

CNC 공작 기계의 상호 결합 제어를 위한 새로운 윤곽 오차 모델링 방법

A New Method of Contour Error Modeling for Cross-Coupled Control of CNC Machines

주 정 홍, 이 현 철, 이 연 정, 전 기 준
(Jeong-Hong Joo, Hyun-Chul Lee, Yun-Jung Lee and Gi-Joon Jeon)

Abstract : In this paper, we propose a new method of contour error modeling for cross-coupled control of CNC machines. This modeling method is based on the information that the interpolator of a CNC machine generates knot points per each sampling time in order to approximate a given curved path as a series of small straight-line segments. The merits of the proposed method are : (1) its applicability for arbitrary curved contours and (2) its ability to calculate contour errors more accurately than the other conventional methods. The proposed method is evaluated and compared with the conventional methods using the three typical curved trajectories by computer simulations. Furthermore, it is shown that the cross-coupled controller based on this proposed error model improves contouring accuracy more effectively than the other methods.

Keywords : contour error, cross-coupled control, CNC machines

I. 서론

CNC 공작 기계를 이용한 공작물의 가공 정밀도는 가공품의 품질과 직결되므로 보다 고정밀의 가공을 위한 노력이 계속되고 있다[1,2,3,4,5]. 기존의 다축 CNC 공작 기계의 경우 각 축은 완전히 분리된 형태로 각각 독립적으로 제어된다. 그러나 이러한 분리된 형태의 제어 방법으로는 제어기 설계 과정에서 축 상호간에 미치는 영향에 대한 정확한 고려가 없다면 좋은 제어 성능을 기대할 수 없으며, 서로 다른 드라이버 동특성, 외부의 외란, 시스템 파라미터의 변화, 시스템의 비선형성 등에 의해 필연적으로 윤곽 오차가 발생하게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 Koren은 각 축의 추적 제어기와는 별도로 윤곽 오차를 고려하기 위한 상호 결합 제어기를 추가하는 방법을 제안하였고[6], 그 후 CNC 공작 기계의 제어 분야에서 여러 개의 축을 동시에 고려하여 제어하는 문제에 대한 관심이 높아지고 있다[7,8]. 이는 각 축의 추적 오차와는 별도로 직접적으로 윤곽 오차를 줄이거나 제거시키는 방법이다. 이러한 상호 결합 제어기는 윤곽 오차를 매 샘플링 주기마다 계산하고, 그 오차에 따라 각 축에 보정 입력을 추가하는 형태로써 각 축의 추적 제어기에 병렬로 부가되어 사용된다. 그러나 윤곽 오차는 직선 경로의 경우는 쉽게 계산이 가능하나, 원호, 인볼루트(involute) 등 비선형 경로를 가공하는 경우 각 축의 기준 궤적의 위치와 실제 궤적의 위치의 차이인 추적 오차는 실제 위치와 기준 궤적의 위치에 대한 정보로써 정확히 알 수 있으나, 윤곽 오차는 실제 궤적의 현재 위치와 가장 가까운 기준 궤적 위의 위치 P_c^* 간의 거리로써 정의하므로, P_c^* 를 알아야만 정확한 윤곽 오차를 계산할 수 있다. 그러나 실시간으로 P_c^* 를 알 수 없으므로 윤곽 오차는 정확하게 계산하기가 어렵고, 윤곽

오차 모델이 실제 오차를 얼마나 정확히 근사화 하는가가 상호 결합 제어의 성능과 직결되므로, 윤곽 오차를 정확히 구해내는 것은 중요한 문제이다.

따라서 이러한 윤곽 오차를 근사화하기 위한 몇 가지 모델링 방법들이 제안되었다[1] [2] [9]. 기존의 모델링 방법들은 기준 궤적의 위치와 실제 공구의 위치의 차이인 추적 오차와 기준 궤적의 순간 기울기를 이용하거나[1], 기준 궤적을 원으로 근사화하거나[9], 혹은 기준 궤적과 실제 궤적의 속도를 이용해서[2] 윤곽 오차를 구하고자 하였다. 하지만 이러한 방법들은 이용 가능한 과거의 기준 궤적에 대한 정보를 전혀 사용하지 않고, 현재 순간의 기준 궤적과 실제 궤적에 대한 정보만을 사용함으로써 실제 윤곽 오차와는 다소 거리가 있는 근사적인 윤곽 오차를 찾도록 하였다. 또한 Chuang은 실제 궤적의 속도를 윤곽 오차 모델의 한 요소로 놓음으로써 각 축의 추적 제어기의 성능에 따라 윤곽 오차의 정밀도가 달라지는 결과를 초래하였다[2]. 그리고 Koren은 임의의 곡선을 매 순간마다 원으로 근사화하여 그 원의 곡률 반경을 구해야만 하는데 실제로 곡률 반경을 구하는 일반적인 식을 제시하지는 못하였다[9].

이러한 문제점들을 해결하기 위하여 본 논문에서는 새로운 윤곽 오차 모델링 방법을 제안한다. 이 방법은 CNC 공작 기계에서 임의의 곡선 가공시 인터폴레이터(interpolator)가 주어진 곡선을 보간하여 매 샘플링 시간마다 노트 포인트(knot point)를 생성하고, 이 점들 사이는 직선으로 간주하여 기준 궤적을 생성한다는 정보를 이용해서 윤곽 오차를 모델링하는 것이다. 제안한 모델링 방법을 기존의 방법들과 비교하여 그 타당성을 검토하고, 윤곽 오차 모델과 상호 결합 제어기의 제어 성능과의 상관관계를 분명히 하기 위하여, CNC 공작 기계의 X-Y 서보 축을 대상으로 모의 실험을 수행하였다.

다음 장에서는 CNC 공작 기계에서 발생하는 윤곽 오차의 원인을 분석하고, 3장에서는 기존의 윤곽 오차 모델링 방법을 그리고 4장에서는 제안한 모델링 방법을 설명한다. 그리고 5장에서는 상호 결합 제어기의 구성에 대하여 살펴보고, 6장에서 모의 실험을 통하여 제안한 모델링

접수일자 : 1997. 3. 17., 수정완료 : 1997. 6. 26.

주정홍 : 경북대학교 전자·전기공학부

이현철 : 경북대학교 전자·전기공학부, 제어계측신기술연구센터

이연정 : 경북대학교 전자·전기공학부

전기준 : 경북대학교 전자·전기공학부, 제어계측신기술연구센터

방법의 타당성을 검증한다. 마지막으로 7장에서 결론을 맺는다.

II. 윤곽 오차의 원인

절삭 가공에 있어서의 윤곽오차는 테이블의 불평편도와 같은 기계적인 결함, 공구의 휨, 마모 등과 같은 절삭 과정에 의한 효과, 서보 축의 동특성의 차이 등에 의하여 발생하게 되고, 이러한 원인들이 결합되어 가공에서의 윤곽 정밀도를 저하시키게 된다. 기계적인 결함, 공구의 휨, 마모 등에 의한 오차는 기계적인 하드웨어를 개선하거나 보상 기술을 사용하여 감소시킬 수 있다. 또한 각 서보 축의 동특성에 기인하는 오차는 서보 제어 알고리즘을 개선시킴으로써 감소시킬 수 있으며, 이러한 오차는 흔히 기계 제작자들의 관점에서는 간과되지만, 고속 가공에 있어서는 성능 저하의 주된 원인이 된다. 각 서보 축의 동특성과 관련된 오차 원인들은 다음과 같이 다시 세분할 수 있다[10].

1. 특성 값의 불일치

각 축의 루프 특성 값이 일치하지 않을 경우 윤곽 오차가 발생하게 된다. 예를 들어 선형 궤적에 대해 P 제어를 사용할 때, 개루프 이득의 불일치는 아래와 같은 정상 상태 윤곽 오차를 발생시킨다.

$$\epsilon_{ss} = \left(\frac{f_x f_y}{f} \right) \left(\frac{K_y - K_x}{K_x K_y} \right) \quad (1)$$

여기서 K_x 와 K_y 는 각각 X와 Y축의 개루프 이득, f_x 와 f_y 는 각각 X와 Y축의 이송 속도이고, f 는 선형 궤적을 추종하는 이송 속도이다. 그리고 윤곽 정밀도를 좌우하는 가장 큰 특성 값은 속도 이득이다. X축과 Y축에 대한 두 축 동시 제어의 경우에 각 축의 오차를 Δx 와 Δy , 각 축의 속도 이득을 K_{vx} 와 K_{vy} 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\Delta x \approx \frac{f_x}{K_{vx}}, \quad \Delta y \approx \frac{f_y}{K_{vy}} \quad (2)$$

그러므로 K_{vx} 와 K_{vy} 가 같게 되면, 적어도 직선 형태의 절삭인 경우에는 어느 방향으로 절삭해도 정확하게 절삭된다. 그러나 두 축의 특성 값이 일치하지 않는 경우에는 그림 1(a)와 같이 점 0에서 점 1까지 이동하고, 다시 점 0으로 되돌아올 경우에 하나의 루프를 그리게 된다. 원을 절삭하는 경우에도 그림 1(b)와 같이 된다.

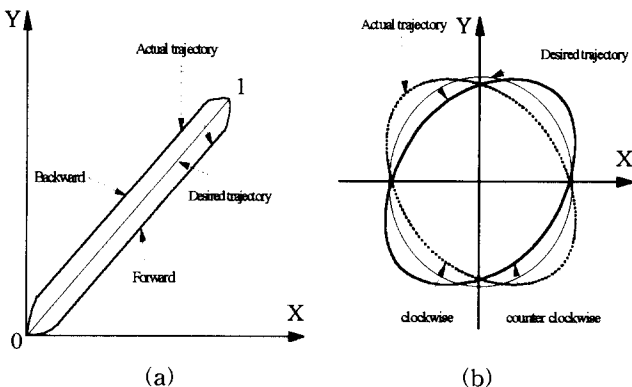


그림 1. 윤곽 오차 ($K_{vx} \neq K_{vy}$).
Fig. 1. Contour error $K_{vx} \neq K_{vy}$.

2. 외란

이송계에서 외란으로는 마찰력과 절삭력이 고려된다. 마찰력은 쿨롱 마찰과 점성 마찰로 나타낼 수 있으며, 쿨롱 마찰은 항상 움직이는 방향과 반대 방향으로 나타나는 계단 형태의 외란이고, 점성 마찰은 이송 속도의 함수로 나타나고, 이송 속도가 증가함에 따라 증가한다. 일반적으로 절삭력의 크기 F 는 피드 s 와 절삭 깊이 a 의 함수로 나타난다.

$$F = K_s s^\gamma a^\delta \quad (3)$$

여기서 K_s 는 비례 상수이고, γ 의 전형적인 값은 0.73이고, δ 는 1이다. 그리고 공구회전 속도 N 과 이송 속도 f 와의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = p N s \quad (4)$$

여기서, p 는 공구의 날 수이다. 절삭 깊이가 일정한 앤드 밀링에서는 그림 2에 나타나 있는 것처럼 절삭력이 기준 궤적과 공구의 접선에 대해 일정한 각을 가지므로 절삭력의 방향을 결정할 수 있다.

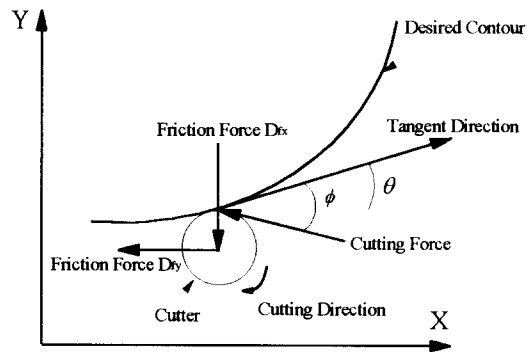


그림 2. 외란 모델.
Fig. 2. Disturbance model.

마찰력과 절삭력을 합하면 전체 외란은 공구이동 방향에 반대 방향이고, 그 크기는 이송 속도에 의해 결정되며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} D_x &= D_{fx} \operatorname{sgn}(f_x) + D_c \cos(\phi - \theta) \\ D_y &= D_{fy} \operatorname{sgn}(f_y) + D_c \sin(\phi - \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 은 signum함수이고, θ 는 X축에 대한 각도, ϕ 는 기준 궤적과 공구의 접선에 대한 각도이며, 공구 회전 속도를 일정하다고 가정할 때 절삭력에 의한 외란은 $D_c = K_c f^{0.73}$ 이 된다.

선형 경로에 대해 P 제어를 사용하고 점성 마찰을 무시할 때, 위에서 정의한 외란에 의한 정상 상태의 윤곽 오차는

$$\epsilon_{ss} = \frac{f_y D_x - D_y f_x}{\tau(1 - e^{-T/\tau}) K_p f} \quad (6)$$

이 된다. 여기서 τ 는 시정수(time constant), T 는 샘플링 주기이고, K_p 는 P 제어기의 이득이다[10].

3. 윤곽의 형태

비선형의 경로를 가공하는 경우, 예를 들어 원호 보간의 경우에 대하여 제어 루프로의 입력은

$$\begin{aligned} x &= R \cos \omega t \\ y &= R \sin \omega t \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다. 여기서, R 은 원의 반경이고, 각속도는 $\omega = f/R$ 이다. 이러한 형태의 입력이 제어 루프로 들어올 때, 각 축의 모터는 초기에 천이 부분을 가지며, 각속도 ω 의 정현파 형태로 움직인다. 이 경우 각 축의 동특성이 정확히 일치된다 하더라도 각속도 ω 의 함수로서 윤곽 오차가 발생된다. 그러므로 윤곽 오차는 각속도 ω 의 함수가 된다. Poo는 원호 보간시 X와 Y축의 특성 값들이 동일한 2차 시스템에 대한 정상 상태 윤곽 오차는 다음 식과 같이 발생함을 유도하였다[11].

$$\frac{\epsilon_{ss}}{R} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (2\xi\omega/\omega_n)^2 - 2(\omega/\omega_n)^2 + (\omega/\omega_n)^4}} \quad (8)$$

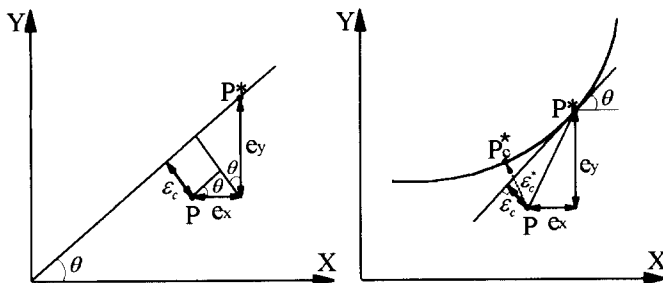
여기서, ξ 는 각 축의 감쇠율, ω_n 은 공진 주파수이다. 이와 유사한 오차가 다른 비선형 궤적에 대해서도 발생한다. 위에서 윤곽 오차의 발생 원인들에 대하여 살펴보았는데, 윤곽 오차는 이송 속도를 증가시키에 따라 증가하며, 이송 속도는 공구 회전 속도에 비례하고, 공구 회전 속도는 절삭 속도에 비례하므로 윤곽 오차는 또한 절삭 속도가 증가함에 따라 증가하게 된다. 그러므로 보다 고속, 고정밀의 가공을 위하여 효과적으로 윤곽 오차를 줄일 수 있는 보다 정밀한 제어 알고리즘이 필요하다.

III. 기존의 윤곽 오차 모델링 방법

윤곽 오차는 가공 정밀도를 결정하는 중요한 특성 값으로 기준 궤적과 현재 공구 위치와의 최단 거리로 정의된다. 상호 결합 제어를 위하여 이러한 윤곽 오차는 매 샘플링 시간마다 실시간으로 계산되어야 한다. 그러나 일반적으로 임의의 경로에 대한 윤곽 오차는 실시간으로 정확히 계산하기 어려우므로 몇 가지 근사적인 윤곽 오차 모델이 제안되었다. 다음에서 기존의 근사 윤곽 오차 모델링 방법들에 대하여 서술하였다.

1. Srinivasan의 윤곽 오차 모델링 방법

그림 3에서 X-Y 평면에 대한 Srinivasan의 윤곽 오차 모델에 대한 정의를 나타내었다[1].



(a) 직선 경로 (b) 비선형 경로

그림 3. Srinivasan의 윤곽 오차 모델.

Fig. 3. Srinivasan's contour error model. (a) linear contour, (b) nonlinear contour.

P^* 를 기준 위치, P 를 실제 위치라 하고, e_x , e_y 를 각각 X축, Y축의 추적 오차라 두고, θ 를 현재 시간에서의 X축에 대한 기준 궤적의 접선의 각도라고 하면, 기하학적인 관계에 의해 근사 윤곽 오차는

$$\epsilon_c = e_y \cos \theta - e_x \sin \theta \quad (9)$$

이 된다. 이는 현재 시간에서의 각 축의 추적 오차, 기준

궤적의 순간 기울기만 주어지면 계산이 가능하므로 가장 간단한 형태의 근사 윤곽 오차 모델이다. 그러나 이러한 윤곽 오차 모델은 직선 경로의 경우 정확한 윤곽 오차 값이 되지만, 비선형 궤적의 경우는 그림 3(b)에 나타난 것처럼 이 방법에 의한 윤곽 오차 ϵ_c 는 실제 윤곽 오차 ϵ_c^* 와는 다소 차이가 있다.

2. Koren의 윤곽 오차 모델링 방법

Koren은 임의의 경로를 부분적인 원으로 근사화하는 형태의 방법을 제시하였다[9]. 직선 윤곽을 가공할 경우에는 앞 절의 모델을 그대로 사용할 수 있다. 원호 보간의 경우 윤곽 오차는 원의 중심으로부터 실제 위치까지의 거리와 원의 반지름의 차이므로 원의 반지름을 R , (x_0, y_0) 를 원의 중심, (x, y) 를 실제 위치라 하면 아래와 같이 정의된다.

$$\epsilon_c^* = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} - R \quad (10)$$

실제 위치 (x, y) 를 기준 위치와 각 축의 추적 오차 e_x , e_y 의 함수로 표현하여, Taylor 급수 전개하면 윤곽 오차는 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_c^* = -e_x \left(\sin \theta - \frac{e_x}{2R} \right) + e_y \left(\cos \theta + \frac{e_y}{2R} \right) + H.O.T. \quad (11)$$

여기서, 윤곽 오차가 각 축의 추적 오차보다 아주 작고 각 축의 추적 오차는 원의 반지름보다 훨씬 작다면, 고차항(higher order term)은 생략 가능하다. 또한 원이 아닌 다른 비선형 경로의 경우 그림 4와 같이 부분적인 원으로 근사화할 수 있고, 각 축의 추적 오차가 그 순간의 곡률 반경보다 훨씬 작다고 가정하면 윤곽 오차는 (10)으로 근사화할 수 있고, 원에서와 같은 방법으로 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\epsilon_c = -e_x \left(\sin \theta - \frac{e_x}{2R} \right) + e_y \left(\cos \theta + \frac{e_y}{2R} \right) \quad (12)$$

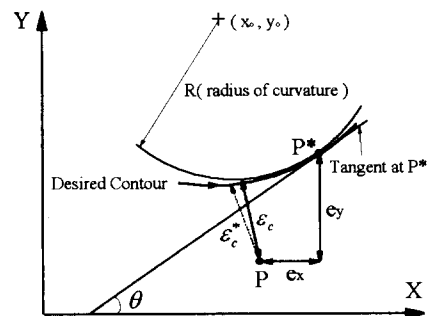


그림 4. 일반적인 경로에 대한 윤곽 오차 모델.

Fig. 4. Contour error model for a general nonlinear contour.

그림 4에서 P 는 실제 궤적의 위치, P^* 는 기준궤적의 위치, R 은 그 순간에서의 기준 경로의 곡률 반경 값이 된다.

3. Chuang의 윤곽 오차 모델링 방법

Chuang은 기준 궤적의 속도 V^* 와 실제 궤적의 속도 V 그리고 각 축의 추적 오차 e_x , e_y 로 윤곽 오차를 모델링하였다[2]. 기준 위치 벡터와 실제 위치 벡터를 P^* 와 P 라하고, P 에서 가장 가까운 기준 궤적 위의 위치를 P_c^* 라 하면, 윤곽 오차 벡터는

$$E_c = P_c^* - P = \begin{bmatrix} \dot{p}_{cx}^* \\ \dot{p}_{cy}^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \end{bmatrix} \quad (13)$$

이 된다. 또한 P^* 와 P 에 대한 평균 단위 속도 벡터 \bar{V} 는

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} \bar{v}_x \\ \bar{v}_y \end{bmatrix} = \frac{(\dot{P}^* + \dot{P})}{\|(\dot{P}^* + \dot{P})\|} \quad (14)$$

이며, 위치 오차 벡터를 E 라 하면 그림 5에서 윤곽 오차는 다시

$$E_c = E - (P^* - P_c^*) \quad (15)$$

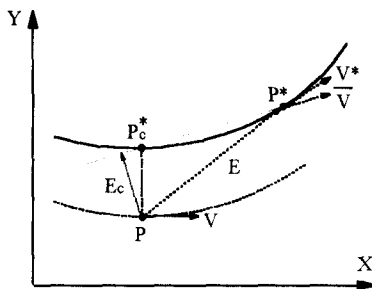


그림 5. Chuang의 윤곽 오차 모델.
Fig. 5. Chuang's contour error model.

으로 표현할 수 있다. 그리고 P^* 에서 P_c^* 로의 천이 시간을 Δt 라 정의하고, ν 를 \dot{P}^* 와 \dot{P}_c^* 의 평균속도 벡터라 정의하면 (15)는 아래와 같이 근사화할 수 있다.

$$E_c \approx E - \nu \Delta t \quad (16)$$

여기서, P_c^* 와 \dot{P}_c^* 는 실제로 알 수 있는 값이 아니므로 이를 측정 가능한 양인 P 와 \dot{P} 으로 대체하면, ν 는 아래와 같이 근사화할 수 있다.

$$\nu \approx \begin{bmatrix} \bar{v}_x \\ \bar{v}_y \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$v_{ave} = \|(\dot{P}^* + \dot{P})/2\|$$

여기서, 이고, (17)을 (16)에 대입하면

$$E_c = \begin{bmatrix} e_{cx} \\ e_{cy} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} e_x - v_{ave} \bar{v}_x \Delta t \\ e_y - v_{ave} \bar{v}_y \Delta t \end{bmatrix} \quad (18)$$

이 된다. 여기서, $\|E_c\|$ 를 최소화하는 Δt 의 값을 결정하기 위해 $\partial \|E_c\| / \partial \Delta t = 0$ 를 풀면

$$\Delta t = (e_x \bar{v}_x + e_y \bar{v}_y) / v_{ave} \quad (19)$$

이 된다. 최종적으로 이를 (18)에 대입하면 윤곽 오차 벡터는

$$E_c = \begin{bmatrix} e_{cx} \\ e_{cy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{v}_y (e_x \bar{v}_y - e_y \bar{v}_x) \\ -\bar{v}_x (e_x \bar{v}_y - e_y \bar{v}_x) \end{bmatrix} \quad (20)$$

이며, 이러한 윤곽오차의 크기를 ϵ_c 라 정의하면

$$\epsilon_c = \|E_c\| = e_x \bar{v}_y - e_y \bar{v}_x \quad (21)$$

이 된다.

IV. 제안한 윤곽 오차 모델링 방법

위에서 살펴본 기존의 윤곽 오차 모델링 방법들의 특징을 정리하면 다음과 같다. Srinivasan의 방법은 가장 간단한 형태의 윤곽 오차 모델링 방법이고, 일반적인 궤적에 모두 적용 가능하지만 실제 윤곽 오차와는 다소 차이가 있다. Koren의 방법은 각 샘플링 시간마다 그 궤적을 원으로 근사화하고, 그 원에 해당하는 곡률 반경을 구해야만 하는데, 이 반경을 구하기 위한 일반적인 식이 없고, 이렇게 해서 찾은 윤곽 오차 또한 실제 윤곽 오차와는 차이가 있다. Chuang은 윤곽 오차를 구하기 위해 평균 단위 속도를 사용하였다. 하지만 코너 가공과 같은 불연속적인 궤적을 기준 궤적으로 사용하는 경우, 코너에서의 기준 궤적의 속도를 구할 수 없고, 윤곽 오차의 정밀도가 각 축의 제어기의 제어 성능에 따라 달라진다는 단점이 있다. 따라서 아래에서는 이러한 기존의 윤곽 오차 모델링 방법들의 단점을 보완한 새로운 윤곽 오차 모델링 방법을 제안한다.

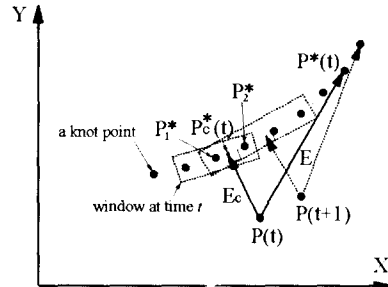


그림 6. 제안한 윤곽 오차 모델.
Fig. 6. The proposed contour error model.

CNC 공작 기계에서 임의의 곡선 가공시 인터폴레이터(interpolator)는 주어진 곡선을 보간하여 매 샘플링 시간마다 노트 포인트(knot point)를 생성하고, 이 점들 사이는 직선으로 간주하여 기준 궤적을 생성한다(그림 6 참조). 따라서 각 보간 주기 사이는 선형으로 근사화할 수 있다. 그림 6의 경우를 예로 들어 제안하는 방법을 설명하면, CNC 공작 기계의 X-Y 테이블은 시간 지연 양이 존재하므로, 항상 기준 궤적의 현재 위치인 $P^*(t)$ 에서 시간 지연 양만큼 지연된 위치인 $P(t)$ 가 실제 위치가 된다. 따라서 현재 순간의 위치인 $P(t)$ 에서 기준 궤적의 과거의 점들과의 거리가 가장 짧은 두 점이 존재하게 된다. 이 두 점을 각각 P_1^* 와 P_2^* 라 놓으면, 윤곽 오차 벡터 E_c 는 $P(t)$ 와 두 점 사이의 임의의 점인 $P_c^*(t)$ 와 가장 가까운 거리 벡터로써 정의할 수 있다.

현재 위치와 가장 가까운 두 점을 찾기 위해 기준 궤적 위의 많은 점들과 거리를 계산하게 되면 계산 시간이 많이 소요될 우려가 있으므로, 가변 윈도우를 이용한 방법을 사용한다. 즉, 적당한 크기의 윈도우를 정의해서 기준 궤적의 과거 값을 메모리에 저장하고, 현재 순간의 실제 궤적의 위치와의 거리를 구하면, 기준 궤적의 과거 데이터들 중에서 거리가 가장 짧은 두 점을 찾을 수 있다. 다음 순간의 실제 위치를 $P(t+1)$ 이라 하면, 이 순간의 윈도우의 시작은 그림 6에 나타낸 것처럼 P_1^* 이고, 이

점에서부터 현재 위치까지의 거리를 구해보면, 거리는 계속 줄어들다가 다시 증가하게 된다. 따라서 윈도우의 끝은 거리가 다시 증가하는 점이 된다. 이와 같이 윈도우를 반복적으로 새로이 정의함으로써 계산 양을 최소화하고 실행 시간을 줄일 수 있다. 실제 위치와 가장 가까운 두 점 P_1^* 와 P_2^* 를 찾기 위한 알고리즘은 아래와 같다.

단계 0 : (초기 화 단계) 이 알고리즘에서는 현재 순간의 실제 위치 $P(t)$ 와 기준 궤적 위의 점들과의 거리 $dist$ 를 계산하고, 이 거리의 변화 Δd 를 보고 가장 가까운 두 점 P_1^* 와 P_2^* 를 찾아내는데, 가공 시작 시간인 $t = 0$ 와 그 다음 시간인 $t = T$ 일 때는 비교할 대상이 없기 때문에 거리의 변화 Δd 를 구할 수 없으므로 초기에 P_1^* 와 P_2^* 는

$$P_1^* = P_2^* = P^*(0) \quad , \text{ if } t = 0$$

$$P_1^* = P^*(0) \quad , \quad P_2^* = P^*(T) \quad , \text{ if } t = T$$

가 된다. 여기서 T 는 샘플링 시간이다. 그리고 $k = 1$ 을 메모리에 저장한다. k 는 P_1^* 가 메모리에 저장되어 있는 위치를 가리킨다.

단계 1 : 현재 순간 t 에서 기준 궤적의 위치 $P^*(t)$ 를 메모리에 저장한 다음 $t-1$ 시간에서의 k 를 읽어들이고, $k = k+1$ 한 다음, 실제 위치와의 거리를 구한다.

$$dist(k) = \| P^*(k) - P(t) \|$$

단계 2 : k 를 감소시켜서 거리를 구하고 거리의 변화를 계산한다.

$$k = k - 1$$

$$dist(k) = \| P^*(k) - P(t) \|$$

$$\Delta d = dist(k+1) - dist(k)$$

단계 3 : 거리의 변화 $\Delta d \geq 0$ 이면, 단계 2로 가고, 그렇지 않으면 단계 4로 간다.

단계 4 : 거리의 변화 Δd 가 음이 되었으므로 실제 위치와 가장 가까운 점은 $P^*(k+1)$ 이 되고, 그 다음으로 가까운 점을 찾으려 한다. $dist(k) < dist(k+2)$ 이면 단계 5로 가고, 아니면 단계 6으로 간다.

단계 5 : P_1^* 와 P_2^* 에 가장 가까운 두 점을 대입하고, P_1^* 가 메모리에 저장되어있는 위치 k 를 저장하고 끝낸다.

$$P_1^* = P^*(k+1)$$

$$P_2^* = P^*(k)$$

$$k = k+1$$

단계 6 : P_1^* 와 P_2^* 에 가장 가까운 두 점을 대입하고, P_1^* 가 메모리에 저장되어있는 위치 k 를 저장하고 끝낸다.

$$P_1^* = P^*(k+2)$$

$$P_2^* = P^*(k+1)$$

$$k = k+2$$

이 알고리즘은 기준 궤적의 과거 값을 저장하고 이 값들과 현재 위치간의 거리를 구한 다음 거리의 변화를 보고 거리의 변화가 존재하면, 그 때의 k 값을 저장하고 현

재 위치와 가장 가까운 두 점인 P_1^* 와 P_2^* 를 찾아내는 것이다. 따라서 천이 상태에서는 매 순간마다 윈도우의 크기는 변화하지만, 시스템이 정상 상태로 들어섬에 따라 윈도우의 크기는 3으로 고정된다. 이 알고리즘을 실제 시스템에 구현하려면, 무수적인 메모리를 필요로 한다.

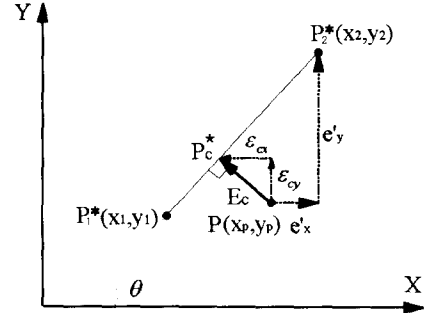


그림 7. 두 점과 윤곽 오차와의 관계.

Fig. 7. The relation between two points on the reference contour and a contour error.

이렇게 해서 찾은 두 점 사이는 다시 그림 7로 나타낼 수 있으며, 이로부터 윤곽 오차를 계산하는 방법은 다음과 같다. 그림 7에서 θ 는 매 보간 주기마다 계산해야 할 값으로써

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \quad (22)$$

이며, e_x' 은 $P(t)$ 와 P_2^* 의 X축의 오차 양이고, e_y' 은 Y축의 오차 양이다. 그러므로 기하학적인 모양에 의해 현재 순간의 윤곽 오차 벡터 E_c 는

$$E_c = \begin{bmatrix} \epsilon_{cx} \\ \epsilon_{cy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x' \\ e_y' \end{bmatrix} \quad (23)$$

이 되며, 윤곽 오차는

$$\epsilon_c = \text{sgn}(x_2 - x_1) \| E_c \| = \begin{cases} e_y' \cos \theta - e_x' \sin \theta & , \text{ if } x_2 \geq x_1 \\ e_x' \sin \theta - e_y' \cos \theta & , \text{ if } x_2 < x_1 \end{cases} \quad (24)$$

이 된다. 여기서 $\text{sgn}(\cdot)$ 은 signum 함수를 의미한다. 따라서 제안한 윤곽 오차 모델링 방법을 사용할 경우는 실제 위치와 가장 가까운 기준 궤적의 위치인 P_1^* 와 P_2^* 만 알면, 윤곽 오차를 계산할 수 있으므로 임의의 기준 궤적에 대해 모두 사용할 수 있다.

V. 상호 결합 제어기의 구성

현재 CNC 공작 기계에서 일반적으로 사용되는 서보 축 제어기의 형태는 그림 8의 점선 부분을 제외한 구조와 같이 상호간의 연결이 전혀 없는 형태로 각각의 축에 대하여 설계된다. 즉 각 서보 축은 완전히 분리된 각각의 단일 입·출력 시스템으로 간주된다. 이러한 각각의 분리된 단일 입·출력 제어 구조에 상호 결합 제어기를 병렬로 부가하여 윤곽 정밀도를 향상시키기 위한 제어 구조가 제안되었으며 [5], X, Y 두 축에 대한 상호 결합 제어 구조는 그림 8과 같다.

그림 8에서 윤곽 오차 ϵ_c 는 매 샘플링 시간마다 실시한

으로 계산되어야 하며, 상호 결합 제어를 위한 케환양이다. 그 값은 일반적인 비선형 경로를 가공하는 경우 정확히 계산하기 어렵다. 따라서 이를 위한 몇 가지 근사 모델링 방

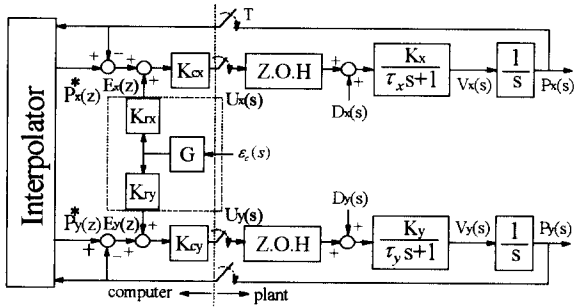


그림 8. 상호 결합 제어기의 구성.

Fig. 8. Block diagram for the cross-coupled control.

법들이 제안되었으며, 이러한 근사 윤곽 오차 모델이 얼마나 실제 윤곽 오차를 정확히 표현하는가 하는 것이 상호 결합 제어기의 제어 성능을 좌우하게 된다. 그림 8에서 Z·O·H는 zero-order hold이고, K_{cx} 와 K_{cy} 는 각 축의 제어기 이득이고, D_x 와 D_y 는 부하 외란, G 는 상호 결합 제어 이득, P_x^* 와 P_y^* 는 기준 궤적의 위치, P_x 와 P_y 는 X-Y 테이블의 실제 위치이고, 상호 결합 제어기는 윤곽 오차를 입력으로 받아들이고 이를 각 축의 성분으로 분리하고 각 축의 제어기로 넣어줌으로써 효과적으로 윤곽 오차를 줄이는 역할을 한다.

K_{rx} 과 K_{ry} 는 계산된 윤곽 오차 값을 X, Y 성분으로 분리시키기 위한 시변 이득 값으로써, 각각의 윤곽 오차 모델링 방법에 따라 다르게 결정되며, 표1과 같다. 표 1에서 Srinivasan의 방법에서의 θ 와 제안한 방법에서의 θ 는 서로 다른 값이다. Srinivasan의 방법에서 θ 는 현재 순간의 기준 궤적의 접선과 X축이 이루는 각도를 의미하고, 제안한 방법에서의 θ 는 현재 위치와 가장 가까운 기준 궤적 위의 두 점이 X축에 대하여 이루는 각도를 의미한다.

표 1. 각각의 윤곽오차 모델링 방법에 따른 K_{rx} 과 K_{ry} .
Table 1. K_{rx} and K_{ry} on each contour error modeling method.

	Srinivasan	Koren	Chuang	Proposed Method
K_{rx}	$-\sin \theta$	$-\sin \theta + \frac{e_x}{2R}$	$-\frac{v_y}{v_x}$	$-\sin \theta$
K_{ry}	$\cos \theta$	$\cos \theta + \frac{e_y}{2R}$	$-\frac{v_x}{v_y}$	$\cos \theta$

VI. 모의 실험

윤곽 오차 모델링 방법과 상호 결합 제어기의 제어 성능과의 상관 관계를 분명히 하고 제안한 윤곽 오차 모델링 방법의 타당성을 검토하기 위하여 CNC 공작 기계의 X-Y 서보 축의 모델을 대상으로 모의 실험을 수행하였다. 각 축의 플랜트 모델은 포화기, 마찰력 등의 비선형 요소를 포함한다.

그리고 3장과 4장에서 서술한 4가지 윤곽 오차 모델링 방법들을 사용하여, 6.1절에서는 제안한 방법이 실제 윤곽 오차를 얼마나 잘 근사화하는지 알아보기 위하여 그림 8의 구조에서 상호 결합 제어기(점선 부분)가 없는 상

태에서 모의 실험을 수행하였고, 6.2절에서는 제안한 방법과 기존의 방법들을 이용하여 다양한 기준 경로에 대해 상호 결합 제어를 수행하고, 그 결과를 비교하였다.

표 2. 모의 실험에 사용한 시스템 파라미터.

Table 2. The system parameters used in simulations.

	Controller gains		Open loop gains	Disturbances	Frictions	Time constants	Sampling time
	K_p	K_d	$K(s^{-1})$	D_c	$D_f(N)$	$\tau(msec)$	$T(msec)$
X-axis	5	0.1	10.0	0.1	0.2	45	1
Y-axis			11.5	0.1	0.3	65	

그리고 샘플링 시간 T 를 $1ms$ 로 함으로써 실제 시스템에서 보간할 때의 조건과 유사하게 하였다. 모의 실험에 사용한 CNC 공작 기계의 X-Y 서보 축은 그림 8의 구조에서 전류 제어 루프가 포함된 구조이고, 마찰, 외란 등의 비선형성을 포함하는 시스템 파라미터는 표 2에 나타났다.

1. 기존의 윤곽 오차 모델링 방법들과의 비교

3장과 4장에서 기존의 몇 가지 윤곽 오차 모델링 방법들과 제안하는 방법에 대하여 서술하였다. 이러한 근사 모델들은 비선형 경로를 표현하는데 있어 서로 다른 특성을 가지며 이러한 모델들이 실제 윤곽 오차를 얼마나 잘 표현하는가하는 것이 상호결합 제어시 윤곽 정밀도를 결정하게 된다. 이 절에서는 몇 가지 비선형 경로에 대하여 본 논문에서 제안한 윤곽 오차 모델과 기존의 윤곽 오차 모델들을 실제 윤곽 오차와 비교하였다.

그림 9는 반지름이 10mm인 원을 $62(mm/sec)$ 의 이송 속도로 가공하는 경우 각각의 방법들에 대한 비교 결과이다.

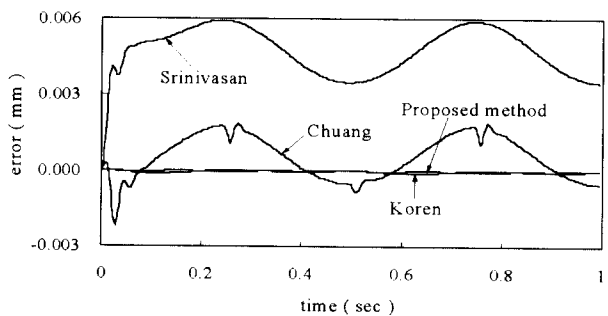


그림 9. 원에 대한 각 모델의 윤곽 오차와 실제 윤곽 오차간의 차이의 비교.

Fig. 9. The comparison of differences of the approximated errors of each model and a real contour error for a circular contour.

표 3. 원에 대한 실제 윤곽오차와 각 모델의 윤곽 오차간의 차이.

Table 3. The differences between a real contour error and the approximated errors of each model for a circular contour.

	Srinivasan	Koren	Chuang	Proposed Method
$E_{peak}(mm)$	0.0059	0.00014	0.0022	0.000063
$E_{ISE}(mm^2)$	0.0233	0.0000037	0.00054	0.0000016

이 경우 Srinivasan과 Chuang의 모델은 실제 윤곽 오차와는 다소 큰 차이를 보이며, Koren의 모델과 제안하는 모델은 실제 윤곽 오차를 거의 유사하게 표현함을 알 수 있다. Koren의 모델은 원의 경로를 기준으로 유도되었으므로 원의 경우 상대적으로 보다 정확하게 윤곽 오차를 나타남을 알 수 있다. 그러나 Koren의 방법도 II장의 (12)의 근사 모델을 사용하였고, (11)에서 (12)로의 두 가지 근사화 조건을 어느 정도 만족하느냐에 따라서 윤곽 오차의 정밀도는 달라지게 된다. 즉, 제어기의 성능에 따라 Chuang의 방법만큼 윤곽 오차의 정밀도가 큰 차이가 나타내는 것은 아니지만, 어느 정도 차이가 발생하게 된다. 그러나 제안한 방법에 의해 구한 윤곽 오차와 실제 윤곽 오차간의 차이의 최대 값은 제어기의 성능에 상관없이 일정하게 나타나게 된다. 그림 9는 상호 결합 제어를 사용하지 않은 경우에 대한 비교인데, 이 경우 윤곽 오차와 추적 오차간의 차이는 크지 않으며, 이러한 사실은 (11)에서 (12)로 근사화할 수 있는 첫 번째 조건을 만족하지 않게 된다. 따라서 (11)의 고차항은 무시할 수 없을 정도의 크기를 가지며, 실제 윤곽 오차와 근사 윤곽 오차간의 차이는 크게 된다. 따라서 그림 9에서 비교한 것처럼 제안한 방법에 의해 구한 윤곽 오차 계산 방법이 Koren의 방법보다 좋은 결과를 줄 수 있다. 그리고 표 3에는 이 경우에 대한 실제 윤곽 오차와 각 모델들의 윤곽 오차간의 차이를 나타내었다. 여기서 E_{peak} 는 윤곽 오차 모델과 실제 값과의 가장 큰 차이를 나타내고, E_{ISE} 는 윤곽 오차 모델과 실제 값과의 차이의 제곱을 합한 값을 의미한다.

그림 10과 표 4는 포물선 $y = ax^2$ 의 $50(mm/sec)$ 경로에 대한 비교 결과이며, 여기서 이송속도는 이고, $a = 2$ 를 사용하였다.

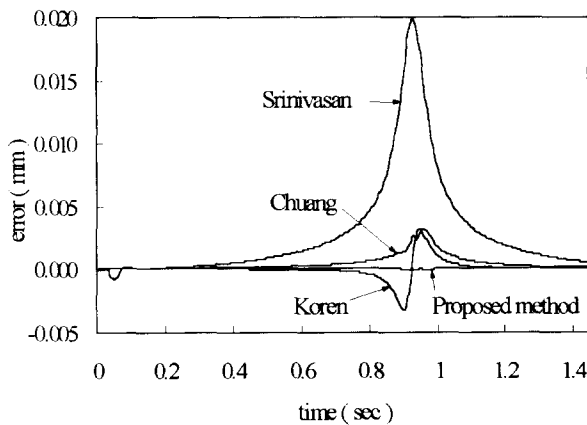


그림 10. 포물선에 대한 각 모델의 윤곽 오차와 실제 윤곽 오차간의 차이의 비교.
Fig. 10. The comparison of differences of the approximated errors of each model and a real contour error for a parabolic contour.

이 경우 기존의 윤곽 오차 모델들은 실제 윤곽 오차와 다소 차이가 있지만 제안하는 윤곽 오차 모델은 실제 윤곽 오차와 거의 같다. 실제 윤곽 오차는 원래 CNC 공작 기계로 가공시에는 가공후 가공물의 윤곽으로부터 바로 알 수 있으나, 모의 실험에서는 바로 알 수가

없으므로 본 논문에서는 MATLAB의 최적화 알고리즘을 이용해서 구하였다. 위의 모의 실험을 통해 제안하는 윤곽 오차 모델은 기준 경로의 형태에 관계없이 실제 윤곽 오차를 거의 정확히 계산해 낼 수 있음을 알 수 있다.

표 4. 포물선에 대한 실제 윤곽 오차와 각 모델의 윤곽 오차의 차이.

Table 4. The differences between a real contour error and the approximated errors of each model for a parabolic contour.

	Srinivasan	Koren	Chuang	Proposed Method
$E_{peak}(mm)$	0.0199	0.0033	0.0032	0.00085
$E_{ISE}(mm^2)$	0.0304	0.00067	0.00073	0.0000011

2. 윤곽 오차 모델들을 상호 결합 제어에 적용시 성능 비교

먼저 X축에 대하여 45° 기울어진 직선 경로를 $44(mm/sec)$ 의 이송 속도로 가공하는 경우에 대하여 모의 실험을 수행하였고, 상호 결합 제어기 이득 G 의 변화에 따른 윤곽 오차의 변화를 그림 11에 나타내었다.

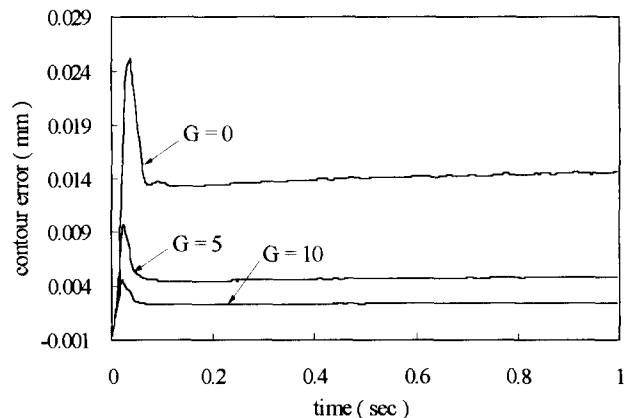


그림 11. 직선 경로에 대한 모의 실험 결과.
Fig. 11. Simulation results for a linear contour.

여기서 $G = 0$ 는 각 축의 추적 제어기만을 사용하는 경우를 의미하며, 상호 결합 제어를 부가함으로써 윤곽 오차를 크게 줄일 수 있음을 알 수 있다. 이러한 직선 보간의 경우는 4가지 윤곽 오차 모델이 모두 실제 윤곽 오차를 나타내므로 모델에 따른 제어 성능의 차이는 나타나지 않는다.

다음으로, 반지름이 10mm인 원의 경로를 $62(mm/sec)$ 의 이송 속도로 가공하는 경우에 대한 모의 실험을 수행하였다. 이러한 비선형 경로의 경우 상호 결합 제어에 이용되는 윤곽 오차 모델에 따라 성능의 차이가 나타나게 되며, 각각의 모델을 이용한 경우에 발생하는 실제 윤곽 오차를 그림 12와 표 5에 나타내었다.

여기서 ϵ^* 는 실제 윤곽 오차를 의미하고 ϵ_{ISE}^* 와 ϵ_{peak}^* 는 실제 윤곽 오차의 최고치와 실제 윤곽 오차의 제곱의 합을 의미한다. 다른 모델들에 비하여 Koren의 모델과 제안하는 모델을 이용하는 경우가 상대적으로 우수한 윤곽 제어 성능을 보여 준다. 이는 두 모델이 실제 윤곽 오차를 보다 정확히 표현하기 때문이다.

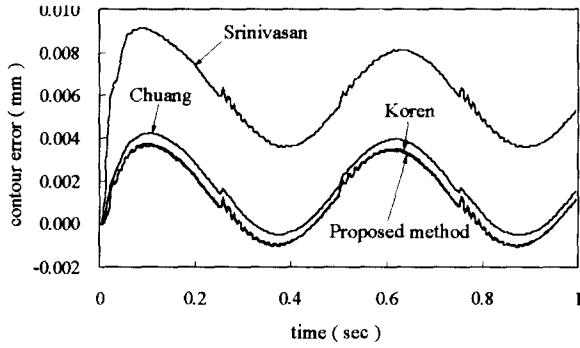


그림 12. 원호 보간시 각 모델을 이용한 모의 실험 결과.
Fig. 12. Simulation results of each model for a circular contour.

표 5. 원호 보간시 각 모델을 이용한 실제 윤곽 오차의 비교.

Table 5. Comparison of real contour errors of each model for a circular contour.

	Srinivasan	Koren	Chuang	Proposed Method
$\epsilon_{peak}^*(mm)$	0.0092	0.0037	0.0042	0.0037
$\epsilon_{ISE}^*(mm^2)$	0.039	0.004	0.0055	0.0039

표 6. 포물선 가공시 각 모델을 이용한 실제 윤곽의 비교.

Table 6. Comparison of real contour errors of each model for a parabolic contour.

	Srinivasan	Koren	Chuang	Proposed Method
$\epsilon_{peak}^*(mm)$	0.02	0.0049	0.0048	0.002
$\epsilon_{ISE}^*(mm^2)$	0.0299	0.0011	0.0015	0.00024

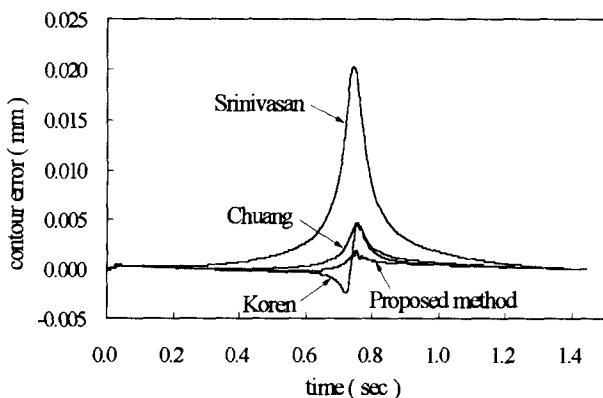


그림 13. 포물선 가공시 각 모델을 이용한 모의 실험 결과.

Fig. 13. Simulation results of each model for a parabolic contour.

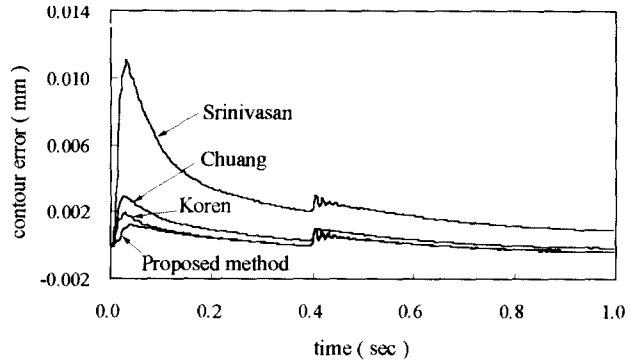


그림 14. 인볼루트 보간시 각 모델을 이용한 모의 실험 결과.

Fig. 14. Simulation results of each model for an involute contour.

표 7. 인볼루트 보간시 각 모델을 이용한 실제 윤곽 오차의 비교.

Table 7. Comparison of real contour errors of each model for an involute contour.

	Srinivasan	Koren	Chuang	Proposed Method
$\epsilon_{peak}^*(mm)$	0.0112	0.002	0.0029	0.0012
$\epsilon_{ISE}^*(mm^2)$	0.0129	0.00029	0.0079	0.00019

마지막으로 포물선과 기어 등 기계 부품의 형상 곡선 가공에 사용되는 인볼루트 곡선의 경로를 포물선은 50 (mm/sec) 의 이송 속도로 인볼루트 곡선은 31 (mm/sec) 의 이송 속도로 가공하는 경우에 대하여 모의 실험을 수행하였고, 그 성능 비교 결과를 그림 13과 그림 14 그리고 표 6과 표 7에 나타내었다. 이 모의 실험에서도 실제 윤곽 오차는 6.1절에서 사용한 방법과 동일한 방법으로 구하였다.

제안하는 모델은 포물선, 인볼루트 곡선 등과 같이 곡률 반경이 계속해서 변화하는 경로의 경우에도 실제 윤곽 오차를 정확히 계산해내므로 다른 3가지 모델을 이용한 경우에 비하여 우수한 윤곽의 제어 성능을 보여준다.

위의 모의 실험의 결과에서 알 수 있듯이 상호 결합 제어기는 윤곽 오차 모델에 따라 제어 성능이 크게 달라진다. 따라서 일반적인 비선형 경로의 경우에까지 실제 윤곽 오차를 보다 정확히 계산해내는 제안하는 모델을 사용함으로써 보다 좋은 윤곽 제어 정밀도를 얻을 수 있다.

VII. 결론

본 논문에서는 CNC 공작 기계의 보다 정밀한 윤곽 제어를 위하여 새로운 윤곽 오차 모델링 방법을 제안하였다. 기존의 윤곽 오차 모델링 방법들에 비해 제안한 방법은 원호, 포물선, 인볼루트 곡선 등 일반적인 비선형 곡선 경로에 대해서도 실제 윤곽 오차를 보다 정확히 계산해냄을 모의 실험을 통해 검증하였으며, 상호 결합 제어 시 제어 성능도 우수함을 확인하였다. 이를 통하여 윤곽 오차 모델링 방법과 상호 결합 제어기의 성능은 밀접한 상관 관계가 있음을 확인했다. 또한 지금까지는 일반성이 부족하거나 정밀도가 다소 뒤진 윤곽 오차 모델링 방

법을 이용한 상호 결합 제어기를 사용했기 때문에 실제 플랜트에서 제어기 역할을 충분히 소화해내지 못하였지만, 제안한 윤곽 오차 모델링 방법은 이러한 문제들을 해결했으므로 실제 플랜트에서 그 역할을 충분히 발휘할 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

[1] K. Srinivasan and P. K. Kulkarni, "Cross-coupled control of biaxial feed drive servomechanisms," *ASME Trans., J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 112, no. 2, pp. 225-232, June, 1990.

[2] H. Y. Chuang and C. H. Liu, "Techniques in cross-coupled digital adaptive feedrate control for multi-axis machine tools," *Control and Dynamic Systems*, vol. 72, pp. 265-301, September, 1996.

[3] H. Z. Bin, K. Yamazaki and M. F. DeVries, "A microprocessor-based control scheme for the improvement of contouring accuracy," *Annals of the CIRP*, vol. 32, no. 1, pp. 275-279, 1983.

[4] M. Tomizuka, "Zero phase error tracking algorithm for digital control," *ASME Trans. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 109, pp. 65-68, 1987.

[5] 전기준, 이현철, 장준오, 김동현, 신필재, "신경회로망을 이용한 CNC 두 서보축의 동기제어에 관한 연

구," 제어계측신기술연구센터 하계 워크샵, pp. 111-118, 1996.

[6] Y. Koren, "Cross-coupled biaxial computer control for manufacturing systems," *ASME Trans. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 102, no. 4, pp. 265-272, Dec., 1980.

[7] R. Danbury and M. Jenkinson, "Synchronized servomechanisms - the scalar-field approach," *IEE Proc. Control Theory Appl.*, vol. 141, no. 4, pp. 261-273, July, 1994.

[8] P. R. Moore and C. M. Chen, "Fuzzy logic coupling and synchronized control of multiple independent servo-drives," *Control Eng. Practice*, vol. 3, no. 12, pp. 1697-1708, 1995.

[9] Y. Koren and C. Lo, "Variable-gain cross-coupling controller for contouring," *Annals of the CIRP*, vol. 104, pp. 371-374, Aug., 1991.

[10] Y. Koren and C. C. Lo, "Advanced controllers for feed drives," *Annals of the CIRP*, vol. 41, no. 2, pp. 689-699, 1992.

[11] A. N. Poo, J. G. Bollinger, and G. W. Younkin, "Dynamic errors in type 1 contouring systems," *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. IA-8, no. 4, July, 1972.



주 정 홍

1971년 3월 19일생. 1995년 창원대학교 전자공학과 졸업. 1996년 ~ 현재 경북대학교 전자공학과 석사과정 재학중. 주관심분야는 CNC 제어기, 지능제어.



이 현 철

1969년 4월 8일생. 1991년 경북대학교 전자공학과 학사. 동대학원 석사(1993). 1993년 ~ 현재 서울대학교 제어계측신기술연구센터 연구원, 1995년 ~ 현재 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정, 주관심분야는 CNC 제

어기, 지능제어, 자율주행로봇.

이 연 정

제어·자동화·시스템공학회 논문지 제 2권 제 1호 참조.

전 기 준

제어·자동화·시스템공학회 논문지 제 2권 제 1호 참조.