

# 퍼지 결정법을 적용한 유도전동기의 최적 설계

박정태

현대중공업 (주) 마북리연구소 전력전자연구팀  
경기도 용인시 구성면 마북리 80-10, 449-910

정현교

서울대학교 전기공학부 전기역학 연구실  
서울특별시 관악구 신림 9동 산 56-1, 151-742

(1997년 3월 11일 받음, 1997년 4월 15일 최종수정본 받음)

본 논문에서는 퍼지결정법을 적용한 유도전동기의 최적설계 방법을 제시하였다. 이 방법은 설계자의 경험, 관점, 판단을 반영할 수 있을 뿐만 아니라 다목적 최적설계에 쉽게 적용가능하다. 특성 해석방법은 등가 자기회로법이며, 설계방법은 기존 설계법 중의 하나인  $D^2L$  법에 퍼지 결정법과 최적화 루틴을 결합하였다. 사용한 최적화 알고리즘은 확률론적 최적화기법인 (1+1) Evolution Strategy (ES)를 이용하였다. 제안된 알고리즘은 유도전동기의 무게최소화와 동시에 주요 동작점에서의 효율, 역률을 최대화 설계하는 다중목적 최적설계에 적용되었다.

## I. 서 론

전동기의 설계시에 많은 평가지수가 있는데 이들은 대개 서로 모순된다. 예를 들면 높은 효율이 요구되면 전동기의 크기가 커져야 하며 따라서 가격이 증가해야 한다. 만약 낮은 가격이 중요하다면 다른 성능들은 저하되어야 한다. 퍼지 개념은 이러한 어려움을 쉽게 해결할 수 있으며, 이러한 퍼지 개념의 정량화는 최적화를 위해 퍼지 수학에 의존해야 한다.

전동기 설계가 제대로 잘되었는지 아닌지는 어느정도 설계자의 경험, 관점과 판단에 의존한다. 그러나 이러한 것들은 퍼지적 요소 때문에 쉽게 정량화 되기 어렵다. 따라서 이러한 퍼지적 요인들이 퍼지 수학으로 표현될 때에만 설계의 최적화에 잘 적용될 수 있을 것이다.

본 논문에서는 먼저 유도전동기의 설계법을 설명하고 다음에 퍼지 결정법을 요약한다. 마지막으로 퍼지 결정법과 결합된 설계기법을 사용하여 유도전동기를 최적화 설계한다. 최적설계를 위해 사용한 최적화 기법은 (1+1) Evolution Strategy (ES)를 사용한다.

## II. 유도전동기 설계

전동기 설계는 자기 및 전기 등가회로로부터 얻어진 특성식과 설계식을 이용하여 이루어진다. 전동기의 설계 방법은 크게 나누어 장하분배법과  $D^2L$  법(D는 고정자 내경, L은 축방향길이)이 있는데 이들 방법은 근본적인 원리는

차이가 없고, 단지 계산순서와 수순에 차이가 있을 뿐이다.  $D^2L$  법에서는 먼저 치수비를 결정하여 설계를 진행하는데, 즉  $D^2L$  값과 토크와의 비를 출력계수라 하는데, 이 값은 전동기의 종류와 용량에 따라 주어진 통계자료를 이용하여 구하고, 적절한 치수비를 선정하여 설계를 진행한다. 장하의 값은 출력계수의 통계자료로부터 예측한다.

장하의 값과 치수비가 결정되면 설계식을 이용하여 세부 치수를 결정하고, 특성을 계산하여 전동기의 성능을 평가한다.

본 논문에서는 Veinott [3] 설계과정을 적용하여 유도전동기의 기본설계를 한 후 퍼지 결정법과 최적화기법을 도입하여 최적화 설계를 한다. Veinott 방법은  $D^2L$  법과 유사한 방법이며 단지 다른 점은 고정자 내경을 사용하지 않고 고정자 외경을 사용하여 전동기의 체적을 구하는 것뿐이다. Veinott의 방법은 프로그래밍하기 쉽게 되어 있고, 특히 소형 전동기의 설계시 매우 유용하다. Fig. 1에

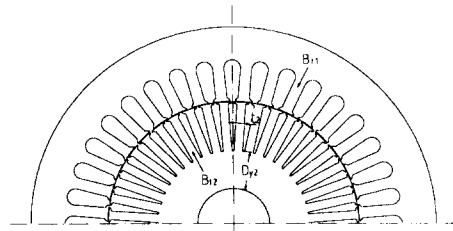


Fig. 1. Cross section of the induction motor.

유도전동기의 단면도를 나타내었다. 회전자의 슬롯형태는 사다리꼴을 사용하고 슬롯 개구부를 반케형으로 했다.

### III. 퍼지 결정법

Bellman과 Zadeh는 퍼지와 관련된 세가지 기본 개념을 소개했는데 퍼지 목적, 퍼지 제약조건 그리고 퍼지 결정법이다. 그리고 이러한 개념을 퍼지적 요소가 있는 의사 결정 프로세서에 적용하려는 연구를 하였다.

$X$ 는 고려하고 있는 의사결정 문제의 해를 포함하는 설계변수의 집합이다. 퍼지 목적 집합  $G$ 는 다음과 같은 멤버십 함수로 규정되는 퍼지 집합이다.

$$\mu_G : X \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

퍼지 제약조건 집합  $C$ 는 다음과 같은 멤버십 함수를 갖는  $X$ 상의 퍼지집합이다.

$$\mu_C : X \rightarrow [0, 1] \quad (2)$$

퍼지 목적과 퍼지제약이 동시에 만족되어야만 하는 것을 깨달은 Bellman과 Zadeh(1970)는 퍼지목적 집합  $G$ 와 퍼지 제약조건 집합  $C$ 와의 교집합을 퍼지 결정집합  $D$ 로 정의 하였다.

좀더 명확히 하면, Bellman과 Zadeh의 퍼지 결정 집합은 집합  $X$ 위의 퍼지집합  $D$ 로 다음과 같이 정의된다.

$$D = G \cap C \quad (3)$$

그리고 다음과 같은 멤버십 함수로 표현된다. 즉,

$$\mu_D(x) = \min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \quad (4)$$

그리고 퍼지 최대화 결정법은 다음과 같이 정의된다.

$$\max_{x \in X} \mu_D(x) = \max_{x \in X} \min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \quad (5)$$

보다 일반적으로 표현하면,  $k$  개의 퍼지 목적집합  $G_1, \dots, G_k$ 과  $m$ 개의 퍼지 제약조건집합  $C_1, \dots, C_m$ 로부터 다음과 같이 퍼지 결정집합  $D$ 이 정의된다.

$$D = G_1 \cap \dots \cap G_k \cap C_1 \cap \dots \cap C_m \quad (6)$$

그리고 퍼지 최적화 결정법은 다음과 같이 정의된다.

$$\max_{x \in X} \mu_D(x) = \max_{x \in X} \{ \min(\mu_{G_1}(x), \dots, \mu_{G_k}(x), \mu_{C_1}(x), \dots, \mu_{C_m}(x)) \} \quad (7)$$

퍼지 결정법에서 알 수 있듯이 퍼지 목적과 퍼지 제약 조건에는 더 이상의 차이가 없다.

### IV. 유도전동기의 최적설계

유도전동기 최적설계의 첫번째 단계는 설계변수  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ )를 선정하는것이다. 이러한 선정은 일반적으로 매우 어렵고 물리적관계에 대한 깊은 지식을 요구한 물리적 관계이다. 그런다음 목적함수의 멤버십 함수  $\mu_j$  ( $j = 1, \dots, k$ )가 결정된다. 멤버십 함수의 개념은 어떤 조건에 만족하는 정도를 나타내는 데에 사용될 수 있다.

만약  $f_{j,1}$ 와 같은 특정한 함수값이 높은 만족도를 나타내는 값 즉, 1의 값을 갖는다면 멤버십 함수는 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$\mu_{f_j} = \begin{cases} 0 & \text{if } f_j \geq f_{j, \text{high}} \text{ or } f_j \leq f_{j, \text{low}} \\ 1 & \text{if } f_j = f_{j, 1} \\ \frac{f_{j, \text{high}} - f_j}{f_{j, \text{high}} - f_{j, 1}} & \text{if } f_{j, 1} < f_j < f_{j, \text{high}} \\ \frac{f_j - f_{j, \text{low}}}{f_{j, 1} - f_{j, \text{low}}} & \text{if } f_{j, 1} > f_j > f_{j, \text{low}} \end{cases} \quad (8)$$

만약 만족의 정도가 목적함수와 함께 증가한다면 멤버십함수는 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$\mu_{f_j} = \begin{cases} 0 & \text{if } f_j \leq f_{j, \text{low}} \\ \mu_{f_j}(f_j) & \text{if } f_{j, \text{low}} \leq f_j \leq f_{j, \text{high}} \\ 1 & \text{if } f_j \geq f_{j, \text{high}} \end{cases} \quad (9)$$

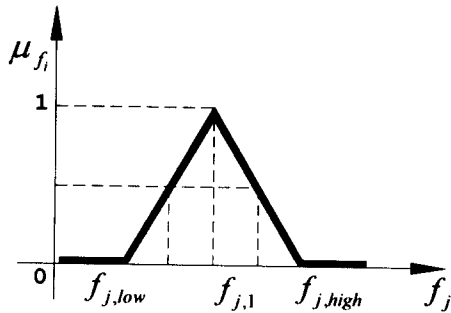
만약 목적함수 값이 감소함에 따라 만족도가 증가한다면(작은 값이 요구될 때), 목적함수의 멤버십 함수는 다음과 같이 정해질 수 있다.

$$\mu_{f_j} = \begin{cases} 1 & \text{if } f_j \leq f_{j, \text{low}} \\ \mu_{f_j}(f_j) & \text{if } f_{j, \text{low}} \leq f_j \leq f_{j, \text{high}} \\ 0 & \text{if } f_j \geq f_{j, \text{high}} \end{cases} \quad (10)$$

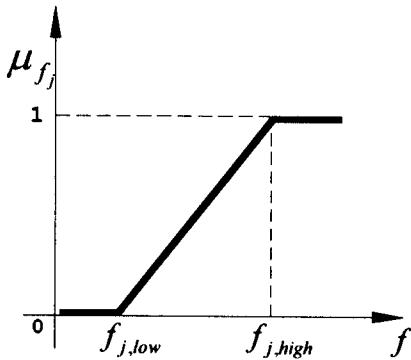
이러한 함수의 결정은 퍼지결정법에서 매우 중요하게 되는데 왜냐하면 좋은 전동기의 설계는  $f_{j, 1}$ 와 함께

$f_{j,low}$ 와  $f_{j,high}$ 의 선택에 좌우되기 때문이다. 그리고 좋은 멤버십함수를 선정하기 위해서는 설계자의 경험, 관점, 그리고 판단이 필요하다.

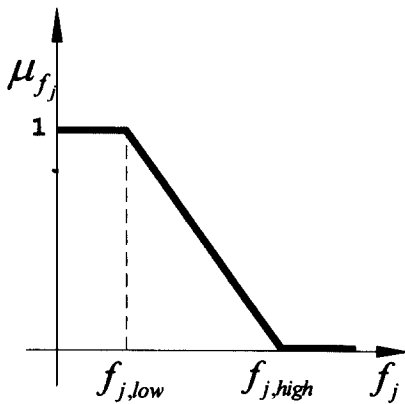
위에서 정한 여러가지 멤버십 함수를 Fig. 2에 나타내었다.



(a)



(b)



(c)

Fig. 2. Membership functions of the objective functions.

다음 단계는 유도전동기를 II절에서 서술한 방법을 사용하여 설계를 한다. 이런 다음 설계된 전동기의 특성 계산을 통해 퍼지 목적함수를 구하고, 유도전동기 최적화 설계에 퍼지 결정법을 적용한다. 사용한 최적화 알고리즘은 Evolution Strategy (ES) 이며, 알고리즘이 간단하고 국부 최적점에 빠지지 않고 전체 최적점을 찾아낼 수 있다. ES는 비결정론적 최적화 기법(확률 개념의 최적화 기법) 중의 하나로 자연의 진화 과정을 모사한 유전 알고리즘(Genetic Algorithm)과 금속의 구조가 안정화되는 과정(금속 제련 과정 중의 풀림 과정)을 모사한 Simulated Annealing (SA)을 결합한 것으로 이 방법을 구성하는 세 가지 과정은 재생산, 변이 및 annealing이다. 재생산은 부모 세대로부터 자식 세대가 형성되는 과정을 모사한 것이고, 변이는 돌연변이의 과정을 응용한 것이다. 그리고 annealing은 주어진 온도(환경)에서 가장 안정된 분자 구조를 형성하는 과정을 나타낸 것이라 할 수 있다.

본 논문에서는 부모 세대와 자식 세대의 집합이 각각 1 개씩인 (1+1) ES를 사용하였다. 적당히 선정된 부모 세대의 모델 변수 벡터  $x_p$ 로부터 자식 세대의 모델 변수 벡터  $x_c$ 가 생성되는 과정은 다음과 같다.

$$X_{ci} = X_{pi} + \alpha_i \cdot R_i \quad (11)$$

여기에서,  $R_i$ 는 평균값이 0 이고 (-1, +1)에서 균등 분포를 가지는 확률 밀도함수에 의해 발생하는 난수이며,  $\alpha_i$ 는  $X_{pi}$ 를 중심으로 한 변화가능폭(step size)을 나타낸다.

부모 세대의  $X_p$ 와 자식 세대의  $X_c$ 에 해당하는 목적함수값을 각각  $F_p$ 와  $F_c$ 라 하면 다음 부모 세대  $X_p$ 는

$$X_p = \begin{cases} X_c & : F_c < F_p \\ X_p & : F_c \geq F_p \end{cases} \quad (12)$$

로 정해지는데 이 과정은 변이를 모사한 것이다.

한편 annealing의 기능은 최적화 과정에서 변화가능폭 a를 적절히 조절함으로써 반영될 수 있는데, 본 연구에서는 현 세대로부터 이전 10 세대 동안의 재생산 과정에서 변이가 일어난 회수( $F_c < F_p$ 가 발생한 회수)를 계산하여 다음과 같이 조절하였다.

$$\alpha = \begin{cases} \alpha \cdot 0.85 & : N_{10} > 10 \cdot N/5 \\ \alpha/0.85 & : N_{10} \leq 10 \cdot N/5 \end{cases} \quad (13)$$

여기서  $N$ 은 설계 변수의 개수이다.

### V. 최적화 결과

전기자동차와 같은 건인용 전동기의 경우 전동기는 전동기의 효율은 물론 전동기의 무게도 매우 중요한 평가요소인데 왜냐하면 전기자동차 시스템은 축전지로부터 제한된 에너지를 공급받기 때문이다. 따라서 건인용 유도전동기의 설계시 여러가지 목적을 동시에 만족시켜야 한다. 즉, 효율을 증가시키고 무게를 최소로 하는 설계가 필요하다. 또한 인버터에 위해 구동되므로 인버터의 용량을 좌우하는 역률도 고려되어 설계되어야 인버터의 용량 선정에 유리하다. 따라서 여러가지 목적을 동시에 만족시키는 다중 목적 최적화 알고리즘이 필요하다.

사례연구로 연속 출력 15 kW 유도전동기를 설계하였다. 정격 전압은 170 V, 기저주파수는 100 Hz, 극수는 4 극, 상수는 3 상으로 하였다. 순시 출력은 회전속도 3000 rpm에서 45 kW 이다.

목적함수는 고정자 치자속밀도, 회전자 치자속밀도, 15 kW, 3000 rpm 에서의 효율, 45 kw, 3000 rpm 에서의 효율과 역률의 곱, 그리고 전동기의 무게이다. 단, 전동기의 무게를 계산할 때, 전기적 특성과 관련이 없는 프레임, 엔드벨 등의 무게는 포함되지 않았다. 고정자 치자속밀도와 회전자 치자속밀도는 출력이 정해졌을 때, 전동기의 크기에 관련이 큰 특성값이다. 일반적으로 회전자 치자속밀도를 고정자 치자속밀도 보다 조금 크게하여 설계한다. 연속 출력 15 kW 에서의 효율이 중요하므로 목적함수를 구성하였으며, 순시출력 45 kW, 3000 rpm 에서의 효율과 역률의 곱은 인버터의 용량선정과 관련이 있는 값인데 그 값이 클수록 인버터 용량이 작게 된다. 그리고 전동기의 무게는 경제적인 측면과 함께 경량화를 중시하는 응용에서는 중요한 요소이다.

최적화를 위한 제약 조건은 다음과 같다.

1. 고정자 코어치수는 변하지 않는다.
2. 공극 길이는 일정하다.
3. 회전자 슬롯수는 일정하며, 슬롯 형태는 사다리꼴이다
4. 전동기를 구동하는 인버터를 이상적인 가변주파수, 가변전압원으로 한다.
5. 철판의 B-H 곡선을 사용, 여자전류에 포화의 영향을 고려한다.
6. 최적화 설계에서, 의도한 목적에 따라 정확한 특성계산이 매우 중요한데, 설계시 사용되는 여러가지 파라미터의 의미와 특성계산방법은 Veinotte[3] 방법을 기초로 한다.

또한 최적화의 설계변수는 다음과 같이 선정했다.

1. 철심 길이 (x[1])
2. 고정자 상당, 회로당 직렬 도체수 (x[2])
3. 회전자 치폭, 회전자 요크 길이 (x[3], x[4])

철심 길이와 고정자 상당, 회로당 직렬 도체수는 전동기의 특성에 큰 영향을 주는 설계 변수이며, 회전자의 슬롯 치수도 유도전동기의 특성에 크게 영향을 주는데 회전자 치폭과 요크 길이를 설계 변수로 한 것은 결국 회전자 슬롯치수를 설계변수로 한 것과 같게 된다. 위에서 선정한 4 개의 설계변수만으로도 제한한 방법의 타당성을 확인할 수 있다.

각 목적함수의 멤버십 함수의 특성값은 Table I과 같이 정의하였다. 사용한 멤버십 함수의 형태는 Fig. 3의 (a), (b), (c) 새가지 종류이다.

Table I. Characteristic values of the membership functions.

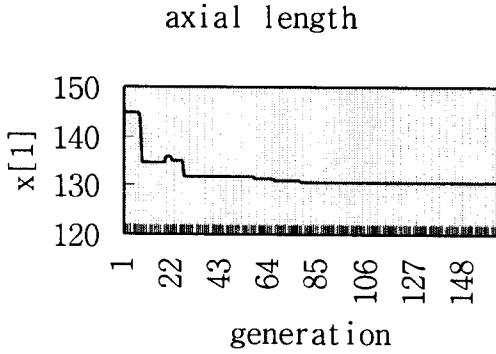
|                           | $f_{j, low}$ | $f_{j, 1}$ | $f_{j, high}$ | type |
|---------------------------|--------------|------------|---------------|------|
| S/T teeth flux density[T] | 1.45         | 1.55       | 1.65          | (a)  |
| R/T teeth flux density[T] | 1.45         | 1.60       | 1.70          | (a)  |
| eff. @ 15 kW, 3000 rpm    | 85           |            | 95            | (b)  |
| eff.*pf @ 45 kW, 3000 rpm | 80*70        |            | 95*95         | (b)  |
| weight [kg]               | 30           |            | 50            | (c)  |

최적화 과정의 초기값은 x[1] = 145 mm, x[2] = 54, x[3] = 5.02 mm, x[4] = 22.10 mm 부터 시작하여 최종 값은 x[1] = 130 mm, x[2] = 59, x[3] = 5.247 mm, x[4] = 23.31 mm 이 되었다. 설계변수 x[2]는 도체수이며, 실제 제작시 권선가능한 값을 사용하여야 한다. 설계변수가 최적화 되어 가는 변화곡선이 Fig. 3에 보인다. 그리고 퍼지 결정법을 적용한 전체 멤버십함수의 곡선을 Fig. 4에 보인다.

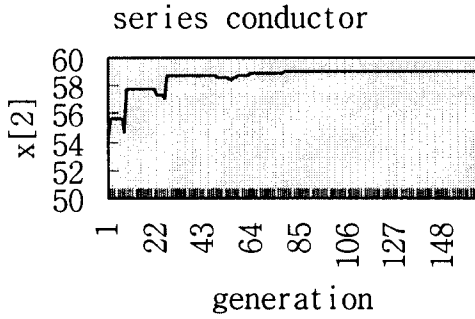
목적함수의 초기값과 최종값을 Table II에 보인다. 15 kW의 효율이 조금 증가하고 전동기의 무게가 감소할 수 있는 것은 45 kW 시의 특성이 나빠지기 때문에 가능하다. Table II에서 알 수 있듯이 전체 멤버십함수가 초기 값 0.0 에서 최종값 0.24 으로 증가, 최적화되고 있음을 알 수 있다.

한편, 인버터 구동에 의한 고조파 영향을 무시하였기 때문에 고조파 철손의 증가로 인한 효율이 정확하게 계산되지 않을 가능성은 있으나 역률 이외의 다른 특성에

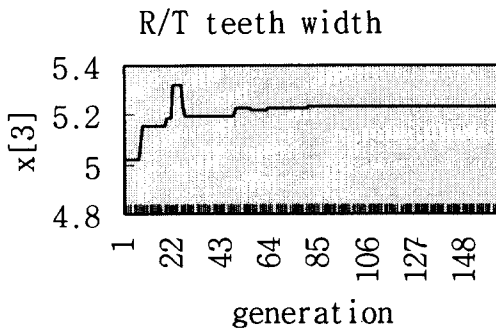
미치는 영향은 미소할 뿐만 아니라, 특성 계산에 사용되는 등가 전기회로 파라미터를 보정하는 등 여러 가지 방법을 사용하여 특성 계산을 보다 정확히 한다면 본 논문에서 제안한 방법은 보다 유용할 것이다.



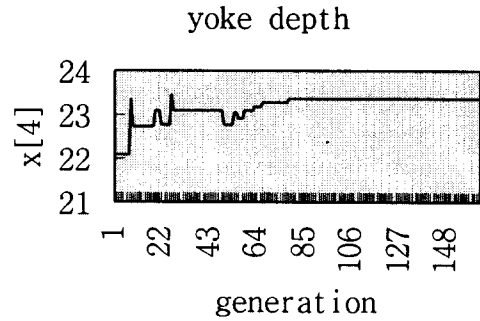
(a) axial length



(b) series conductor



(c) rotor teeth width



(d) rotor yoke depth

Fig. 3. Behaviours of the design variables during the optimization process.

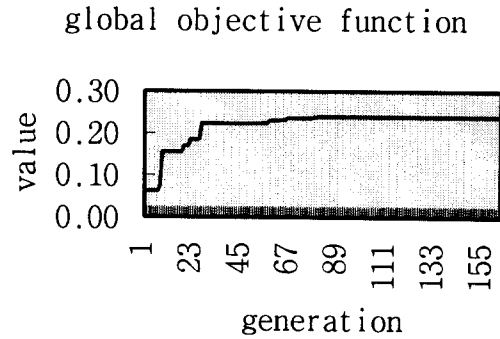


Fig. 4. Behaviour of the global objective function during the optimization process.

Table II. Optimization starting and ending values

|                            | start        |       | end          |       |
|----------------------------|--------------|-------|--------------|-------|
|                            | actual value | $\mu$ | actual value | $\mu$ |
| S/T teeth flux density [T] | 1.62         | 0.34  | 1.62         | 0.28  |
| R/T teeth flux density [T] | 1.70         | 0.0   | 1.66         | 0.38  |
| eff. @ 15 kW               | 91.41        | 0.64  | 91.53        | 0.65  |
| eff. *pf @ 45 kW, 3000 rpm | 89.6*83.0    | 0.53  | 84.8*73.8    | 0.24  |
| weight [kg]                | 46.7         | 0.17  | 42.5         | 0.37  |
| global objective function  |              | 0.0   |              | 0.24  |

### VI. 결 론

본 논문에서는 퍼지 결정법을 사용한 유도전동기의 최적설계를 제안하고, 무게와 효율, 회전자 치자속밀도, 피크출력시의 역률과 효율의 곱을 동시에 최적화 시키는 다중목적 최적 설계에 적용하였다. 제안된 방법은 정규화 상수와 가중치의 선택에 있어서의 어려움을 극복할 수 있으며 또한 이 방법은 최적화 과정에 설계자의 경험, 관점, 판단 등을 반영할 수 있다. 설계된 전동기는 제작중에 있으며 실험 결과는 추후 발표할 예정이다.

이러한 본 논문의 최적설계 방법은 인버터용 유도전동기는 물론 전기자동차에 사용되는 견인용 유도전동기의 설계에 매우 유용하리라 본다.

### 참 고 문 헌

[1] 朱川元基 著, 퍼지 推論, 培風館, 1990, chap 4.

[2] Feng Xinhua, D. Shengli, Lizhanchuan, Li Xianran, "Fuzzy Optimum Method in Motor Design", *ICEM, Vol. 3*, pp. 347-350, 1994.  
 [3] Cyril G. Veinott, *Theory and Design of Small Induction Motor*. McGraw-Hill Book Company, New York, U. S. A., 1959.  
 [4] Masatoshi Sakawa, *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*, Plenum press, 1993.  
 [5] Zbigniew Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs*, Springer-Verlag, Berlin, 1992.  
 [6] R. L. Fox, *Optimization Methods for Engineering Design*, Addison-Wesley Pub., 1971, Chap. 2.  
 [7] J. S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, 1989, Chap 1.

## Application of Fuzzy Decision to Optimization of Induction Motor Design

Jeong-Tae Park

*Power Electronics Dep't, Hyundai Heavy Industries Co., Ltd., Kyunggi-Do, Korea, 449-910*

Hyun-Kyo Jung

*School of Electrical Engineering, Seoul National University, Seoul Korea, 151-742*

(Received 11 March 1997, in final form 15 April 1997)

In this paper, the application of fuzzy decision to optimization of induction motor design is proposed. This method can reflect the designer's experience, view, and judgment, but also can be applied to multi-objective optimization design easily. The electromagnetic performance of the induction motor are calculated by means of the equivalent magnetic circuit method. The design method is the  $D^2L$  method which is combined with fuzzy decision and optimization algorithm. As the optimization algorithm, the evolution strategy (ES) is applied. The proposed algorithm is applied to a multiobjective optimization of an induction motor design where the motor should have less weight and, at the same time, have higher efficiency and power factor at rated operating points.