_{z_{3,4}} - K_{q_2} x \sin \beta \pm K_{q_2} (z + b_2 \theta_y) \cos \beta,
 \end{aligned} \quad (2)$$

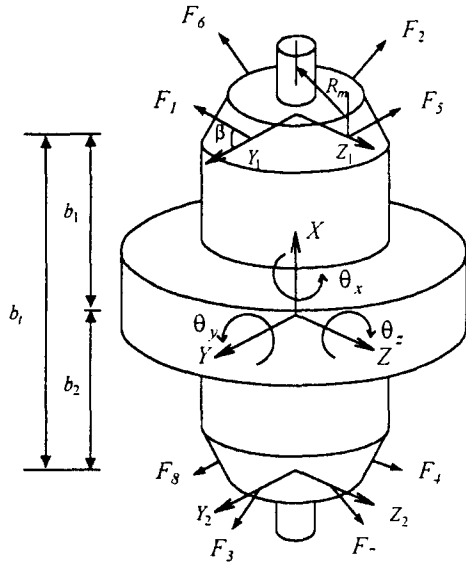


그림 1. 원추형 자기 베어링 계의 모형화.
Fig. 1. Modeling of the cone-shaped AMBs.

여기서

$$\begin{aligned}
 A_p &= \frac{A}{\cos \beta}, \quad F_{o_j} = \frac{\alpha_g \mu_o A_p N^2 I_{o_j}^2}{4g_o}, \\
 K_{q_j} &= \frac{2F_{o_j}}{g_o}, \quad K_{i_j} = \frac{2F_{o_j}}{I_{o_j}}, \quad j=1, 2 \\
 c &= \frac{\cos \theta_1 + \cos \theta_2}{2}, \quad \alpha_g = \frac{\sin \theta_2 - \sin \theta_1}{\theta_2 - \theta_1},
 \end{aligned}$$

μ_o 는 자유공간에서의 투자율(permeability, $4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$), c 는 형상계수(shape factor), α_g 는 힘계수(force factor), A 는 전자석의 단면적, θ_1 과 θ_2 는 각각 전자석 중심에서 극의 가까운 모서리와 먼 모서리까지의 각도[6], g_o 는 정상상태에서의 공극, N 은 코일의 감은 횟수, I_{o1} 와 I_{o2} 는 각각 위쪽과 아래쪽 베어링의 정상상태 전류, $i_{y_{1,2}}$ 는 각 전자석에서의 제어전류, F_{o_j} , $j=1, 2$ 는 정상상태에서의 전자기력, K_{i_j} , $j=1, 2$ 는 전류에 대한 민감도, K_{q_j} , $j=1, 2$ 는 변위에 대한 전자기력의 민감도이다. 그리고 제어는 베어링 좌표계(x, y_1, y_2, z_1, z_2)에서 행해지므로 질량중심 좌표계를 베어링 좌표계로 변환하는 것이 유용하며 두 좌표계 사이의 변환행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y_1 \\ y_2 \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -b_2 \\ 0 & 0 & 1 & -b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

(1), (2)와 (3)을 이용하면 베어링 좌표계에서의 원추형 자기 베어링 계의 운동방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{q}}_b + \mathbf{K}_b \mathbf{q}_b = \mathbf{K}_{ibm} \mathbf{i}_m \quad (4)$$

여기서

$$\mathbf{q}_b = \{x, y_1, y_2, z_1, z_2\}^T,$$

$$\mathbf{i}_m = \{i_{y_1}, i_{y_2}, i_{y_3}, i_{y_4}, i_{z_1}, i_{z_2}, i_{z_3}, i_{z_4}\}^T,$$

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ml_1^2 + j_d & ml_1 l_2 - j_d & 0 & 0 \\ 0 & ml_1 l_2 - j_d & ml_2^2 + j_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ml_1^2 + j_d & ml_1 l_2 - j_d \\ 0 & 0 & 0 & ml_1 l_2 - j_d & ml_2^2 + j_d \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} -K_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{y_1 y_1} & -K_{y_1 y_2} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{y_2 y_1} & -K_{y_2 y_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{z_1 z_1} & -K_{z_1 z_2} \\ 0 & 0 & 0 & -K_{z_2 z_1} & -K_{z_2 z_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_{ibm} = \begin{bmatrix} K_{i_1} \sin \beta & K_{i_1} \sin \beta & -K_{i_1} \sin \beta & -K_{i_1} \sin \beta \\ K_{i_1} \sigma_1 & -K_{i_1} \sigma_1 & K_{i_1} \sigma_2 & -K_{i_1} \sigma_2 \\ K_{i_1} \sigma_2 & -K_{i_1} \sigma_2 & K_{i_2} \sigma_1 & -K_{i_2} \sigma_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} K_{i_1} \sin \beta & K_{i_1} \sin \beta & -K_{i_1} \sin \beta & -K_{i_1} \sin \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{i_2} \sigma_1 & -K_{i_2} \sigma_1 & K_{i_2} \sigma_2 & -K_{i_2} \sigma_2 \\ K_{i_2} \sigma_2 & -K_{i_2} \sigma_2 & K_{i_2} \sigma_1 & -K_{i_2} \sigma_1 \end{bmatrix},$$

$$K_{xx} = 4[K_{q_1} + K_{q_2}] \sin^2 \beta,$$

$$K_{y_1 y_1} = K_{z_1 z_1} = K_{q_1} [2 \cos^2 \beta - r_m \sin \beta \cos \beta],$$

$$K_{y_2 y_2} = K_{z_2 z_2} = K_{q_2} [2 \cos^2 \beta - r_m \sin \beta \cos \beta],$$

$$K_{y_1 y_2} = K_{z_1 z_2} = K_{q_2} r_m \sin 2\beta,$$

$$K_{y_2 y_1} = K_{z_2 z_1} = K_{q_1} r_m \sin 2\beta,$$

$$\sigma_1 = \cos \beta - r_m \sin \beta, \quad \sigma_2 = r_m \sin \beta, \quad r_m = R_m / b_t,$$

$$l_1 = b_1 / b_t, \quad l_2 = b_2 / b_t, \quad j_d = J_d / b_t^2, \quad b_t = b_1 + b_2$$

그리고 \mathbf{q}_b 는 베어링 좌표계에서 위치벡터이고, \mathbf{i}_m 는 각 전자석에서의 제어전류이고, \mathbf{M}_b , \mathbf{K}_b , \mathbf{K}_{ibm} 는 각각 질량, 위치 강성, 그리고 전류 강성 행렬이다. 5조의 전자석으로 제어하는 자기 베어링에서는 변위 강성 행렬의 대각항만 존재하지만 원추형 자기 베어링에서는 전자기력이 원추형 단면의 수직으로 작용하기 때문에 반경방향의 운동이 없더라도 축방향 운동에 대해 전자석 모두가 전자기력의 변화가 생기고, 축방향 힘에 의해서도 토크가 발생한다. 이것은 위, 아래 베어링에서의 연성을 발생시키고 변위강성 행렬의 대각 항에서 양의 강성이 되어서 음의 강성을 감소시킨다. 그리고 강성행렬의 연성효과는 베어링 간격(b_t)에 대한 전자석의 유효반경(R_m)의 비(r_m)와 경사각(β)에 비례하여 증가한다.

2. 원추형 전자석에서의 전류제어

일반적으로 5자유도의 자기 베어링 시스템을 제어하기 위해서는 5조의 전자석이 필요하지만 원추형 자기 베어링에서는 4조만으로 축방향과 반경방향을 동시에 제어하기 때문에 그림 2와 같이 축방향 운동은 위쪽, 아래쪽 전자석 각각에서 다른 부호의 축방향 제어전류를 조절하여 제어하며, 반경방향의 운동은 마주보는 두 전자석의 균형을 이룬 전류에서 다른 부호의 반경방향 제어전류를 가함으로써 제어한다. 비록 전자기력은 전류에 의해 제어되지만 실제로 제어출력은 전압이기 때문에 원추형 전자석에서의 전압-전류 관계식이 필요하다. 원추형 전자석에서는 반경방향과 축방향의 제어전류가 같은 전자석에서 흐르므로 전압과 전류의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{dL(g_{a_{1,2}} i_{a_{1,2}})}{dt} + R i_{a_{1,2}} = v_x + v_{q_1} \quad (5)$$

$$\frac{d[L(g_{q_{3,4}})i_{q_{3,4}}]}{dt} + Ri_{q_{3,4}} = -v_x + v_{q_2}, \quad q = y, z$$

여기서

$$L(g_i) = \frac{\mu_o N^2 A_p}{2g_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad R = R_c + R_i$$

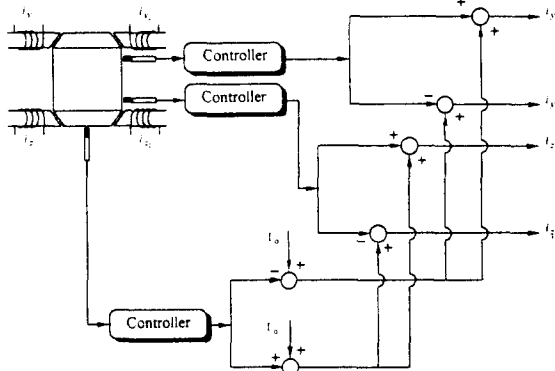


그림 2. 원추형 자기 베어링 계의 개념적인 제어루프.
Fig. 2. Conceptual control loop of the cone-shaped active magnetic bearings.

그리고 R_c 와 R_i 는 코일의 저항과 전류 측정기의 저항이고, $L(g_i)$ 는 코일의 순간 인덕턴스이다. 그런데 파워 앰프의 위상 지연이 시스템을 불안정화 할 수 있기 때문에 위상지연을 줄이기 위해서 전류 귀환을 하면 (5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_c \frac{di_{q_{1,2}}}{dt} + i_{q_{1,2}} &= K_c(v_x \pm v_{q_1}) \\ -\frac{\gamma_s K_i}{K_a R_f + R} \frac{dx}{dt} \mp \frac{\gamma_c K_i}{K_a R_f + R} \frac{dq_1}{dt} \\ \tau_c \frac{di_{q_{3,4}}}{dt} + i_{q_{3,4}} &= K_c(-v_x \pm v_{q_2}) \\ +\frac{\gamma_s K_i}{K_a R_f + R} \frac{dx}{dt} \mp \frac{\gamma_c K_i}{K_a R_f + R} \frac{dq_2}{dt} \end{aligned} \quad q = y, z \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \tau_c &= \frac{L_o}{K_a R_f + R}, \quad K_c = \frac{K_a}{K_a R_f + R}, \\ \gamma_s &= \frac{c \sin \beta}{a_g}, \quad \gamma_c = \frac{c \cos \beta}{a_g}, \quad L_o = \frac{\mu_o N^2 A_p}{2g_o} \end{aligned}$$

그리고 K_a 는 파워앰프의 전압 이득, R_f 는 전류귀환 이득, K_c 는 전압-전류 이득, L_o 는 코일의 정상상태의 인덕턴스, τ_c 는 코일의 시상수이다. 결과적으로 원추형 자기 베어링에서 전압-전류 관계식은 (7)과 같이 정리할 수 있다.

$$\tau_c \frac{di_m}{dt} = -i_m + H_c v_c - D_c \dot{q} \quad (7)$$

여기서

$$v_c = \{v_x, v_{y_1}, v_{y_2}, v_{z_1}, v_{z_2}\}^T,$$

$$H_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D_c = \frac{\tau_c}{L_o} \begin{bmatrix} K_i \gamma_s & K_i \gamma_c & 0 & 0 & 0 \\ K_i \gamma_s & -K_i \gamma_c & 0 & 0 & 0 \\ -K_i \gamma_s & 0 & K_i \gamma_c & 0 & 0 \\ -K_i \gamma_s & 0 & -K_i \gamma_c & 0 & 0 \\ K_i \gamma_s & 0 & 0 & K_i \gamma_c & 0 \\ K_i \gamma_s & 0 & 0 & -K_i \gamma_c & 0 \\ -K_i \gamma_s & 0 & 0 & 0 & K_i \gamma_c \\ -K_i \gamma_s & 0 & 0 & 0 & -K_i \gamma_c \end{bmatrix}$$

그리고 v_c 는 베어링 좌표계에서의 제어 전압이다.

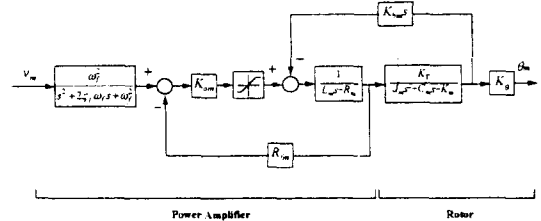


그림 3. 방위각 방향의 모터제어 블록선도.
Fig. 3. Block diagram for motor control in the azimuth motion.

3. 방위각 방향 운동의 모형화

무마찰 구동장치의 방위각 방향의 운동은 브러쉬 없는 직류모터와 레졸버에 의해 구동되며 모터제어의 블록선도는 그림 3과 같다. 역기전력을 무시한다면 방위각 방향의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{\Theta_m(s)}{V_m(s)} = \frac{\omega_f^2 K_{cm}}{(s^2 + 2\xi\omega_f s + \omega_f^2)(\tau_{cm}s + 1)} \times \frac{K_T K_\theta}{J_m s^2 + C_m s + K_m} \quad (8)$$

여기서

$$\tau_{cm} = \frac{L_m}{K_{am} R_{fm} + R_m}, \quad K_{cm} = \frac{K_{am}}{K_{am} R_{fm} + R_m}$$

그리고 $\Theta_m(s)$ 와 $V_m(s)$ 는 각각 모터의 회전각도와 제어전압, $\zeta_f(=0.707)$ 와 $\omega_f(=2kHz)$ 는 저주파 여파기의 감쇠와 절점 주파수, L_m 와 R_m 는 각각 모터의 인덕턴스와 저항, K_{am} 는 파워앰프의 이득, R_{fm} 는 전류 귀환 이득, K_{cm} 은 모터 앰프의 전압-전류 이득, τ_{cm} 는 모터 코일의 시상수, K_T 는 토크 민감도($N \cdot m/A$), K_θ 는 환산계수($degree/rad, =180/\pi$), 그리고 J_m, C_m 와 K_m 는 각각 방위각 방향의 질량 관성 모멘트, 감쇠 및 강성이다. 그런데 모터의 파워앰프는 모터 앰프의 시상수(τ_{cm})가 아주 작기 때문에 저주파 영역에서 정적요소로 간주할 수 있다. 결과적으로 제어전압에 대한 회전각도의 전달함수는 2차로 모형화 할 수 있다.

$$\frac{\Theta_m(s)}{V_m(s)} = \frac{K_{cm} K_T K_\theta}{J_m s^2 + C_m s + K_m} \quad (9)$$

(9)에서 감쇠와 강성은 이론적으로 존재하지 않는다. 이것은 브러쉬 없는 직류 모터의 특성상 발생하는 코깅 토크에 기인하며 이것은 영구자석과 고정자의 상대적 위치에 따른 에너지의 변화에 의해 발생한다.

III. 제어기 설계

앞의 (7)에서 보는 바와 같이 전압-전류 관계식에서 나타나는 극점($s = -1/\tau_c, 5150 \text{ rad/sec}$)은 시스템의 극점에 비해 아주 멀리 떨어져 있으므로 이를 무시할 수 있다. 따라서 (7)의 전압-전류 관계식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\dot{i}_m = H_c v_c - D_c q_b \quad (10)$$

(4)와 (10)을 결합하면 베어링 좌표계에서의 원추형 자기베어링 시스템의 단순화된 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$M_b \ddot{q}_b + C_{be} \dot{q}_b + K_b q_b = K_{ib} v_c \quad (11)$$

여기서

$$K_{ib} = K_{ibm} H_c, C_{be} = K_{ibm} D_c$$

(9)과 (11)를 이용하여 무마찰 구동장치에 대한 상태공간 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_p &= A_p \xi_p + B_p u_c \\ \eta_p &= C_p \xi_p \end{aligned} \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_a &= \begin{bmatrix} 0 & I_5 \\ -M_b^{-1}K_b & -M_b^{-1}C_{be} \end{bmatrix}, B_a = \begin{bmatrix} 0 \\ M_b^{-1}K_{ib} \end{bmatrix}, \\ A_m &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_m/J_m & -C_m/J_m \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ K_{cm}K_r K_b/J_m \end{bmatrix}, \\ C_a &= [I_5 \ 0], C_m = [1 \ 0] \\ A_p &= \begin{bmatrix} A_a & 0 \\ 0 & A_m \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} B_a \\ B_m \end{bmatrix}, C_p = \begin{bmatrix} C_a & 0 \\ 0 & C_m \end{bmatrix} \\ \xi_p &= \{ q_b^T, \dot{q}_b^T, \theta_m, \dot{\theta}_m \}^T, u_c = \{ v_c^T, v_m \}^T \end{aligned}$$

그리고 A_p 는 12x12 시스템 행렬이고, ξ_p 는 12x1의 상태벡터이며, u_c 는 6x1의 제어입력 벡터이다. 정상상태 오차를 없애기 위해서 적분요소를 첨가하였고 적분기의 상태공간 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{z}_p = \eta_p \quad (13)$$

새 상태변수, $\xi = \{ z_p^T, \xi_p^T \}^T$ 를 정의하면 (12)의 상태 공간 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi + Bu_c, \\ \eta &= C\xi \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & C_p \\ 0 & A_p \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_p \end{bmatrix}, C = [0 \ C_p]$$

성능지수, J , 를 다음과 같이 정의한다[7].

$$J = \int_0^\infty (\xi^T Q \xi + u_c^T R u_c) dt \quad (15)$$

여기서 Q 와 R 은 상태변수와 입력에 대한 가중행렬이고 성능지수가 (15)와 같이 주어질 때 최적제어 입력은 다음과 같다

$$u_c = -K_{opt} \xi \quad (16)$$

여기서

$$K_{opt} = R^{-1} B^T P = [K_I \ K_P \ K_D]$$

K_P , K_I 와 K_D 는 6x6의 비례, 적분 그리고 미분 이득 행렬이고 P 는 양의 반한정 대칭 행렬로써 제어대수 리카티 방정식(riccati equation)의 해이다.

IV. 실험

1. 실험장치

그림 4는 제작된 무마찰 구동장치의 단면도이고 표1은 제

작된 무마찰 구동장치의 시스템 사양이다. 시스템은 회전체, 두개의 원추형 자기 베어링, 5개의 갭센서, 브러쉬 없는 직류모터, 레졸버(resolver), 디지털 신호 처리기(digital signal processor, DSP), 아날로그 디지털 변환기(analog to digital converter, ADC), 디지털 아날로그 변환기(digital to analog converter, DAC), 레졸버 디지털 변환기(resolver to digital converter, RDC), 디지털 입출력기(digital input/output board, DIO)로 구성된다.

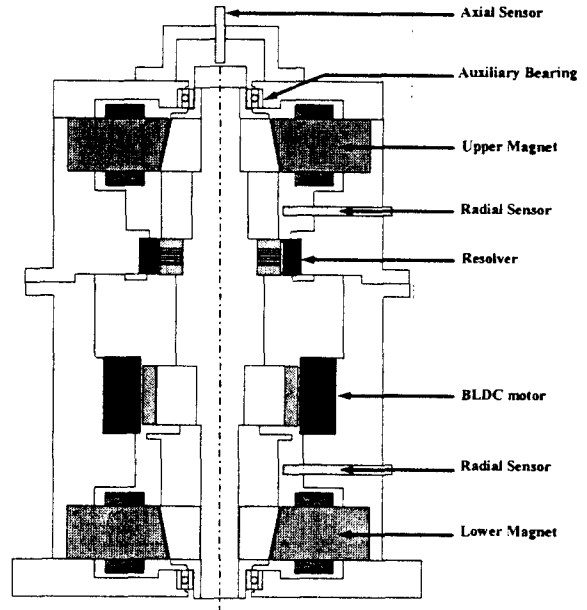


그림 4. 무마찰 구동장치의 단면도.
Fig. 4. Schematic diagram of frictionless positioning device.

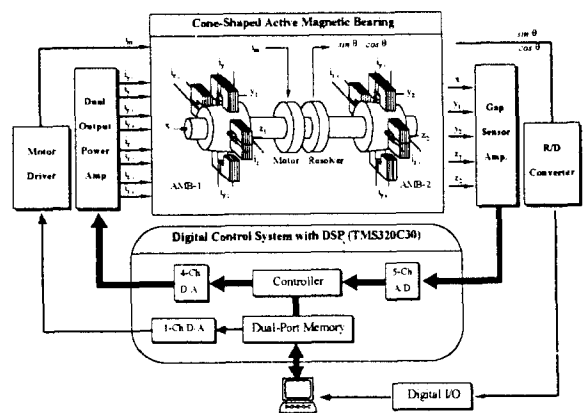


그림 5. 무마찰 구동장치의 이산제어 루프.
Fig. 5. Digital control loop for frictionless positioning device.

그림 5는 무마찰 구동장치와 DSP와 컴퓨터 사이의 데이터 전달의 개략도이다. DSP는 5 채널의 A/D 변환과 각 상태변수의 추정 및 5입력/5출력의 상태 귀환 제어입력을 계산하고 D/A를 통해 파워앰프로 전달된다. 회전각도는 레졸버에 의해 측정되고 16bits RDC에 의해 디지털 신호로 변환되며 DIO보드를 이용하여 컴퓨터에 전달되어 제어입력을 계산하고 D/A를 통해 모터앰프로 출력된다. 컴퓨터는 다중작업이 가능하도록 DSP와 병렬 메모리로 연결되고 DSP의 샘플링 시간은 50 μ sec (20kHz)이고 컴퓨터와 인터페이스 시간(interface time)은 1msec (1kHz)이다.

표 1. 제작된 무마찰 구동장치 시스템 사양.
Table 1. Specifications of designed frictionless positioning device.

Electro-Magnet and Rotor	
Cross-sectional area	A=18mm x 10mm
Air gap/Rotor radius	g _o =0.5mm / R _m =19.8mm
Inclined angle	β=10°
Magnetic coils	N=300turns, R _c =2Ω L _d =20mH
Geometric & Force factor	c=α _g =0.92
Rotor mass	m=1.86kg
Bearing span	b ₁ =81.7, b ₂ =71.6, b _t =153.3 [mm]
Moment of inertia	J _m =0.00121, J _d =0.00647 kg·m ²
Peripheral Electronic Devices	
Sensor & Amp.	Resolution : 0.5μm Gain : K _s =1V/mm
Linear Power Amp.	Gain : K _c =0.5A/V Supply Voltage : ±30V
BLDC Motor & Linear Power Amp.	Continuous torque : 40 oz-in Angular excursion : ±50°
Resolver	Excitation freq.: 7Vrms, 400Hz Accuracy : ±1arc min

2. 제어이득의 결정

(16)의 제어입력을 위해서 가중행렬 **Q**, **R**은 다음과 같이 선정하였다.

$$Q = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} 10^{11} I_5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10^7 I_5 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 I_5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\},$$

$$R = \begin{bmatrix} \rho_1 I_5 & 0 \\ 0 & \rho_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

매개변수 ρ₁, ρ₂는 원추형 자기 베어링 시스템에서 공급 전압과 자속밀도에서의 포화가 일어나지 않고 원하는 추적 성능을 발휘할 수 있고 감쇠가 0.5, 방위각 방향의 감쇠비가 0.7이 되도록 반복 수행하였다. 최적 제어이득, K_{opt},은 MATLAB[8]을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$K_P = \begin{bmatrix} 16.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20.0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 17.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20.0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 17.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.7 \end{bmatrix}$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 894.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 894.4 & -1.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.9 & 894.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 894.4 & -1.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.9 & 894.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13.4 \end{bmatrix}$$

$$K_D = \begin{bmatrix} 0.033 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.022 & 0.002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.002 & 0.022 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.022 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.002 & 0.022 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.07 \end{bmatrix}$$

표2에서 보는 것처럼 제어하지 않은 상태에서는 원추형 자기 베어링 계를 불안정하게 하는 5개의 극점이 존재한다. 제어된 원추형 자기 베어링 계는 축방향 병진모드(94.1Hz),

반경방향의 병진(150.8Hz) 및 회전모드(180.0Hz)의 세모드가 나타나며, 원추형 자기 베어링 계의 추적제어 성능은 원점 근처에 존재하는 극점(-5.8, -6.3, -6.7Hz)에 의해 지배되고 방위각 방향은 2.3Hz의 극점에 의해 지배됨을 알 수 있다.

표 2. 비제어 및 제어된 시스템의 고유치.

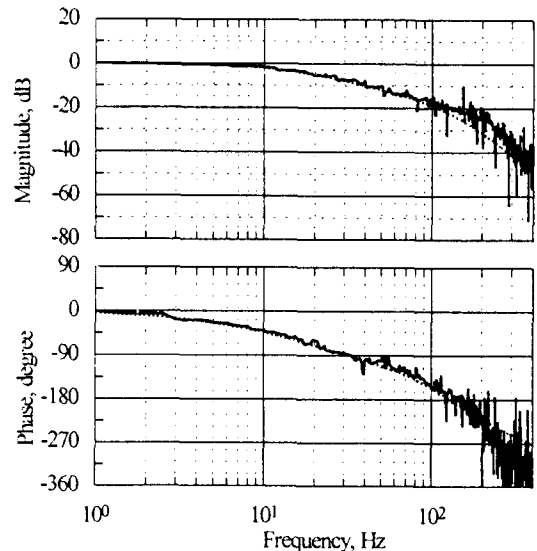
Table 2. Eigenvalues of uncontrolled and controlled system.

Uncontrolled	Controlled	
Eigenvalues	Eigenvalues	f _n , ζ
1.5 ± j7.7	-14.60	f _n =2.3Hz, ζ=1.0
	-14.9 ± j18.1	f _n =3.7Hz, ζ=0.64
119.1	-36.7	f _n =5.8Hz, ζ=1.0
*385.0	*-39.6	f _n =6.3Hz, ζ=1.0
*646.9	*-42.3	f _n =6.7Hz, ζ=1.0
-122.0	-220.4 ± j548.4	f _n =94.1Hz, ζ=0.37
*-417.6	*-474.4 ± j820.2	f _n =150.8Hz, ζ=0.50
*-746.0	*-692.1 ± j957.3	f _n =188.0Hz, ζ=0.59

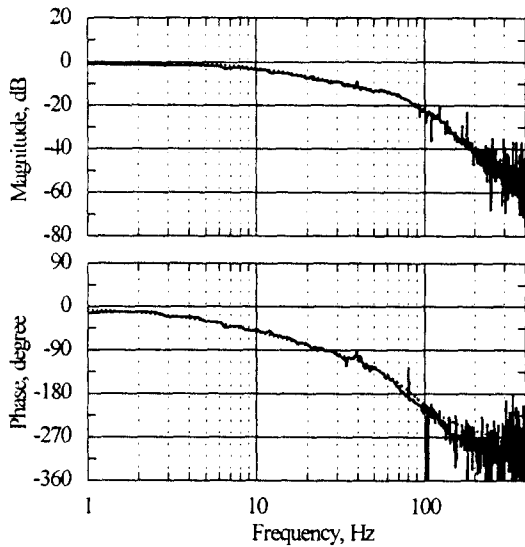
* : double poles

3. 실험결과

그림 6은 랜덤 입력에 대한 변위의 주파수 응답함수를 보여준다. 정상상태 오차가 영으로 가는 것을 알 수 있고 100Hz미만에서는 선형화 모델에 기초한 시뮬레이션 결과와 잘 일치하지만 100Hz이상에서는 모형화 하지 않은 와전류에 의해 위상지연이 발생하였다. 그림 7은 연성 항들의 효과를 보기 위한 주파수 응답함수이다. 그림 6과 7을 비교하면 연성항의 영향은 대각 항에 비해 상대적으로 아주 작음을 알 수 있다. 설계된 시스템의 매개변수를 이용하여 (9)에서 **M_b**, **K_b**, **K_{ib}**행렬의 연성 항을 구하면 대각 항에 비해 아주 나타난다. 축방향에서의 연성은 기계가공 및 조립과정에서의 오차에 의해 기인하다. 그림 8은 방위각 방향의 제어된 시스템의 주파수 응답함수를 보여준다. 시스템은 정상상태 오차가 없으며 약 2Hz의 대역폭을 가지고 시뮬레이션 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.



(a) Y₁/Y_{1r}



(b) X/X_r

그림 6. 원추형 자기 베어링 계에서 기준입력에 대한 베어링 변위의 전달함수.

(— 실험, 이론).

Fig. 6. Transfer functions of output displacement with respect to reference input in the cone-shaped AMBs.

(— experiment, simulation).

그림 9는 무마찰 구동장치의 6자유도에 대한 계단응답 특성이다. 원추형 자기 베어링을 이용한 병진운동은 $\pm 50\mu\text{m}$ 의 계단입력에 대한 오버슈트가 없이 40msec에 안정화되었고 회전운동도 마찬가지로 $\pm 0.045^\circ$ 의 계단입력에 대한 오버슈트가 없이 35msec에 안정화되었다. 갭센서의 해상도는 $0.5\mu\text{m}$ 이지만 센서와 파워 앰프에서의 전원 잡음으로 인해 정상 상태에서 $\pm 1\sim 2\mu\text{m}$ 의 오차가 있다. 방위각 방향에서 회전운동은 10° 의 계단 입력에 대해 오버슈트없이 0.2seconds에 안정화되었고 방위각 방향의 추적오차는 레졸버의 해상도(1 arcmin)만큼 제어할 수 있었다.

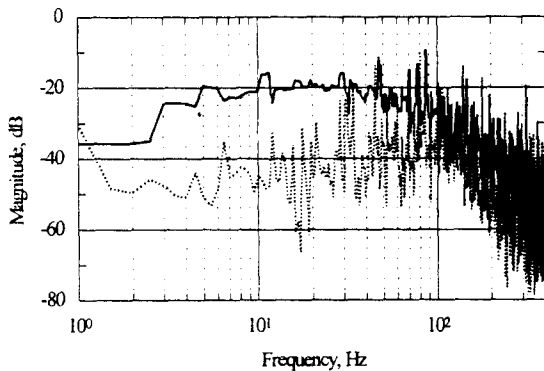


그림 7. 원추형 자기 베어링 계에서 연성항의 영향.

(— Y_1/Y_{2r} , X/Y_{2r}).

Fig. 7. Effect of cross-coupling terms in the cone-shaped AMBs.

(— Y_1/Y_{2r} , X/Y_{2r}).

V. 결론

원추형 자기 베어링을 이용한 무마찰 구동장치를 개발하였다. 원추형 전자석으로 구성되는 두 개의 반경방향 자기 베어링에 의해 5자유도의 운동을 제어할 수 있으며 같이 장

착된 브러쉬 없는 직류 모터와 레졸버를 이용하여 방위각 방향의 운동을 제어하였다.

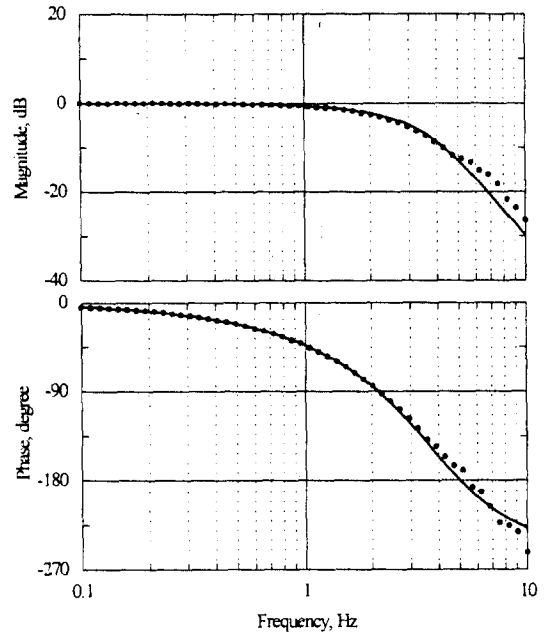


그림 8. 방위각 방향의 제어된 시스템의 전달함수.

(● 실험, — 이론).

Fig. 8. Transfer function of the controlled system in the Azimuth motion.

(● experiment, — simulation).

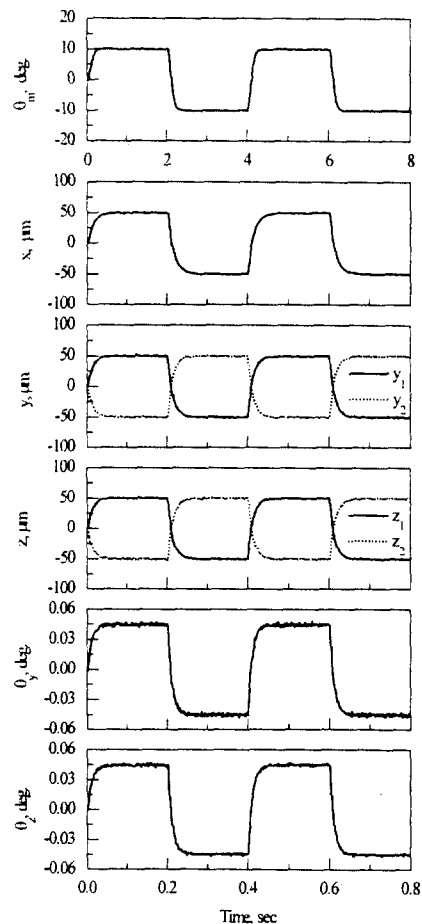


그림 9. 부상체의 계단입력 응답(실험).

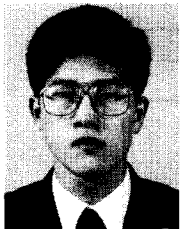
Fig. 9. Step responses of suspended part(experiment).

원추형 자기 베어링을 제어하기 위해서는 축방향 운동은 위쪽, 아래쪽 전자석에 각각 서로 다른 부호의 축방향 제어전류를 조절하여 제어하며, 반경방향의 운동은 마주보는 두 전자석의 균형을 이룬 전류에 서로 다른 부호의 반경방향 제어전류를 가함으로써 제어한다.

원추형 자기 베어링 계를 안정화하기 위해서 원추형 전자석에서 발생하는 전압-전류관계식을 유도하고 5자유도 강성회전체에 대한 선형화된 운동방정식을 유도하였으며, 방위각 방향의 운동은 2차로 모형화 하였다. 무마찰 구동 장치의 추적 및 안정화 제어를 설계하기 위해서 적분요소를 포함하는 상태공간 방정식을 구하였고 최적제어 이론을 이용하여 제어이득을 결정하였다. 추적 및 안정화 제어기는 DSP를 이용하여 구현하였다. 실험을 통해 원추형 자기 베어링의 안정된 부상과 계단 응답 특성을 고찰하였고, 유도된 선형 모델의 타당성을 실험적으로 검증하였으며, 추적제어 성능을 센서 해상도까지 구현하였다.

참고문헌

- [1] T. Higuchi, K. Oka, and H. Sugawara, "Development of clean room robot with contactless joints using magnetic bearing," *Proc. of USA-Japan Symp. on Flexible Automation*, vol. 1, pp. 229-243, 1988.
- [2] M. Tsuda, T. Higuchi, S. Fujiwara, "Magnetic levitation servo for flexible assembly automation," *International Journal of Robotics Research*, vol. 11, no. 4, pp. 329-345, 1992.
- [3] J. Bluen, K. O., Stuent, "Use of magnetic suspension for accurate pointing and tracking under Static dynamic loading," *SPIE Acquisition Tracking and Pointing*, vol. 1304, pp. 33-42, 1990.
- [4] A. Kuzin, M. Holmes, D. Trumper, "Analysis and design of the control system for a precision magnetically-suspended six degree of freedom motion control stage," *Proc. of MAG 93 Magnetic Bearings, Magnetic Drives and Dry Gas Seals Conference and Exhibition*, Alexandria, Virginia, pp. 65-73, 1993.
- [5] S. Fukata, S. Matusoka, "Control system and dynamics of cone-shaped magnetic bearings actuated by five electromagnets," *4th Int'l Symp. on Magnetic Bearings*, Zurich Switzerland, pp. 245-250, 1994.
- [6] H. S. Jeong, C. S. Kim, C. W. Lee, "Modeling and control of cone-shaped active magnetic bearings system," *4th Int'l Symp. on Magnetic Bearings*, Zurich Switzerland, pp. 23-28, 1994.
- [7] B. D. O Anderson, J. B. Moore, *Optimal Control-Linear Quadratic Methods*, Prentice Hall, 1990.
- [8] A. Grace, A. J. Laub, J. N. Little, C. M. Thompson, *Toolbox for Use with MATLAB - Control System*, The Math Works Inc., 1992.



정 호 섭

1990년 한양대 기계공학과 졸업. 1992년 한국과학기술원 기계공학과 졸업(석사). 1992 ~ 현재 한국과학기술원 기계공학과 박사과정. 관심분야는 전자기 베어링 시스템 설계 및 제어, 강인 위치제어 및 회전체 진동제어.



이 종 원

1970년 서울대 기계공학과 졸업. 1972년 동 대학원 졸업(석사). 1975년 Yale Univ. 졸업(응용역학석사). 1980년 Univ. of California, Berkeley 기계공학과 졸업(박사). 1980 ~ 현재 한국과학기술원 기계공학과 교수. 관심분야는 진동제어 및 회전체 역

학.