상태변수 종속 불확실성이 포함된 다입력 비선형 계통에 대한 전역 안정성이 보장되는 견실한 적응 퍼지 제어기 설계

A Design of a Robust Adaptive Fuzzy Controller Globally Stabilizing the Multi-Input Nonlinear System with State-Dependent Uncertainty

박 영 환, 박 귀 태
(Young-Hwan Park and Gwi-Tae Park)

Abstract : In this paper a novel robust adaptive fuzzy controller for the nonlinear system with state-dependent uncertainty is proposed. The conventional adaptive fuzzy controller determines the function of state variable bounding the state-dependent uncertain term in the system dynamics on the local state space by off-line calculation. Whereas the proposed method determines that function by the fuzzy inference so that it guarantees the stability of the closed loop system globally on the whole state space. In addition, the method is applicable to the multi-input system. We applied the proposed method to the Burn Control of the Tokamak fusion reactor whose dynamics contains the state-dependent uncertainty and proved the effectiveness of the scheme by using the simulation results.

Keywords : adative fuzzy controller, robustness, multi-input nonlinear system, state-dependent uncertainties, fuzzy inference

Ⅰ. 서론

지난 수 년간 복잡한 비선형 계통을 제어하기 위한 방법으로 미분 기하 제어 이론(differential geometric control theory)을 이용한 궤환 선형화 기법[3]이 주목을 받아왔다. 그러나 계통에 불확실성이나 모델링 오차가 존재하는 경우에는 동특성식을 정확히 알아야만 적용 가능한 궤환 선형화 기법을 실제 계통에 적용하는데는 많은 제약이 있다. 최근 이러한 문제점을 해결하기 위한 방법중의 하나로 비선형 적응제어 이론(adaptive nonlinear control theory)에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다[4-9]. 비선형 적응 제어 이론은 궤환 선형화 기법과 적응 제어 이론을 합하여 매개변수 불확실성이 존재하는 비선형 계통을 효과적으로 제어하고자 하는 이론이다. 그러나 비선형 적응 제어 이론 역시 파라미터 불확실성(parametric uncertainty), 선형파라미터화(linear parameterization)등 동특성식의 불확실성이 파라미터에 의존하여야하는 제한적인 가정이 필요하였다. 따라서 상태변수에 의존하는 동특성식의 불확실성을 갖는 비선형 계통의 제어에는 어려움이 있다[10]. 따라서 이러한 어려움을 해결하는 방안으로서 상태의존 불확실성을 갖는 비선형 계통에 적응퍼지제어기[11]를 적용하여 성공적으로 제어함으로써 적응퍼지제어기의 유용성을 보인바 있다[14].

그러나 [11,14]에서는 미리 지정된 동작영역 내에서만 국부적으로 안정함(local stability)을 보였을 뿐 전역안정성(global stability)은 보이지 못하였다. 그 이유는 비선형 계통 동특성식에서 불확실성을 나타내는 항을 유계시키는 상태변수 종속 함수를 미리 국부적인 영역에 대해 정해야 하기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 퍼지추론에 의해 불확실성 항을 유계시키는 상태변수 종속 함수를 추론함으로써 상태공간상의 동작영역에 무관하게 전역적으로 폐루프 계통의 안정성을 보장하는 적응퍼지제어기를 제안하고자 한다. 그리고 Wang[11]의 방법에서는 단일 입력 계통만을 다룬데 비해 본 논문에서는 다입력 계통을 다룸으로써 실제 계통에 대한 적용가능성을 높였다. 그러나 다입력 계통에서 입력벡터와 곱해지는 항에는 불확실성이 포함되지 않는 것으로 가정함으로써 제어 대상 계통에 다소의 가정이 필요하며 향후 해결해야할 과제라고 생각된다. 제안된 방법의 유용성을 보이고자 [14]의 Tokamak 핵융합로 Burn Control에 적용하였으며 시뮬레이션을 통해 Wang[11]의 방법보다 우수함을 입증하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 논문에서 제안하고자하는 방법에 대한 기본개념을 설명하였고, 3장에서는 제안된 적응퍼지 제어기를 Tokamak 핵융합로 Burn Control에 적용하였으며 4장에서는 적용결과를 Wang[11]의 방법을 사용한 결과와 시뮬레이션을 통해 비교하였다. 마지막으로 5장에서는 본 논문의 결론과 추후의 연구 과제를 기술하였다.

Ⅱ. 기본개념

1. 제어목적

본 논문에서 다루고자 하는 계통은 다음(1)과 같은 동특성식을 갖는 계통이다.

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}) + \bar{u}, \quad \bar{f}(\bar{x}) = \bar{f_N}(\bar{x}) + \triangle \bar{f}(\bar{x}) \tag{1}$$

여기에서 $\bar{x}$, $\triangle \bar{f}$, $\bar{f_N}$, $\bar{u} \in R^n$ 이고 $\bar{f_N}(\bar{x})$는 기지(known)의 공칭모델(nominal model)이며 $\triangle \bar{f}(\bar{x})$는 상태변수벡터 $\bar{x}$에 의존하는 미지의 불확실성(statedependent uncertainty or internal disturbance[12]) 항이다. 제어목적은 (1)에 포함된 상태변수 의존불확실성에도 불구하고 상태변수벡터 $\bar{x}(t)$가 기준모델 (2)의 상태변수벡터 $\bar{x}_m(t)$를 모든 R^n space내에서 전역적(globally)으로 추종(tracking)하도록 제어입력 $\bar{u}$ 를 결정하는 것이다.

$$\dot{\bar{x}}_m = A_m \bar{x}_m + B_m \bar{r} \tag{2}$$

여기에서 $\bar{x}_m, \bar{r} \in R^n$ 이고 $A_m, B_m \in R^{n \times n}$ 이다.

2. 제어기 설계

1절의 제어목적을 달성하기 위해 본 논문에서는 Wang [11]이 제시한 적응퍼지제어기를 이용하되, 다소의 수정보완

접수일자 : 1996. 1. 26., 수정완료 : 1996. 10. 10.
박영환 : 서남대학교 전자전기공학과
박귀태 : 고려대학교 전기공학과

된 방법을 제안하기로 한다. 우선 (1),(2)의 $\bar{f}(\bar{x})$, $\overline{f_N}(\bar{x})$와 $\bar{x}$, $\overline{x_m}$를 구체적으로 표현하면 (3)과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{f}(\bar{x}) &\triangleq [f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \ldots, f_n(\bar{x})]^T \\ \overline{f_N}(\bar{x}) &\triangleq [f_{N_1}(\bar{x}), f_{N_2}(\bar{x}), \cdots, f_{N_n}(\bar{x})]^T \\ &\triangleq [\theta_1(\bar{x}), \theta_2(\bar{x}), \cdots, \theta_n(\bar{x})]^T \\ \bar{x} &\triangleq [x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n]^T \\ \overline{x_m} &\triangleq [x_{m1}, x_{m2}, \ldots, x_{mi}, \ldots, x_{mn}]^T\end{aligned} \tag{3}$$

본 논문에서는 퍼지 논리 시스템(fuzzy logic system)을 계통의 모델로 사용하는 간접 적응 퍼지 제어방식(indirect adaptive fuzzy control)[11]을 사용하기로 한다. 따라서 (3)의 불확실한 비선형함수 $f_i(\bar{x})$ 를 추정하기 위한 퍼지 논리 시스템을 구현하기 위해 전문가가 갖고 있는 지식(expert's knowledge)인 (1)의 기지의 공칭모델 $f_{N_i}(\bar{x}) = \theta_i(\bar{x})$를 이용하여 다음과 같은 $M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_i \times \ldots \times M_n$개의 퍼지 규칙 기반(fuzzy rule base) (R1)을 설정할 수 있다. 즉 $\triangle f_i(\bar{x})$를 무시하고 $f_i(\bar{x}) \approx f_{N_i}(\bar{x})$ $(= \theta_i(\bar{x}))$로 생각하면 다음과 같은 퍼지규칙이 만들어진다.

(R1) $R_f^{(L_1, L_2, \ldots, L_i, \ldots, L_n)}$:

If x_1 is $F_1^{L_1}$ and x_2 is $F_2^{L_2}$ ... and x_i is $F_i^{L_i}$ ... and x_n is $F_n^{L_n}$,

then $f_1(\bar{x})$ is $\tilde{\theta}_1^{(L_1, L_2, \ldots, L_i, \ldots, L_n)}$ and

$f_2(\bar{x})$ is $\tilde{\theta}_2^{(L_1, L_2, \ldots, L_i, \ldots, L_n)}$ and

$\vdots$

$f_i(\bar{x})$ is $\tilde{\theta}_i^{(L_1, L_2, \ldots, L_i, \ldots, L_n)}$ and

$\vdots$

$f_n(\bar{x})$ is $\tilde{\theta}_n^{(L_1, L_2, \ldots, L_i, \ldots, L_n)}$.

여기에서

$$\begin{aligned}L_1 &= 1, 2, \ldots, M_1 \\ L_2 &= 1, 2, \ldots, M_2 \\ &\vdots \\ L_i &= 1, 2, \ldots, M_i \\ &\vdots \\ L_n &= 1, 2, \ldots, M_n\end{aligned}$$

, M_i $(i = 1, \cdots, n)$ 는 홀수

(R1)에서 L_i는 x_i에 대한 퍼지집합 $F_i^{L_i}$의 종류를 나타내며 x_i $(i = 1, \cdots, n)$들에 대한 퍼지집합 $F_i^{L_i}$의 총 갯수는 $M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_n$개가 된다. 그리고 $\theta_j^{(L_1, L_2, \cdots, L_i, \cdots, L_n)}$ ($j = 1, \cdots, n$)는 (1)과(3)의 기지의 공칭모델 $f_{N_i}(\bar{x})$로 부터 계산된, x_i $(i = 1, \cdots, n)$가 (R1) 전건부의 각 퍼지집합들에 멤버쉽 함수값 1로써 속할 때의 $f_j(\bar{x})$의 값이다. 그리고 $\tilde{\theta}_j^{(L_1, L_2, \cdots, L_i, \cdots, L_n)}$는 $\theta_j^{(L_1, L_2, \cdots, L_i, \cdots, L_n)}$의 멤버쉽 함수값이 최대가 되는 퍼지집합으로 정의된다. 퍼지집합 $F_i^{L_i}$는 전역안정성을 보장하기위한 필요성에 의해 Wang[11]의 경우와 달리, 고정된 집합이 아니라 (2)의 기준모델궤적 $\bar{x}_m(t)$를 따라 시간적으로 변화하는 다음과 같은 집합으로 정의된다.

$$\begin{aligned}&F_1^1 = \tilde{F}\left(x_{m1} - \frac{(M_1-1)}{2}\Delta_1\right), \quad F_1^2 = \tilde{F}\left(x_{m1} - \frac{(M_1-1)}{2}\Delta_1 + \Delta_1\right), \cdots \\ &, F_1^{L_i} = \tilde{F}\left(x_{m1} - \frac{(M_1-1)}{2}\Delta_1 + (L_i-1)\Delta_1\right), \cdots, F_1^{\frac{(M_1-1)}{2}+1} = \tilde{F}\left(x_{m1}\right), \cdots \\ &, F_1^{M_1} = \tilde{F}\left(x_{m1} + \frac{(M_1-1)}{2}\Delta_1\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&F_2^1 = \tilde{F}\left(x_{m2} - \frac{(M_2-1)}{2}\Delta_2\right), \quad F_2^2 = \tilde{F}\left(x_{m2} - \frac{(M_2-1)}{2}\Delta_2 + \Delta_2\right), \cdots \\ &, F_2^{L_i} = \tilde{F}\left(x_{m2} - \frac{(M_2-1)}{2}\Delta_2 + (L_i-1)\Delta_2\right), \cdots, F_2^{\frac{(M_2-1)}{2}+1} = \tilde{F}\left(x_{m2}\right), \cdots \\ &, F_2^{M_2} = \tilde{F}\left(x_{m2} + \frac{(M_2-1)}{2}\Delta_2\right),\end{aligned}$$

$\vdots$

$$\begin{aligned}&F_i^1 = \tilde{F}\left(x_{mi} - \frac{(M_i-1)}{2}\Delta_i\right), \quad F_i^2 = \tilde{F}\left(x_{mi} - \frac{(M_i-1)}{2}\Delta_i + \Delta_i\right), \cdots \\ &, F_i^{L_i} = \tilde{F}\left(x_{mi} - \frac{(M_i-1)}{2}\Delta_i + (L_i-1)\Delta_i\right), \cdots, F_i^{\frac{(M_i-1)}{2}+1} = \tilde{F}\left(x_{mi}\right), \cdots \\ &, F_i^{M_i} = \tilde{F}\left(x_{mi} + \frac{(M_i-1)}{2}\Delta_i\right),\end{aligned}$$

$\vdots$

$$\begin{aligned}&F_n^1 = \tilde{F}\left(x_{mn} - \frac{(M_n-1)}{2}\Delta_n\right), \quad F_n^2 = \tilde{F}\left(x_{mn} - \frac{(M_n-1)}{2}\Delta_n + \Delta_n\right), \cdots \\ &, F_n^{L_i} = \tilde{F}\left(x_{mn} - \frac{(M_n-1)}{2}\Delta_n + (L_i-1)\Delta_n\right), \cdots, F_n^{\frac{(M_n-1)}{2}+1} = \tilde{F}\left(x_{mn}\right), \cdots \\ &, F_n^{M_n} = \tilde{F}\left(x_{mn} + \frac{(M_n-1)}{2}\Delta_n\right),\end{aligned}$$

여기에서 $F_i^{L_i} = \tilde{F}\left(x_{mi} - \frac{(M_i-1)}{2}\Delta_i + (L_i-1)\Delta_i\right)$는 $x_i = x_{mi} - \frac{(M_i-1)}{2}\Delta_i + (L_i-1)\Delta_i$에서 멤버쉽 함수가 1이 되는 퍼지집합이며 Δ_i는 i번째 좌표를 x_{m_i}를 중심으로 분할하여 퍼지 집합 $F_i^{L_i}$를 만들고 있는 분할구간이다. 각 퍼지집합의 멤버쉽 함수(membership function)는 다음과 같다.

$$\mu_{F_i^{L_i}}(x_i) = \exp[-((x_i - x_{m_i} - \frac{(M_i-1)}{2} \triangle_i)/\delta_i^{L_i})^2]$$

여기에서 $\delta_i^{L_i}$는 가우시안 멤버쉽 함수(Gaussian membership function) $\mu_{F_i^{L_i}}$의 첨예도(sharpness)를 결정한다.

[11]에 의하면 퍼지규칙 (R1)으로 부터 퍼지추론기관(fuzzy inference engine) 을 만들 수 있는데 그림 1의 퍼지 논리 시스템에서와 같이 퍼지추론기관은 퍼지집합들(fuzzy sets)을 입력으로 받아들여 퍼지규칙기반에 근거한 퍼지추론 과정을 거쳐 퍼지집합들을 출력으로 내보낸다.(R1)의 퍼지 IF-THEN 규칙 하나하나는 퍼지함의(fuzzy implication) $F_1^l \times \cdots \times F_n^l \rightarrow \theta_1^l \times \cdots \times \theta_n^l$, $l = (L_1, L_2, \cdots, L_i, \cdots, L_n)$ 으로 볼 수 있고 이것은 다입력 다출력(multi-input multi-output) 계통의 형태인데 다입력 단출력(multi-input single-output) 계통으로 분해하여(decomposed) 생각하면 편리하다. 즉 (R1)에서 퍼지 IF-THEN규칙의 후건부의 i번째 출력 $f_i(\bar{x})$에 대한 퍼지함의 $F_1^l \times \cdots \times F_n^l \rightarrow \theta_i^l$ 를 생각할 수 있고 그림 1의 퍼지추론기관이 (R1)의 l번째 규칙에 근거하여 결정하는 출력 $f_i(\bar{x})$에 대한 퍼지집합 $B_i^l \in V_i$는 두

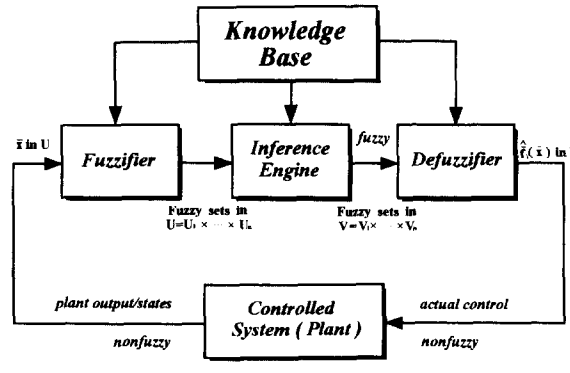


그림 1. 퍼지 논리 시스템의 기본 구성.
Fig. 1. Basic structure of fuzzy logic system.

개의 퍼지관계를 합성하는 sup-star composition [11]에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\mu_{B_i'}(f_i) = sup_{\bar{x}\in U}[\mu_{F_1'}\times\cdots\times\mu_{F_n'}\bar{x}, f_i)\bigstar\mu_{A'}(\bar{x})\ ]$$

여기에서 $A' \in U$는 퍼지추론기관에 대한 입력 퍼지집합이고 ★는 t-norm으로써 본 논문에서는 대수적인 곱(algebraic product)을 사용한다. $\mu_{A'}(\bar{x})$는 퍼지화기(fuzzifier)에 의한 크리스프 포인트(crisp point) $\bar{x}$의 표현이며 퍼지화기는 만일 $\bar{x}$가 잡음이 포함된 신호가 아니라면 다음과 같은 싱글톤 퍼지화기(singleton fuzzifier)를 사용하는 것이 퍼지 논리 시스템을 단순화시켜 준다. 즉,

$$\mu_{A'}(\bar{x}) = 1 \quad \text{for } \bar{x'} = \bar{x}$$
$$\mu_{A'}(\bar{x}) = 0 \quad \text{for } \textit{all other } \bar{x'} \in U$$

(여기에서 $\bar{x}$는 퍼지 로직 시스템에 대한 입력 crisp point) 이라면 (3)은 $\bar{x'} = \bar{x}$ 에서 최소상한(supremum)을 갖게 되며 다음과 같이 단순화 된다.

$$\mu_{B_i'}(f_i) = \prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i'}(x_i)\times\mu_{\hat{\theta}_i^l}(x_i), \quad l = (L_1, L_2, \cdots, L_i, \cdots, L_n) \tag{4}$$

$M = M_1\times M_2\times\cdots\times M_i\times\cdots\times M_n$개의 규칙 전체에 의한 f_i의 추론결과는 다음 (5)와 같은 중심 평균 비퍼지화기(center average defuzzifier)[11]에 의해 표현될 수 있다.

$$\hat{f}_i(\bar{x}) = \frac{\sum_{l=1}^{M}\theta_i^l\cdot(\mu_{B_i'}(\theta_i^l))}{\sum_{l=1}^{M}(\mu_{B_i'}(\theta_i^l))}, \quad M = M_1\times M_2\times\cdots\times M_i\times\cdots\times M_n \tag{5}$$

여기에서 θ_i^l은 퍼지집합 $\hat{\theta}_i^T$에 대한 소속도(grade of membership)가 최대가 되는 값이며 $\mu_{\hat{\theta}_i^T}(\theta_i^l) = 1$ 로 가정한다. 그러면 (5)의 $\mu_{B_i'}(\theta_i^l)$ 은 (4)로 부터 $\mu_{B_i'}(\theta_i^l) = \prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i'}(x_i)$ 가 되며 (5)는 다음과 같이 된다.

$$\hat{f}_i(\bar{x}) = \frac{\sum_{l=1}^{M}\theta_i^l\cdot(\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i'}(x_i))}{\sum_{l=1}^{M}(\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i'}(x_i))}, \quad M = M_1\times M_2\cdots\times M_i\times\cdots\times M_n \tag{6}$$

이때 (R1) 후건부의 생성과정으로부터 알 수 있듯이 θ_i^l은 $f_i(\bar{x})(=f_{N_i}(\bar{x})+\triangle f_i(\bar{x}))$값을 나타낸 것으로써 $\triangle f_i(\bar{x})$를 포함하므로 불확실한 값이 된다. 따라서 θ_i^l은 적절한 적응 알고리즘(adaptive algorithm)에 의해 추정되어야할 값이다. 따라서 (6)의 θ_i^l을 적응 알고리즘에 의해 추정될 값 $\hat{\theta}_i^l$으로 표시하면 (6)은 다음 (7)과 같이 된다.

$$\hat{f}_i(\bar{x}) = \sum_{L_1=1}^{M_1}\sum_{L_2=1}^{M_2}\cdots\sum_{L_i=1}^{M_i}\cdots\sum_{L_n=1}^{M_n}\hat{\theta}_i^{(L_1,L_2,\cdots,L_i,\cdots,L_n)}\times\left[\frac{(\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i^{L_i}}(x_i))}{\sum_{L_1=1}^{M_1}\sum_{L_2=1}^{M_2}\cdots\sum_{L_n=1}^{M_n}(\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i^{L_i}}(x_i))}\right] \tag{7}$$

여기에서 $\hat{\theta}_i^{(L1,L2,\cdots,Li,\cdots,Ln)}$ $(i=1,2,\ldots,n)$는 (22)의 적응 알고리즘에 의해 추정되어질 (R1)의 $\theta_{i_i}^{(L1,L2,\cdots,Li,\cdots,Ln)}$ 값들이다.

이제 다음 (8)과 같은 퍼지 기저 함수(fuzzy basis function)를 정의하자.

$$\xi^{(L_1,L_2,\ldots,L_i,\ldots,L_n)}(\bar{x}) \triangleq [(\Pi_{i=1}^{n}\mu_{F_i^{L_i}}(x_i)) / \sum_{L_1=1}^{M_1}\sum_{L_2=1}^{M_2}\cdots\sum_{L_i=1}^{M_i}\cdots\sum_{L_n=1}^{M_n}(\Pi_{i=1}^{n}\mu_{F_i^{L_i}}(x_i))\ ] \tag{8}$$

그러면 $\xi^{(L_1,L_2,\ldots,L_i,\ldots,L_n)}(\bar{x})$를 원소로하는 $\prod_{i=1}^{n}M_i$ 차원 벡터(vector) $\bar{\xi}(\bar{x})$가 만들어지며 (7)은 다음 (9)와 같이 쓸 수 있고 (9)를 원소로 하는 $\bar{f}(\bar{x})$의 퍼지모델 $\hat{f}(\bar{x})$를 (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{f}_i(\bar{x}|\hat{\theta}_i) \triangleq \hat{\theta}_i^T\bar{\xi}(\bar{x}) \tag{9}$$

$$\hat{f}(\bar{x}) \triangleq [\hat{f}_1(\bar{x}|\hat{\theta}_1), \hat{f}_2(\bar{x}|\hat{\theta}_2), \cdots, \hat{f}_i(\bar{x}|\hat{\theta}_i), \cdots, f_n(\bar{x}|\hat{\theta}_n)]^T \triangleq \Theta\bar{\xi}(\bar{x}) \tag{10}$$

여기에서

$$\Theta \triangleq [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_n]^T$$
$$\bar{\theta}_i \triangleq [\theta_i^{(1,1,\cdots,1)}, \cdots, \theta_i^{(M_1,M_2,\cdots,M_n)}]^T$$
$$\bar{\xi}(\bar{x}) \triangleq [\xi^{(1,1,\cdots,1)}, \cdots, \xi^{(M_1,M_2,\cdots,M_n)}]^T$$

이상과 같이 추정해야될 파라미터 행렬 Θ를 포함하는 퍼지모델 $\hat{f}(\bar{x})$를 표현한 상태에서 다음단계로 필요한 것은 (12)와 (13)의 추종에러벡터 $\bar{e}$가 유계(bound)되기 위한 제어입력 구성과 파라미터 행렬에 대한 적응 알고리즘의 유도이다. 그 과정은 다음과 같다. 기준모델(reference model) (2)를 (11)과 같이 안정한 고유치를 가지며 Lyapunov equation (12)를 만족하도록 행렬 A_m을 선정하면 (1)과 (11)로부터 오차 동특성식(error dynamic equation) (13)이 얻어지며 제어입력(14)에 의해 감독제어입력(supervisory control input) $\bar{u}_s$가 포함된 최종적인 오차 동특성식 (15)가 얻어진다.

$$\dot{\bar{x}}_m = A_m\bar{x}_m + B_m\bar{r} \tag{11}$$

$$A_m^TP + PA_m = -Q \tag{12}$$

$$\bar{e} \triangleq \bar{x}_m - \bar{x}$$

$$\dot{\bar{e}} = A_m\bar{e} + A_m\bar{x} + B_m\bar{r} + [\hat{f}(\bar{x}) - (\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x}))\ ] - \hat{f}(\bar{x}) - \bar{u} \tag{13}$$

$$\bar{u} \triangleq -\hat{f}(\bar{x}) + A_m\bar{x} + B_m\bar{r} - \bar{u}_s \tag{14}$$

$$\bar{u}_s \triangleq [u_{s1}, u_{s2}, \cdots, u_{sn}]^T$$

$$\dot{\bar{e}} = A_m\bar{e} + [\hat{f}(\bar{x}) - (\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x}))\ ] + \bar{u}_s \tag{15}$$

여기에서 A_m은 안정한 고유치를 가지며 P 와 Q 는 양의 한정행렬(positive definite matrix)이다. 폐루프 계통의 전역 안정성을 보장하는 제어기 설계를 위해 [11]과 다르게 다음과 같은 가정 1~ 정리 1의 설명을 하기로 한다. 우선 계통에 대해 다음과 같은 가정을 하자.

가정 1 : 계통 동특성식 (1)의 $\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x})$의 놈(norm)이 모든 $\bar{x}\in R^n$에 대해 유계되어 있다. 즉, $|\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x})| < \infty,\ \forall\bar{x}\in R^n$

명제 1 : 모든 $\bar{x}\in R^n$에 대해 $|\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x})|$가 유계되어 있다면 모든 $\bar{x}\in R^n$에 대해 다음 부등식을 만족시키는 角 $\vartheta(\bar{x})$가 존재한다. 즉.

$$\exists\vartheta(\bar{x})\ s.t.\ |\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x})| < \tan\vartheta(\bar{x})\cdot|\bar{x}| < \infty,\ \forall\bar{x}\in R^n$$

$$,0 < \vartheta(\bar{x}) < \frac{\pi}{2} \ [rad\ ].$$

명제1의 $\vartheta(\bar{x})$를 추정하기 위해 다음과 같은 퍼지 규칙 기반 (R2)를 추종에러 벡터 $\bar{e}$와 관련된 그림 2의 퍼지 집합에 대해 제안하며 추론결과로 얻는 $\vartheta(\bar{x})$를 (16)과 같이 제안한다. 또한 추론된 $\vartheta(\bar{x})$로부터 명제1의 부등식을 만족시키는 $f^u(\bar{x})$를 (17)과 같이 정의한다.

(R2)

$$If\ |\bar{e}|\ is\ \widetilde{e_S}\ \ then\ \ \vartheta(\bar{x})\ is\ \widetilde{\frac{\pi}{4}}\ [rad\ ]$$
$$If\ |\bar{e}|\ is\ \widetilde{e_M}\ \ then\ \ \vartheta(\bar{x})\ is\ \widetilde{\frac{\pi}{3}}\ [rad\ ]$$
$$If\ |\bar{e}|\ is\ \widetilde{e_L}\ \ then\ \ \vartheta(\bar{x})\ is\ \widetilde{\frac{\pi}{2}}\ [rad\ ]$$

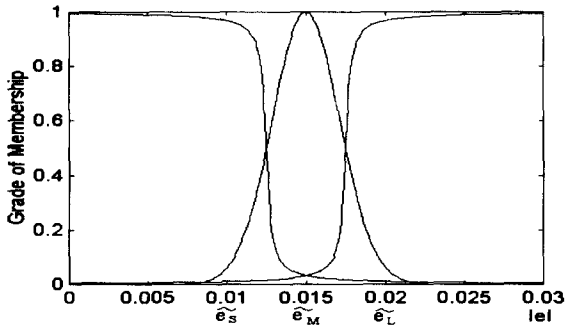


그림 2. 퍼지집합 $\widetilde{e_S}$, $\widetilde{e_M}$, $\widetilde{e_L}$.
Fig. 2. Fuzzy set $\widetilde{e_S}$, $\widetilde{e_M}$, $\widetilde{e_L}$.

$$\vartheta(\bar{x}) = \frac{\mu_{\widetilde{e_S}}(|\bar{e}|)\frac{\pi}{4} + \mu_{\widetilde{e_M}}(|\bar{e}|)\frac{\pi}{3} + \mu_{\widetilde{e_L}}(|\bar{e}|)\frac{\pi}{2}}{\mu_{\widetilde{e_S}}(|\bar{e}|) + \mu_{\widetilde{e_M}}(|\bar{e}|) + \mu_{\widetilde{e_L}}(|\bar{e}|)} \tag{16}$$

$$f^u(\bar{x}) := \tan\vartheta(\bar{x}) \cdot |\bar{x}|,\ \forall \bar{x} \in R^n,\ f^u(\bar{x}) \in R \tag{17}$$

여기에서 $\widetilde{\frac{\pi}{4}}$, $\widetilde{\frac{3\pi}{8}}$, $\widetilde{\frac{\pi}{2}}$를 다음의 그림 3과 같은 퍼지집합이라 하자.

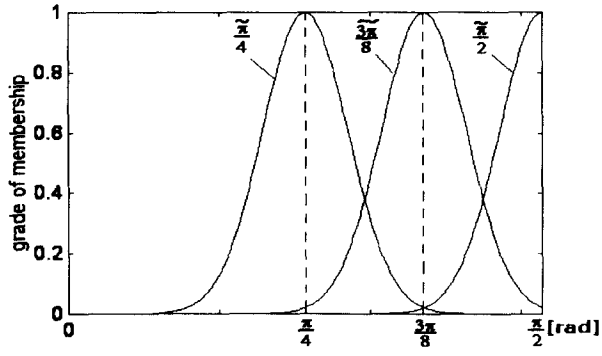


그림 3. 퍼지집합 $\widetilde{\frac{\pi}{4}}$, $\widetilde{\frac{3\pi}{8}}$, $\widetilde{\frac{\pi}{2}}$.
Fig. 3. Fuzzy set $\widetilde{\frac{\pi}{4}}$, $\widetilde{\frac{3\pi}{8}}$, $\widetilde{\frac{\pi}{2}}$.

위와 같은 퍼지집합에 대해 (16)을 이용하여 구한 $\vartheta(|\bar{e}|)$의 그래프를 그려보면 그림 4와같다. 따라서 모든 $|\bar{e}|$에 대해 $0 < \vartheta(|\bar{e}|) < \frac{\pi}{2}$ [rad] 가 보장됨을 알 수 있다.

한편 그림 2에서 $|\bar{e}|$의 값이 e_S, e_M, e_L일 때 대응되는 (18)의 V_e 함수값을 각각 V_S, V_M, V_L이라 정의하기로 하자. 그리고 (17)의 $f^u(\bar{x})$를 이용하여 (18)와 같이 정의된 Lyapunov 함수 후보 V_e와 지정된 경계값 V_S의 대소관계에 의해 투입여부가 결정되는 감독제어입력 $\bar{u_s}$를 (19)와 같이 정의하자.

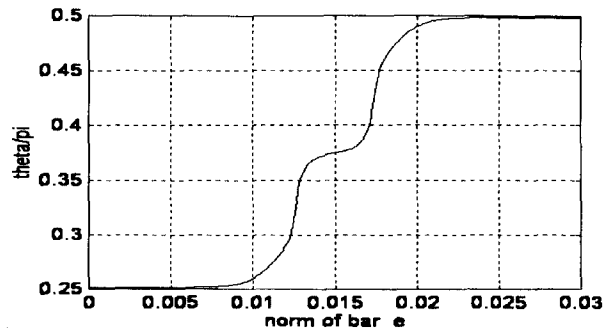


그림 4. $\vartheta(|\bar{e}|)$.
Fig. 4. $\vartheta(|\bar{e}|)$.

$$V_e \triangleq \frac{1}{2}\bar{e}^T P \bar{e} \tag{18}$$

$$\bar{u_s}(\bar{x}) = \begin{cases} -P\bar{e}(\beta_g/|P\bar{e}|^2) & |\bar{e}^T P|(|\hat{f}(\bar{x})| + f^u(\bar{x})) \\ & ,\beta_g > 1, \quad if\ \ V_e > V_s \\ 0, & if\ \ V_e \le V_s \end{cases} \tag{19}$$

그러면 다음과 같은 정리1을 유도할 수 있다.

보조정리 : (17)로 추론된 $f^u(\bar{x})$는 $|\bar{e}| > e_L$ 이면 명제1의 부등식을 만족시킨다.

증명 : 그림 1의 퍼지 집합들과 $\vartheta(\bar{x})$ 추론식 (16)으로부터 $|\bar{e}| \to e_L$이면 $\vartheta(\bar{x}) \to \frac{\pi}{2}$ 이고 $\tan\vartheta(\bar{x}) \to \infty$가 되므로 (17)의 $f^u(\bar{x}) \to \infty$가 되어 유계된 $|\hat{f}(\bar{x}) + \triangle\hat{f}(\bar{x})|$에 대해 명제1의 부등식을 만족시킨다. ■

정리 1 : Lyapunov 함수 후보 V_e를 (18)과 같이 정의하고 감독제어입력 $\bar{u_s}(\bar{x})$를 (19)과 같이 설정하면 가정 1을 만족시키는 불확실한 $\hat{f}(\bar{x}) + \triangle\hat{f}(\bar{x})$에 대해 (15)의 궤적에 따른 V_e의 시간도함수는 $V_e > V_s$일 때 0보다 작거나 같게 되려는 현상이 (16),(17)과(19)에 의해 나타나며 $V_e > V_L$일 때 0보다 작거나 같게되어 (20)을 보장할 수 있다.

$$V_e \le V_L < \infty \quad , \quad \forall \bar{x} \in R^n \tag{20}$$

증명 : $V_e = \frac{1}{2}\bar{e}^T P \bar{e}$

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= \frac{1}{2}\Big[\ \bar{e}^T(A_m^T P + PA_m)\bar{e} + 2\,\bar{e}^T P\{\hat{f}(\bar{x}) \\ &\quad - (\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x}))\} + 2\,\bar{e}^T P\,\bar{u}_s\ \Big] \\ &= -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} + \bar{e}^T P\{\hat{f}(\bar{x}) - (\bar{f}(\bar{x}) \\ &\quad + \triangle\bar{f}(\bar{x}))\} + \bar{e}^T P\bar{u_s} \\ &\le -\frac{1}{2}\lambda_{Q_{min}}|\bar{e}|^2 + \bar{e}^T P\{\hat{f}(\bar{x}) - (\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x}))\} \\ &\quad + \bar{e}^T P\bar{u_s} \\ &\le -\frac{1}{2}\lambda_{Q_{min}}|\bar{e}|^2 + |\bar{e}^T P||\hat{f}(\bar{x}) - (\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x}))| \\ &\quad + \bar{e}^T P\bar{u_s} \\ &\le -\frac{1}{2}\lambda_{Q_{min}}|\bar{e}|^2 + |\bar{e}^T P|(|\hat{f}(\bar{x})| + |\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x})|) \\ &\quad + \bar{e}^T P\bar{u_s} \end{aligned}$$

만약 $|\bar{e}|>e_L$ 이면 $|\bar{f}(\bar{x}) + \triangle\bar{f}(\bar{x})| < f^u(\bar{x})$ 가 보장되며 (19)의 $\bar{u}_s(\bar{x})$ 가 투입되면 다음의 관계식이 성립된다.

$$
\begin{aligned}
&|\bar{e}^T P|(|\hat{\bar{f}}(\bar{x})|+|\bar{f}(\bar{x})+\triangle\bar{f}(\bar{x})|)+\bar{e}^T P\bar{u}_s \\
&= |\bar{e}^T P|(|\hat{\bar{f}}(\bar{x})|+|\bar{f}(\bar{x})+\triangle\bar{f}(\bar{x})|) \\
&\qquad -\beta_g|\bar{e}^T P|(|\hat{\bar{f}}(\bar{x})|+f^u(\bar{x})) \\
&= |\bar{e}^T P||\hat{\bar{f}}(\bar{x})|\ (1-\beta_g)+|\bar{e}^T P|(\ |\bar{f}(\bar{x})+\triangle\bar{f}(\bar{x})| \\
&\qquad -\beta_g f^u(\bar{x})\ ) \\
&< 0 \quad (\quad \text{if } |\bar{e}|\neq 0\ )
\end{aligned}
$$

따라서 $|\bar{e}|>e_L$,이면 $\dot{V}_e<0$이고 $V_e\le V_L<\infty$이다. ■

정리1로부터 다음의 따름정리를 유도할 수 있다.

따름정리 1 :

$$|\bar{e}|\le\sqrt{(2\frac{V_L}{\lambda_{P_{\min}}})},\quad \forall\bar{x}\in R^n \tag{21}$$

증명: (20)으로부터

$$V_e\le V_L$$

$$\frac{1}{2}\lambda_{P_{\min}}|\bar{e}|^2\le\frac{1}{2}\bar{e}^T P\bar{e}\le V_L$$

$$|\bar{e}|^2\le 2\frac{V_L}{\lambda_{P_{\min}}}$$

$$\therefore |\bar{e}|\le(2\frac{V_L}{\lambda_{P_{\min}}})^{\frac{1}{2}},\quad \forall\bar{x}\in R^n$$

한편, (10)의 미지의 계수 벡터 $\hat{\theta}_i$ $(i=1,\cdots,n)$을 추정하기 위한 적응법칙(adaptive law)을 (22)와 같이 정의하면 (10)의 계수 행렬 Θ의 원소들을 (23)과 같이 예상되는 범위 이내로 크기를 제한(bound) 시킬수 있다[11].

$$
\begin{aligned}
&\Theta\triangleq[\hat{\theta}_1\ \hat{\theta}_2\cdots\hat{\theta}_n]^T \\
&\dot{\Theta}=-\gamma_1 P\bar{e}\,\bar{\xi}^T(\bar{x}) \quad \text{if}(\ tr(\Theta\Theta^T)<M\ )\ or \\
&\qquad \text{if}(\ tr(\Theta\Theta^T)\ge M \text{ and } \bar{e}^T P\Theta\bar{\xi}(\bar{x})\ge 0\ ) \\
&\dot{\Theta}=-\gamma_1 P\bar{e}\,\bar{\xi}^T(\bar{x})+[\gamma_1\bar{e}^T P\bar{\xi}(\bar{x})/tr(\Theta\Theta^T)\ ]\Theta \\
&\qquad \text{if}(tr(\Theta\Theta^T)\ge M \text{ and } \bar{e}^T P\Theta\bar{\xi}(\bar{x})<0)
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$tr(\ \Theta\Theta^T\ )\le M \tag{23}$$

일반적으로 퍼지논리시스템을 계통모델로 사용할 경우 간접 적응 퍼지제어방식이라 하며 참고로 본 논문에서 사용되고 있는 간접 적응 퍼지제어 방식의 구조는 그림 5와 같다.

3. 기존의 적응퍼지제어기와의 비교

Wang[11]의 방법은 명제 1의 부등식을 만족시키는 상태변수 의존 함수 $f^u(\bar{x})$를 미리 계통에 대한 정보로부터 오프라인(off-line)으로 국부적인 상태공간에 대해 확정해야하는 반면, 본 논문에서 제안된 방법은 $f^u(\bar{x})$를 실시간(on-line)으로 (16),(17)과 같이 퍼지추론함으로써 상태변수 종속 불확실성을 갖는 계통에 대해 보다 견실하다고 할 수 있으며 특히 Wang[11]의 경우는 단일 입력계통에 대해서만 다루었으나 본 논문에서는 다입력계통을 다루었다. 또한 Wang[11]의 방법에서는 국부적인 영역($\bar{x}\in U_c\subset R^n$)에 대해서만 폐루프 계통의 안정성을 보장하는데 반해(local stability) 본 논문의 방법에 의하면 따름정리 1로 부터 알 수 있는 바와 같이 전역안정성(global stability)이 보장된다. 단 본논문에서 다루고 있는 계통은 다입력 계통이고 안정성 보장을 위해 계통 동특성식에서 입력들과 곱해지는 항에는 모델링의 불확실성이 없어야 하는 제한이 따르는 것이 추후 본 논문에서 해결해야 할 문제점이라 생각된다.

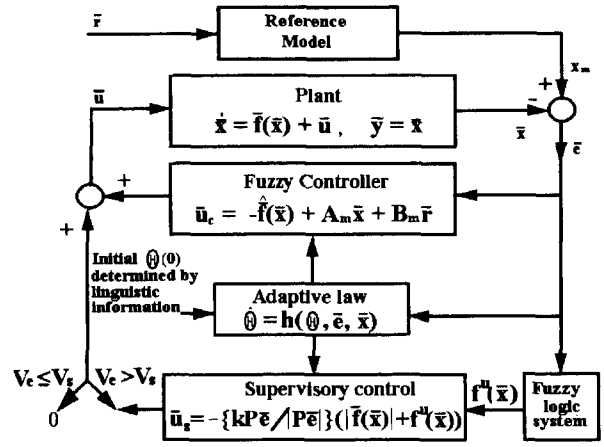


그림 5. 간접 적응 퍼지 제어기의 구조도.
Fig. 5. The overall scheme of indirect adaptive fuzzy control.

Ⅲ. Tokamak 핵융합로 Burn Control에 대한 적용

1. Tokamak핵융합로의 모델

핵융합로의 가장 간단한 모델은 플라즈마 온도와 밀도의 공간평균값(volume average)으로 표현된 다음과 같은 0차원 모델(zero dimensional model)로 주어진다[13]. 제어목적은 Tokamak 핵융합로내의 밀도와 온도를 원하는 값으로 레귤레이션(regualtion) 또는 추종(tracking) 시키는 것이다.

Tokamak내의 입자밀도 $n\ [10^{20}/m^3]$ 을 상태변수 x_1, 온도 $T\ [keV]$ 를 상태변수 x_2, 입자공급 $S[10^{20}/m^3\cdot s]$ 를 u_1, 보조가열(auxiliary heating) $P_{aux}[MW/m^3]$ 를 제어입력 u_2로 선정하면 핵융합로는 다음 (24)와 같은 MIMO(multi-input multi-output)비선형상태방정식으로 표현되며[13,14], C_1과 C_4에 포함된 l과 m파라미터값의 불확실성 때문에 $f_1(\bar{x})$와 $f_2(\bar{x})$는 상태변수 의존 불확실성을 포함하게 된다. $C_1\sim C_4$에 포함된 α,β는 미지의 상수이다.

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(\bar{x})+g_{11}(\bar{x})u_1+g_{12}(\bar{x})u_2 \\
\dot{x}_2 &= f_2(\bar{x})+g_{21}(\bar{x})u_1+g_{22}(\bar{x})u_2
\end{aligned}
\tag{24}
$$

$$
\begin{aligned}
&f_1(\bar{x})=-C_1x_1 \\
&f_2(\bar{x})=C_2\langle\sigma v\rangle x_1-C_3x_1x_2^{0.5}-C_4x_2 \\
&g_{11}(\bar{x})=1 \qquad g_{21}(\bar{x})=-x_2/x_1 \\
&g_{12}(\bar{x})=0 \qquad g_{22}(\bar{x})=100/(4.8x_1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&C_1=\frac{1}{\alpha\beta x_1^l x_2^m} \qquad C_2=(3.52\times10^{23})/12 \\
&C_3=0.1042Z_{eff} \qquad C_4=\frac{1}{\alpha x_1^l x_2^m}-\frac{1}{\alpha\beta x_1^l x_2^m}
\end{aligned}
$$

$$\langle\sigma v\rangle=5.1\times10^{-22}\ [\ln(x_2)-2.1\ ]$$

l과 m파라미터값의 불확실성은 [1, 2, 13]에서 다음과 같이 3가지 가능한값을 갖는 경우로 나누었다.

1) constant confinement law : l = m = 0
2) Bohm diffusion : l = 0, m = -1
3) neoclassical diffusion : l = -1, m = 0.5

2. 제어기 설계

(24)의 계통은 2차 계통이며 따라서 2.2절의 일반적 설계방법에서 (R1)의 표현에 있어 n=2인 경우이다. 필요한 퍼지집합은 $F_1^{L_1}$, $F_1^{L_2}$이며 $M1=M2=5$, $\triangle_1=0.5$, $\triangle_2=5$로 정하였다. 기준모델 (11)에서 $A_m=-50I$, $B_m=50I$로 선정하

였으며 (22)의 적응 알고리즘에 의해 (10)의 $\hat{f}(\bar{x})$를 추정하였으며 그림 2에서 $e_s=0.01$, $e_L=0.02$로 선정하였다. $\vartheta(\bar{x})$의 추론식(16), $f^u(\bar{x})$의 추론식(17), $\hat{f}(\bar{x})$의 추론식(10)을 이용하여 (14)와 (19)의 제어입력을 구성하였다.

제어입력 구성에 있어 (24)의 계통에 대해 약간의 가정을 하였다. 즉 (24)의 $g_{ij}(\bar{x})$ (여기서 $i=1,2$ $j=1,2$) 에 의해 구성되는 행렬을 $G(\bar{x}) = \begin{bmatrix} g_{11}(\bar{x}) & g_{12}(\bar{x}) \\ g_{21}(\bar{x}) & g_{22}(\bar{x}) \end{bmatrix}$라 했을 때 $G(\bar{x})$에는 모델링 에러가 존재하지 않는 것으로 가정하였다. 따라서 $\bar{x} \neq 0$에서는 $G(\bar{x})$가 정칙(nonsingular)이며 (1)에 대응되는 형태로 표현하기 위해 u_1, u_2를 다음 (25)와 같이 선정하였다.

$$\bar{u}(\bar{x}) \triangleq G(\bar{x})^{-1}[-\hat{f}(\bar{x})+A_m\bar{x}+B_m\bar{r}-\bar{u}_s(\bar{x})], \quad (25)$$

$$\bar{u}_s(\bar{x}) \triangleq \begin{cases} -P\bar{e}[\beta_g/|P\bar{e}|^2]|\bar{e}| \| P \| (|\hat{f}(\bar{x})|+f^u(\bar{x})), & \\ \quad \beta_g > 1, & \text{if } V_e > V_s \\ 0, & \text{if } V_e \le V_s \end{cases}$$

Ⅳ. 시뮬레이션 결과 및 검토

본 논문에서는 제안한 제어기의 성능과 Wang[11]의 방법에 의한 제어기 성능을 비교하기 위해 두가지 방법에 의한 시뮬레이션 결과를 비교하였다. (24)계통의 l, m파라미터는 3가지 가능한 값을 가지며 시뮬레이션에서 사용한 동특성식의 상수들은 다음과 같다.

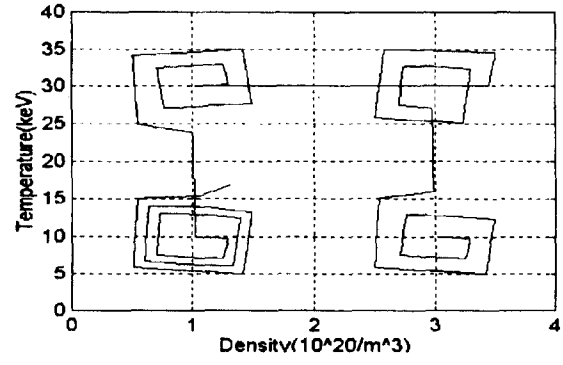
$$\alpha = 0.9, \quad \beta = 3., \quad Z_{eff} = 1.5$$

1. Wang[11]의 방법에 의한 적응퍼지제어기를 사용한 경우

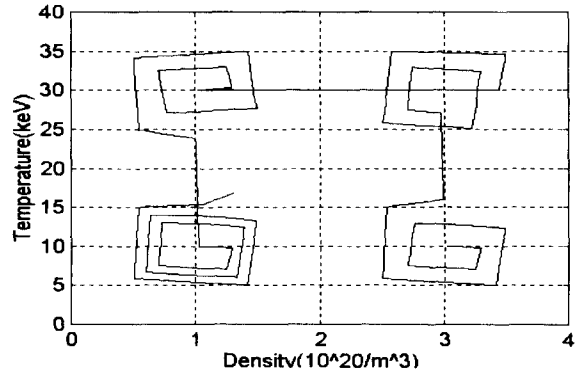
Wang[11]의 방법을 이용할 경우에 선정하는 국부적인 운전영역 U_c를 밀도(x_1) 0~2, 온도(x_2) 0~20의 상평면상의 공간으로 잡았다(그림 1-A의 좌측하단 $\frac{1}{4}$ 영역). 이 영역에서 (24)의 $|\hat{f}(\bar{x})|$는 가능한 l, m값에 대해 $f^u(\bar{x}) = 0.92\times10^3$으로 유계(bound) 된다. $f^u(\bar{x})$를 $\bar{x}$의 함수형태로 표현할수도 있으나 (24)계통에 대해서는 표현하기 어려운 함수이므로 운전영역에 대해 상수 0.92×10^3으로 오프라인 계산하였다. 특히 그림 6(a)와 같은 궤적을 따라 운전되는 동안은 U_c내에서는 $f^u = 60$으로 $|\hat{f}(\bar{x})|$가 유계된다. 따라서 $f^u(\bar{x})=60$으로 하였고 $V_s=0.01$, $\lambda_{p_{min}}=200$으로 하였다. 그림7(a)와 그림 8(a)에서 알수 있듯이, 시간영역 170step(국부적 운전영역 U_c외부)부근에서는 지정된 오차한계(error bound) $|\bar{e}|=0.01$이상으로 추종에러가 커짐을 알 수 있다. 따라서 국부적 운전영역 U_c외부에서는, 추종에러의 유계성을 보장할 수 없음을 알 수 있다. 그림9(a)는 사용한 $f^u(\bar{x})$와 실제계통의 $|\hat{f}(\bar{x})|$를 그린 것이다. 그림 8(a)와 9(a)를 비교해보면 $f^u(\bar{x}) > |\hat{f}(\bar{x})|$가 보장되지 않을 때 추종에러의 유계성이 보장되지 못함을알 수 있다.

2. 제안된 방법에 대한 적응퍼지제어기를 사용한 경우

Wang[11]의 방법과의 가장 큰 차이점은 [11]에서는 제한된 운전영역 U_c에 대해 미리 계통 동특성식에 대한 정보를 이용하여 가정 1의 부등식을 만족시키는 $f^u(\bar{x})$함수를 알고 보조 입력 (19)를 계산하였으나 모든 운전영역 ($\forall \bar{x} \in R^2$)에 대해서는 $f^u(\bar{x})$함수를 미리 알고 결정한다는 것이 쉽지않다. 그러나 (16)과 (17)의 $f^u(\bar{x})$ 퍼지 추론식을 이용하면 모든 운전영역에 대해 가정 1의 부등식을 만족시키는 $f^u(\bar{x})$를 실시간으로 추론하는 것이 가능하다. (16)과 (17)에 의해 추론된 $f^u(\bar{x})$를 이용하여 Wang[11]의 방법에 의한 운전영역 U_c(그림 6(a))의 4배되는 영역에 대해 온도와 밀도 추종제어를 한 결과는 그림 6(b) ~ 10(b)와 같다. 미리 계산된 $f^u(\bar{x})$를 사용하지 않고 실시간으로 추론한 $f^u(\bar{x})$를 사용함으로써 그림 9(b)와 그림 10로 부터 알 수 있는 바와 같이 지정된 추종에러 한계 e_L=0.02 이내에서 전역적으로 만족할 만한 추종제어가 이루어지고 있음을 알 수 있다. 그림 11는 제어입력, 그림 12는 적응법칙에 의해 얻어지는 파라미터 행렬의 트레이스(trace)값을 나타낸다. 그림 13는 동특성식 (24)의 구조적 변화를 발생시키는 파라미터 l과 m의 시간적 변화를 나타낸다. 따라서 계통 동특성식이 상태변수 의존적으로 변했음에도 불구하고 그림 6(b) ~ 10와 같은 만족할 만한 기준모델 추종제어가 이루어졌음을 알 수 있다. 그림 14는 실제의 $|\hat{f}(\bar{x})|$ 값과 (17)에 의해 추론된 $f^u(\bar{x})$를 보여주고 있다.



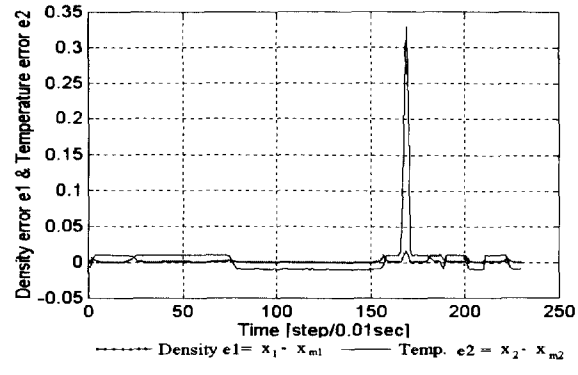
(a)



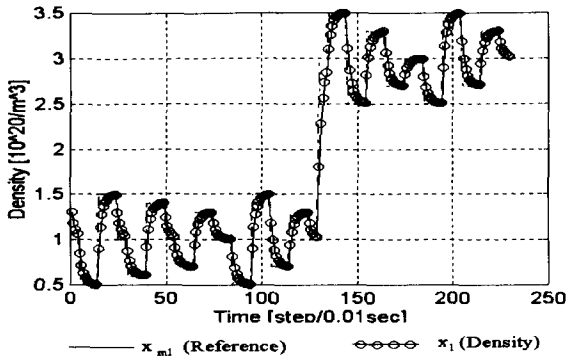
(b)

그림 6. 밀도-온도 상평면 궤적.

Fig. 6. Density-temperature phase plane trajectory.



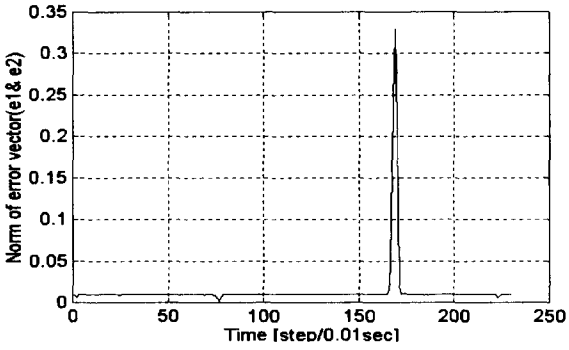
(a)



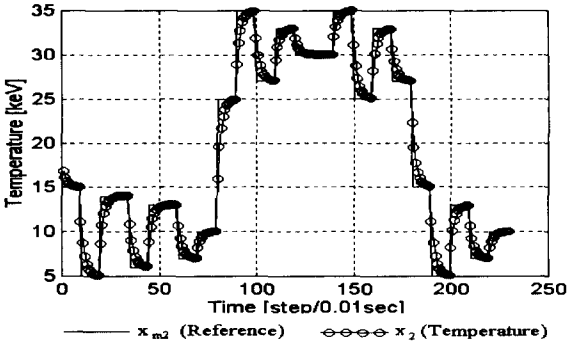
(b)

그림 7. (a) 밀도와 온도의 추종에러, (b)밀도 궤적.

Fig. 7. (a) Density & temperature tracking error, (b) Density trajectory.



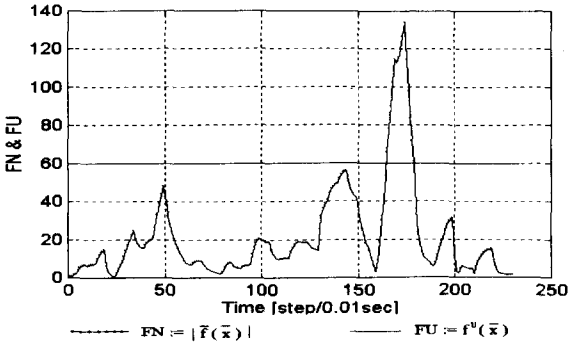
(a)



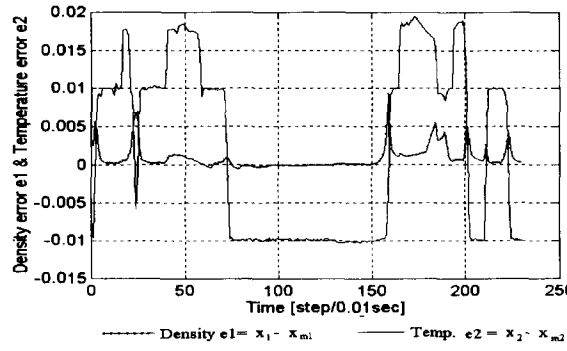
(b)

그림 8. (a) 추종 에러 벡터의 Norm, (b) 온도 궤적.

Fig. 8. (a) Norm of Tracking Error Vector, (b) Temperature Trajectory.



(a)



(b)

그림 9. (a) f^u와 $\bar{f}(\bar{x})$ 의 Norm, (b) 밀도와 온도의 추종에러.

Fig. 9. (a) FN and FU, (b) Density & Temperature Tracking Error.

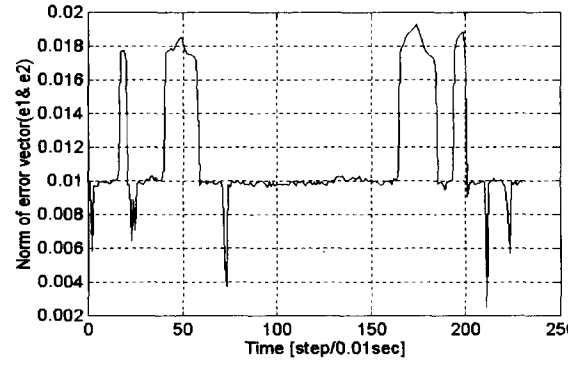


그림 10. 추종 에러 벡터의 Norm.

Fig. 10. Norm of tracking error vector.

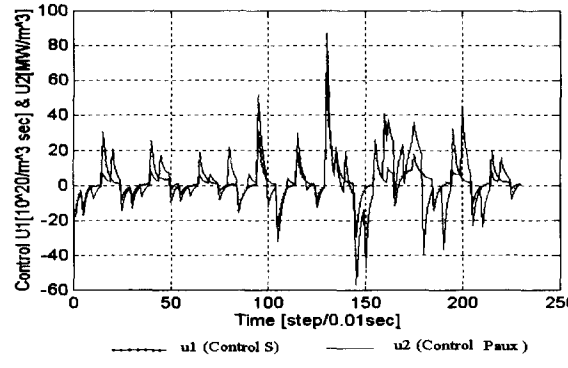


그림 11. 제어입력 u1(S)과 u2(Paux).

Fig. 11. Control inputs u1(S) & u2(Paux).

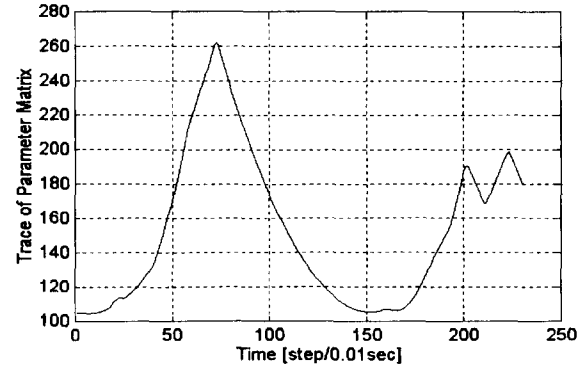


그림 12. 파라미터 Matrix의 Trace.

Fig. 12. Trace of parameter matrix.

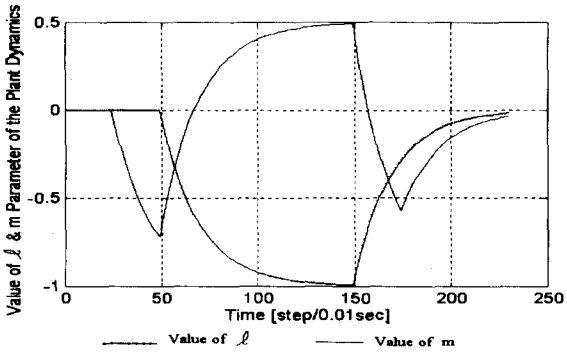


그림 13. 계통 동특성식의 파라미터 l과 m의 변화.

Fig. 13. Values of l & m of dynamic equation.

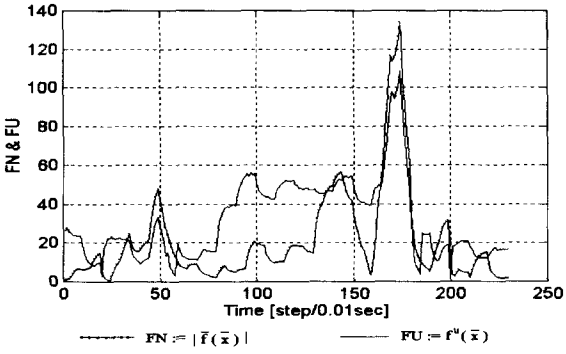


그림 14. f^u와 $\bar{f}(\bar{x})$의 Norm.

Fig. 14. FN and FU.

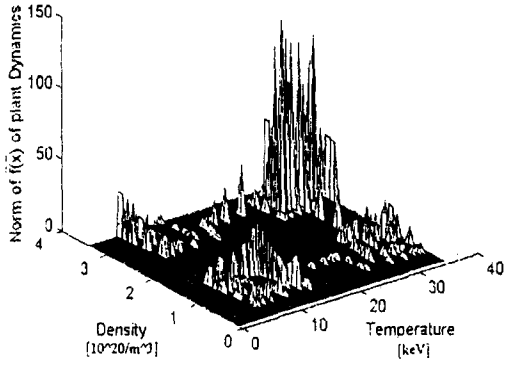


그림 15. 계통 동특성식의 $\bar{f}(\bar{x})$ 의 Norm의 삼차원공간상의 그림.

Fig. 15. Norm of $\bar{f}(\bar{x})$ of plant dynamics.

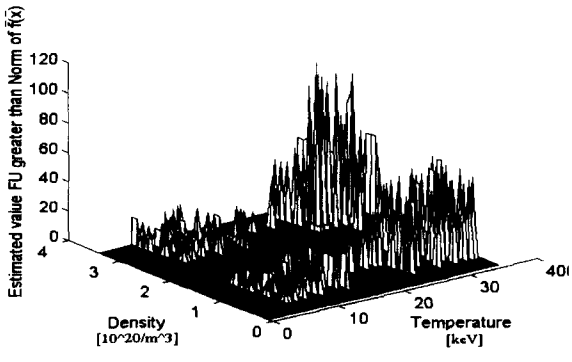


그림 16. 추론된 $\bar{f}(\bar{x})$의 삼차원공간상의 그림.

Fig. 16. Estimated value of FU greater than the norm of $\bar{f}(\bar{x})$.

그림 10와 그림 14를 비교해 보면 추론된 $f^u(\bar{x})$가 실제의 $|\bar{f}(\bar{x})|$보다 작을 경우 추종에러 벡터의 놈값이 증가하는 것을 알 수 있다. 그러나 전체 운전영역에서 추종에러 벡터는 지정된 에러 e_L=0.02 이내에서 유계됨을 알 수 있다. 참고로 그림 15와 그림 16는 그림 15의 $|\bar{f}(\bar{x})|$와 $f^u(\bar{x})$를 밀도-온도 상평면상에서 3차원적으로 그려보았다.

V. 결론

본 논문에서는 Wang[11]이 제안한 방법을 개선시킨 새로운 적응 퍼지 제어기를 제안하였으며 Tokamak 핵융합로의 Burn Control에 적용하였다. 본 논문에서 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 본 논문의 II의 2절에서 제안한 방법은 Wang[11]이 제안한 방법보다 동특성식에 상태변수 의존 불확실성이 존재하는 계통의 제어에 있어서 보다 견실하게(robustly) 전역적으로(globally) 안정성(stability)을 보장할 수 있음을 4장에서 두 방법을 사용하여 비교 시뮬레이션 한 결과로써 확인할 수 있었다.

(2) 제안한 적응 퍼지 제어 기법을 상태의존 불확실성을 갖는 비선형 계통인 핵융합로에 적용 하여 원하는 제어성능을 나타냄을 보였다.

(3) 그러나 제어입력 S와 P_{aux}는 물리적으로 크기나 변화율이 제한되는 양이므로 실제 Tokamak 제어에 있어서는 입력이 제한되는 상황에 대한 연구가 더 필요할것으로 생각된다.

참고문헌

[1] G. T. Sager, "Tokamak burn control," Work supported by Department of Energy Contract DE-SG02-86ER52127, Fusion Studies Laboratory Department of Nuclear Engineering, University of Illinois, Urbana, Illinois, U. S. A., June, 1988.

[2] S. W. Haney, L. J. Perkins, J. Mandrekas, and W. M. Stacey, Jr., "Active control of burn conditions for the international thermonuclear experimental reactor," *Fusion Tech*, vol. 18, pp. 606-617, Dec., 1990.

[3] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, New York: Springer-Verlag, 2nd ed., 1989.

[4] S. S. Sastry and P. V. Kokotovic, "Feedback linearization in the presence of uncertaintues," *Int. J. Adapt. Control Signal Processing* vol. 2, pp. 327-346, 1986.

[5] S. S. Sastry and A. Isidori, "Adaptive control of linearizable systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, pp. 1123-1131, 1989.

[6] D. G. Taylor, P. V. Kokotovic, R. Marino, and I. Kanellakopoulos, "Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, pp. 405-412, 1989.

[7] Campion and G. Bastin, "Indirect adaptive state feedback control of linearly parameterized nonlinear systems," *Int. J. Adapt. Control Signal Processing* vol. 4, pp. 345-358, Sept., 1990.

[8] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, and R. Marino, "An extended direct scheme for robust adaptive

nonlinear control," *Automatica*, March, 1991.

[9] A. Teel, R. Kadiyala, P. V. Kokotovic and S. S. Sastry, "Indirect techniques for adaptive input-output linearization of nonlinear systems," *Int. J. Control*, vol. 53, pp. 193-222, Jan., 1991.

[10] 천희영, 박귀태, 박영환, 고진영, "입출력 선형화를 이용한 Tokamak 핵융합로 의 적응제어기 설계," 대한전기학회 대한전자공학회 제어계측연구회 합동학술발표회 논문집, 1992. 5.

[11] Li-Xan Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall International Editions, 1994.

[12] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.

[13] T. J. Dolan, *Fusion Research : Principles, Experiments and Technology*, Pergamon Press, 1982.

[14] 박영환, 박귀태, "Tokamak 핵융합로의 적응퍼지 제어기 설계," 퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, pp. 73-82, 제5권 제3호, 1995. 9.

박 영 환

1986년 고려대 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1990), 동대학 박사과정 수료(1993). 1996년 ~ 현재 서남대학교 전자전기공학과 전임강사. 관심분야는 적응제어, 비선형제어, 지능제어.

박 귀 태

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 2권 제 1호 참조.