

## 이미지 분리를 이용한 입자 속도 측정을 위한 홀로그래피 시스템의 개발

### Development of New Holography System for Measurements of Particle Velocities Using Separation of Images

강 보 선\*, D. Poulikakos\*\*  
B. S. Kang

#### ABSTRACT

In this research a novel two-reference-beam double pulse holographic technique for the measurements of particle sizes and velocities was developed. This holographic method features the capability of separation of the first and second particle images by using two reference beams instead of one and the change of the polarization direction of laser light. The developed holographic system was tested through the measurements of droplet sizes and velocities in the spray created by two high speed impinging jets. The overall spray pattern clearly revealed the inherent wave nature. Smaller and faster droplets were generated with larger impingement angle, higher jet velocity, and smaller orifice diameter.

주요기술용어 : Holographic Particle Image Velocimetry(홀로그래피 입자영상유속계), Double Pulse Holography(이중 펄스 홀로그래피), Reference Beam(기준광), Impinging Jets(충돌제트).

#### 1. 서론

운동상태의 입자의 크기 및 속도를 측정하기 위한 다양한 광학적 측정 시스템 중에서, 1980년대 초반부터 가장 보편적으로 사용되고 있는 LDV를 비롯하여, 위상도플러 방법을 이용한 PDPA (Phase Doppler Particle Analyzer) 등이 많이 이용되고 있다. 하지만 이러한 측정 시스템들은, 노즐에서 분사되는 분무의 하류 영역같이, 입자가 희박하게 분포되어 있고, 거의 구형에 가까울 경우에는, 신뢰성이 있는 측

정 결과를 얻을 수 있지만, 입자가 과밀하게 분포할 뿐만 아니라, 크기도 크고, 모양도 매우 불규칙적인 노즐 출구와 가까운 지역에서는, 측정의 정확성이 떨어지는 문제점이 있다. 또한 공간적으로 국소점 계측이기 때문에, 유동의 전체적인 특성을 파악하기 위해서는, 가능하면 여러 측정점을 선택하여, 실험하여야 하는 불편도 있다.

최근 많은 관심을 끌고 있는 PIV(Particle Image Velocimetry)는, 입자의 크기 및 속도 측정 뿐만 아니라, LDV나 PDPA 시스템으로는 전혀 구할 수 없었던, 순간적인 2차원 유동장의 속도 분포 및 유동 패턴에 대한 해석이 가능하기 때문에, 1980년대 후반부터 활발한 연

\* 전남대학교 기계공학과

\*\* Swiss Federal Inst. of Technology

구가 진행되고 있다.<sup>(1)</sup> 하지만, PIV 시스템은 2차원적인 해석에 제한되며, 입자 속도가 매우 빠를 경우에는 정지된 입자 이미지를 구하기 힘들고, 이미지 확대를 위한 렌즈 시스템이, 기록 당시에 이용되어야 하는 문제점들이 있다. 특히, 입자의 이동 방향을 예측할 수 없는 매우 불규칙적인 유동장의 입자의 경우는, 속도 벡터의 방향 판별이 가장 큰 문제점으로 대두되고 있다.

반면에 이중 펄스 홀로그래피(double pulse holography)를 이용하면, 해석하고자 하는 대상을 3차원적으로 기록할 수 있을 뿐만 아니라, 기록 당시에 이미지를 확대시키지 않고 동배로 기록하더라도, 해석할 때 다양한 광학도구(현미경 등)를 이용, 이미지를 확대해서 해석할 수 있기 때문에, HPIV(Holographic Particle Image Velocimetry) 시스템 개발을 위한 많은 연구가 진행되고 있다.<sup>(2-4)</sup>

하지만 홀로그래피를 이용한 방법도 PIV 시스템과 마찬가지로, 입자의 운동 방향 판별에 대해서는 좋은 해결 방법이 없는 상황이고, 각 펄스의 강도(intensity)를 조절하여, 이미지의 강도 차이를 이용한 방법 등이 시도되고 있지만, 완벽한 해결책은 되지 못하고 있다. 또한, 입자가 과밀하게 밀집되어 있는 지역에서는, 수많은 입자들의 중첩으로 인하여, 입자들의 경계를 명확히 구별하기가 어려운 문제점들이 대두되고 있다.

로켓 엔진에서 많이 사용되고 있는 충돌 제트 인젝터(impinging-jet injector)는, 고속의 두 액주가 서로 충돌하면서, 그 충돌의 힘에 의하여 액체를 미립화시키는 노즐이다.<sup>(5)</sup> 특히, 로켓 엔진 연소에서 나타나는 연소 불안정성(combustion instability) 문제<sup>(6)</sup>는, 다양한 원인에 의해서 야기되는 것으로 추정되고 있지만, 액체 연료와 산화제의 분무 및 혼합 특성과의 밀접한 관련이 있는 것으로 간주되고 있어, 이에 대한 연구도 많이 진행되고 있다.<sup>(7-10)</sup>

본 연구에서는, HPIV 시스템이 지닌 문제점들의 해결 방안으로써, 첫 번째와 두 번째 펄스에 의해 녹음된 이미지가 분리되어 재생될

수 있는 새로운 홀로그래피 시스템을 개발하고, 개발된 시스템의 효용성 검증을 목적으로, 충돌하는 두 액주(liquid jet)에 의하여 형성되는 분무(spray) 중, 액적(droplet)의 크기 및 속도를 측정하였다.

## 2. 홀로그래피 시스템

### 2.1 홀로그래피의 원리

빛에 반응하는 대부분의 기록 물질은 빛의 강도에만 반응하기 때문에, 빛이 지닌 위상과 관련된 정보는 기록될 수가 없어, 3차원적인 효과는 사라진 평면적인 사진만을 얻을 수 있다. 따라서, 빛의 위상을 기록하기 위해서는, 위상과 관련된 정보를 적당한 방법에 의하여 빛의 강도로 변화시켜주어야 한다. 이러한 목적으로 이용되는 방법이 빛의 간섭(interference) 현상이다. 즉, Fig. 1 (a)에 나타낸 것처럼, 기록하고자 하는 물체를 통과한 물체광(object wave)에, 기준광을 더하여, 두 광의 간섭 패턴을 필름에 기록하게 된다. 현상된 홀로그램(hologram)을, Fig. 1 (b)와 같이, 기록할 때와 같은 방향의 기준광을 비추면, 기록할 당시의 물체광이 그대로 재현되기 때문에, 물체가 이전 위치에 존재하지 않더라도, 실제 존재하는 것처럼, 3차원적으로 관찰할 수 있게 된다.

Fig. 1 (a)에서의 기준광과 물체광을 수학적으로 표시하면 아래와 같다.

$$U_r(x, y) = A_r(x, y) e^{-j a_r(x, y)} \quad (1)$$

$$U_o(x, y) = A_o(x, y) e^{-j a_o(x, y)} \quad (2)$$

여기서 A, a는 빛의 진폭과 위상이다. 기준광, 물체광에 동시에 비추어진 홀로그램의 강도는

$$\begin{aligned} I(x, y) &= (U_o + U_r)(U_o^* + U_r^*) \\ &= U_o U_o^* + U_r U_r^* + U_o U_r^* + U_r U_o^* \quad (3) \\ &= A_o^2 + A_r^2 + 2A_o A_r \cos[a_o(x, y) - a_r(x, y)] \end{aligned}$$

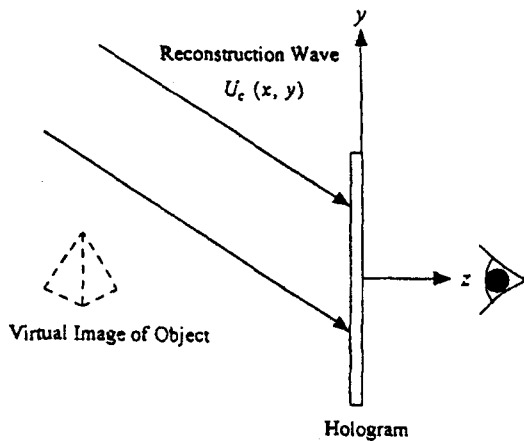
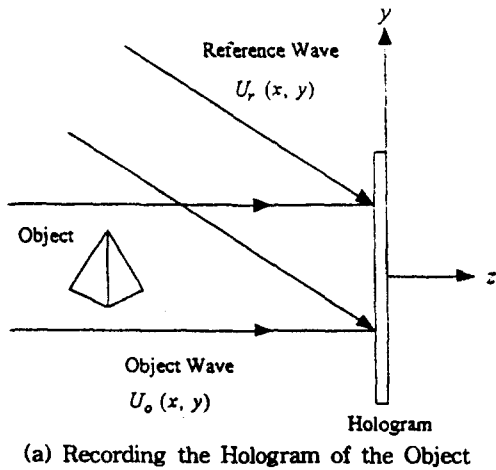


Fig. 1 Principle of Off-axis Holography.

로 표시된다. 상첨자 \*는 각 광의 켈레 복소수 (complex conjugate)를 표시한다. 식 (3)에서 알 수 있듯이 물체광의 위상과 관련된 정보가 증광호 안에 포함되게 된다. 현상 처리된 홀로그램의 투과 함수(transmittance function)는, 식 (3)의 빛의 강도에 비례하며, 다음과 같이 표시된다.

$$t(x, y) = t_0 + c_1 [ A^2_0 + U_0 U^*_r + U_r U^*_0 ] \quad (4)$$

홀로그램의 재생을 위하여 기록할 때의 기준광과 같은 방향의 기준광을 이용하면,

$$U_c(x, y) = A_c(x, y) e^{-j\phi_c(x, y)} \quad (5)$$

이 되고, 홀로그램을 통과한 이후의 빛은

$$U_1(x, y) = t(x, y) U_c(x, y) \quad (6) \\ = t_0 U_c + c_1 [ A^2_0 U_c + U_r U^*_0 U_c + U_0 U^*_r U_c ]$$

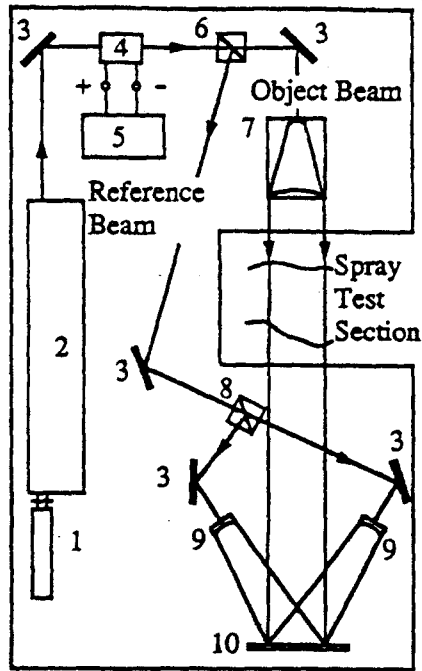
로 표시된다. 식 (6)의 네 번째 항이 상수만 변환된 본래의 물체광이 되어, 기록 당시의 물체를 3차원적으로 관찰할 수 있게 된다.

## 2.2 기록 시스템

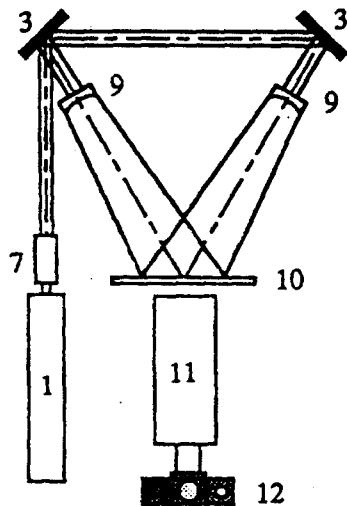
Fig. 2는 이중 펄스에 의해 형성되는 움직이는 물체의 첫 번째와 두 번째 이미지를 분리시키기 위해서, 본 연구에서 새로 개발된 두 기준광을 이용한 이중 펄스 홀로그래피 시스템을 보여 주고 있다.

Fig. 2 (a) 기록 시스템의 광원은 루비(ruby) 레이저로써, 파장 694 nm, 출력에너지 1 J, 수직 방향으로 선형 편광된 단일 또는 이중 펄스가 발생된다. 레이저의 각 펄스는 고속으로 움직이는 물체의 움직임을 정지시키기 위해 충분한 정도의 펄스폭(30 ns)을 갖고 있고, 이중 펄스 간 간격은 1~800 μs로 조정 가능하다. He-Ne 레이저는 펄스 레이저와 경로를 일치시켜, 구성 광학 요소들의 미세 조정에 사용되었다.

기존의 이중 펄스 홀로그래피 시스템과 가장 다른 점은, 첫 번째와 두 번째 펄스의 기준광이 동일하지 않고, 서로 다른 방향에서 물체와 간섭을 일으킨다는 것이다. 이렇게 두 방향의 기준광을 생성하기 위하여 본 시스템에서 활용된 것은, Pockels Cell과 편광 광분리프리즘(polarizing beamsplitter)이다. Pockels Cell은 통과하는 빛의 편광 방향을, Pockels Cell에 인가된 직류 고전압의 크기에 비례하여 변화시키는 특수한 전기광학적 요소이다. 따라서, Pockels Cell에, 레이저의 첫 번째 펄스 동안에만 5 kV를 인가시키면, 첫 번째 펄스의 편광 방향은 수직에서 수평으로 바뀌게 되고, 두 번째 펄스는 수직인 편광 방향을 유지한다.



(a) Recording System



(b) Reconstruction System

- |                                 |                            |
|---------------------------------|----------------------------|
| 1. He-Ne Laser                  | 8. Polarizing Beamsplitter |
| 2. Ruby Laser                   | 9. Beam Expanding Lens     |
| 3. Mirror                       | 10. Holographic Plate      |
| 4. Pockels Cell                 | 11. Tele-microscope        |
| 5. High Voltage Pulse Generator | 12. Camera                 |
| 6. Beamsplitter                 |                            |
| 7. Beam Expander                |                            |

Fig. 2 Schematic of the Optical Setup for Double Pulse Holography with Two Reference Beams.

편광 방향이 서로 다른 각 펄스의 기준광은, 편광 광분리프리즘에 도달하여, 편광 방향에 따라서, 두 방향으로 분할되게 된다. 편광 광분리프리즘은 편광 방향이 수직인 성분은 대각선 방향으로 반사시키고, 수평인 성분은 직진시키게 된다. 따라서, 편광방향이 수직에서 수평으로 바뀐 첫 번째 펄스는, 편광 광분리프리즘에서 직진하고, 원래의 방향(수직)을 유지하고 있는 두 번째 펄스는, 대각선 방향으로 반사하여, 각 펄스에 해당하는 기준광의 방향이 서로 다르게 된다.

### 2.3 재생 및 이미지 처리 시스템

기록 시스템에 의하여 녹음된 홀로그램은 사진 필름 처리와 비슷한 과정을 거친 후 건조되어, Fig. 2 (b)에 나타낸 재생 시스템에 의하여 재생된다. 재생된 물체의 허상은, 원거리용 현미경에 의하여 확대된 후, 카메라에 기록된다. 기존의 홀로그램 재생에서는 한 방향의 기준광만을 이용하기 때문에, 첫 번째와 두 번째 펄스에 의해 기록된 물체의 이미지를 동시에 관찰하게 된다. 하지만, 본 재생 시스템에서는 첫 번째 펄스의 기준광 방향으로 재생시키면, 첫 번째 펄스에 의하여 녹음된 물체의 이미지만을, 두 번째 펄스의 기준광 방향으로서는 두 번째 펄스의 물체 이미지만을 관찰하게 된다. 이렇게 각 펄스의 이미지를 분리함으로써, 기존 홀로그램의 문제점이었던 물체의 운동 방향을 결정하기 어려운 점이나, 복잡한 이미지들로 인한 해석상의 어려운 점들을, 본 시스템에서는 해소할 수 있다.

홀로그램을 이용하면, 입자의 3차원 속도 성분 측정이 가능하지만, 본 연구에서는 생성 분무가 거의 평면적이고, HPIV 개발을 위한 기본적인 단계이기 때문에, 2차원 속도 성분만 측정하였다. HPIV 개발의 가장 핵심적인 관건은 입자 크기 및 속도 측정을 위한 입자 이미지 처리를 자동적으로 처리할 수 있는 프로그램의 개발이다. 이러한 프로그램의 개발까지 도달하지 못한 본 연구 단계에서는, 사진용 인쇄지에 인쇄된 입자 이미지를, CCD 카메라에

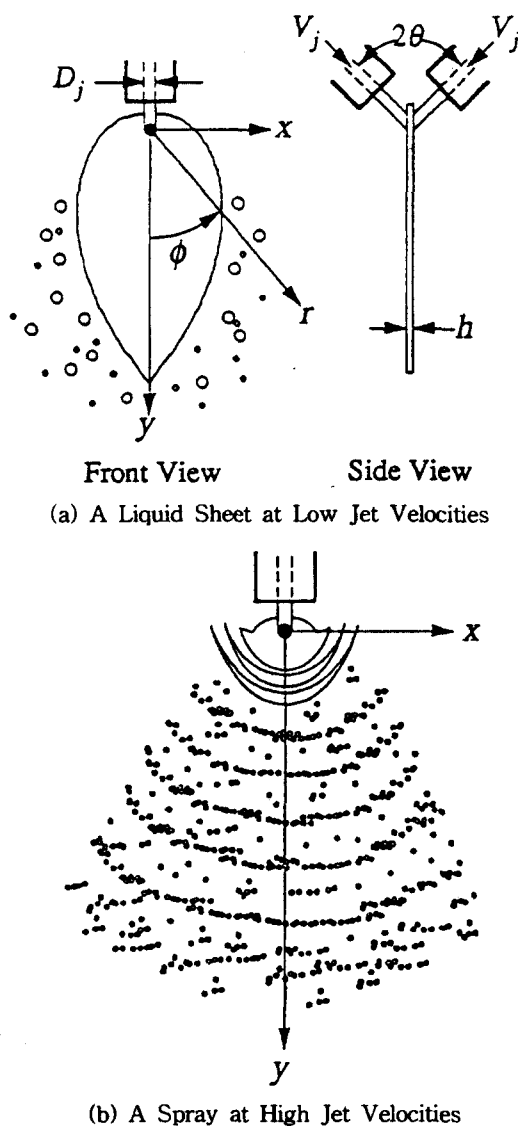
의해 컴퓨터에 입력시킨 후, 기본적인 이미지 처리 프로그램을 이용하여, 입자 개별적으로 측정하였다.

개별 입자의 크기는 프로그램의 연결(connectivity) 도구로 사용자가 정의한 문턱값(threshold) 이상의 화소(pixel)가 연결되어, 전체 면적이 계산된 다음, 그 면적에 해당하는 등가직경을 구했다. 입자의 속도는 두 펄스간 이동거리를 측정하여, 계산하였다. 본 시스템으로 측정할 수 있는 최저속도는, 이미지를 확대하였을 때, 1화소당 28  $\mu\text{m}$ , 두 펄스간 최대 간격 800  $\mu\text{s}$ 를 이용하면, 이론적으로는 0.035 m/s가 가능하다. 최대속도는, 가장 짧은 펄스 간격 1  $\mu\text{s}$ 동안 약 0.5 cm를 벗어나지 않도록 하면, 약 500 m/s까지 가능하다.

입경 측정의 정확성은 직경 4.763 mm 강철 구와 306.6  $\mu\text{m}$ 인 철선의 직경을 측정하여, 비교하였으며, 상대오차는 5% 이내였다. 속도 측정에 대한 오차는 이동 거리 측정시의 오차(1 화소, 약 28  $\mu\text{m}$ )와 펄스 간격(50  $\mu\text{s}$ )을 고려하면 약  $\pm 0.6$  m/s 정도가 된다.

### 3. 분무 입자 특성 해석에의 적용

본 연구에서 개발된 새로운 홀로그래피 시스템의 효용성을 검증하기 위하여, 고속으로 충돌하는 두 액주에 의하여 형성되는, 분무 액적의 특성 해석에 적용시켜 보았다. 서로 충돌하는 두 액주는, Fig. 3에 나타난 것처럼, 각 액주의 속도가 낮을 경우는(Fig. 3a), 두 액주를 포함하는 평면에 직각인 평면에, 나뭇잎 모양의 액막(liquid sheet)이 형성된다. 각 액주의 속도가 액체의 미립화를 위해 충분할 정도로 증가되면(Fig. 3b), 액막이 형성되었던 같은 평면에 선형 분무(fan spray)가 형성된다. 이러한 형식의 인젝터에 의해 형성되는 분무의 특성을 좌우하는 주요 인자들은, 각 액주의 속도  $V_j$ , 오리피스 직경  $D_j$ , 분사 각도(두 액주 사이의 각도)  $2\theta$ , 분무 환경 및 분무 액체의 물리적 성질 등이다. 분무를 생성하는 실험 장치에 대한



(a) A Liquid Sheet at Low Jet Velocities

(b) A Spray at High Jet Velocities

Fig. 3 Schematic Diagram of a Liquid Sheet and a Spray Formed by Two Impinging Jets.

자세한 설명은 Kang<sup>(11)</sup>을 참조하기 바란다. 실험에 사용된 유체는 물이며, 오리피스의 직경  $D_j = 1.016, 1.534$  mm, 액주의 속도  $V_j = 12.0, 15.4, 19.1$  m/s, 분사 각도  $2\theta = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ 로 변화시켰다.

Fig. 4는  $D_j = 1.016$  mm,  $2\theta = 90^\circ$ ,  $V_j = 12.0$  m/s인 경우의 분무 홀로그래피로부터 촬영한 사진으로써, 고속으로 충돌하는 두 액



Fig. 4 Reconstruction Photograph of Spray Hologram Illustrating the Overall Spray Pattern for Water,  $D_j = 1.016$  mm,  $2\theta = 90^\circ$ ,  $V = 12.0$  m/s.

주에 의하여 형성되는 분무의 전체 패턴 및 전형적인 액막의 분열 과정을 보여 주고 있다. 전체적인 분무 패턴은, 마치 두 액주의 충돌점을 중심으로 하여 전파되는 파동 특성을 보여 주고 있다. 액막의 분열 과정을 보면, 두 액주의 충돌점 바로 주변에는 조그만 부채꼴 모양의 액막이 형성되고, 그 하부로는 중심에서 가장 두껍고 양 옆으로 갈수록 가늘어지는 호(arc) 모양의 액주(liquid ligament)가 액막으로부터 분리되어 형성된다. 이 불안정한 액주는 하류로 갈수록 가늘어 지면서, 결국에는 수많은 액적으로 부서지게 된다. 따라서, 액주가 액적으로 분열된 위치에서는 액적이 매우 밀집되어 있는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과는, 미립화된 연료 액적이 연소공간에 균일하게 분포하는 것이 아니라, 국지적으로 밀집 또는 희박한 영역이 존재함으로써, 로켓 엔진의 연소 불안정성을 야기하는 한 원인으로 추정된다.

액적의 크기 및 속도 측정을 위하여 분무의



(a) Droplet Images at the First Pulse



(b) Droplet Images at The Second Pulse

Fig. 5 Photographs of Hologram Revealing Droplet Images with Water,  $D_j = 1.016$  mm,  $2\theta = 60^\circ$ ,  $V = 12.0$  m/s,  $(x, y) = (0.0, 4.0$  cm).

여섯 위치에서 국소 면적(1.0×1.5 cm)을 확대하여 적은 액적 이미지를 사용하였으며, 대표적인 액적 이미지를 Fig. 5에 나타내었다. 이 사진은, 분무의 중심축을 따라 4.0 cm인 위치로써, 액주가 분열되기 시작하여, 다수의 액적이 형성되기 시작하는 위치가 된다. 첫 번째 펄스에 의한 액적 이미지가 Fig. 5 (a)이고, 두 번째 펄스에 의한 이미지가 Fig. 5 (b)로써, 두 이미지가 완전 분리되어, 수 많은 액적들이 서로 중첩되어 생기는 해석상의 어려움을 해소시켰다. 펄스 간격(50 μs) 동안의 액적들의 이동은 쉽게 확인할 수 있으니, 예를 들면, Fig. 5 (a)의 No. 1 액적은, Fig. 5 (b)의 No. 1 위치로 이동하였음을 알 수 있다. 한편, 이 사진은 액적 크기의 광범위한 분포와, 인젝터 출구에 가까운 위치에서는 액적의 모양이 구형이 아니고 매우 불규칙함을 보여 주고 있다.

Fig. 6은 분사 각도, 액주 속도, 오리피스 직경이 액적 평균 직경에 미치는 영향을 보여 주고 있다.  $D_{10}$ 은 산술 평균 직경,  $D_{32}$ 는 SMD(Sauter Mean Diameter),  $D_{MMO}$ 는 Mass Median Diameter이다. 전반적으로, 분사 각도가 클수록, 액주 속도가 빠를수록, 오리피스 직경이 작을수록, 액적의 평균 직경이 작아짐을

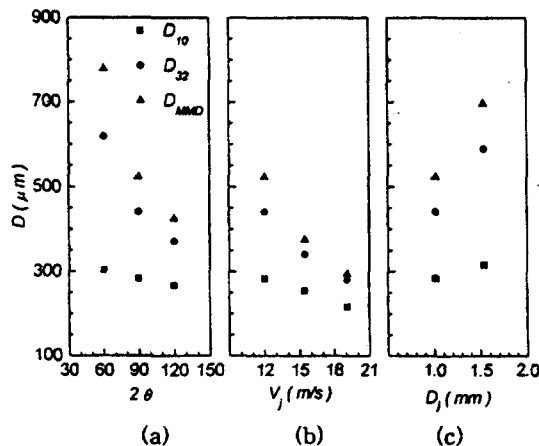


Fig. 6 Effect Of Impingement Angle, Jet Velocity, and Orifice Diameter on Droplet Diameters: (a)  $D_j = 1.016$  mm,  $V_j = 12.0$  m/s; (b)  $D_j = 1.016$  mm,  $2\theta = 90^\circ$ ; (c)  $V_j = 12.0$  m/s,  $2\theta = 90^\circ$ .

알 수 있다. 분무의 전체 패턴을 나타낸 Fig. 4에서 알 수 있었듯이, 분무 하류에 존재하는 액적의 형성은 큰 액적의 분열로 인한 2차 미립화보다는, 충돌점 주변에서 형성된 액막으로부터 액주의 분열, 분열된 액주의 액적으로서의 분열이 주된 생성 요인이라고 할 수 있다. 따라서, 액적의 크기는 액주의 직경과 관계가 있고, 액주의 직경은 액막 가장자리의 액막 두께와 밀접한 관계가 있다. 두 액주 사이의 분사 각도 및 액주 속도가 증가하게 되면, 액주의 수평 방향 모멘텀이 커지게 되고, 충돌점에서의 충돌력도 증가하게 된다. 따라서, 유체는 충돌점을 중심으로, 보다 더 빠른 속도로 분산되게 되므로, 최종 입자 직경에 영향을 미치는, 액막의 두께 및 액주의 직경도 감소하게 되어, 결과적으로 평균 직경이 감소된 분무를 형성하게 된다. 마찬가지로, 오리피스의 직경은 증가할수록, 액막의 두께가 두꺼워지고, 분열되는 액주의 직경도 커지므로, 평균 직경이 큰 분무가 형성되게 된다.

Fig. 7은 분사 각도, 액주 속도, 오리피스 직경이 액적 평균 속도에 미치는 영향을 보여 주고 있다. 전반적으로, 분사 각도가 클수록, 액주 속도가 빠를수록, 오리피스 직경이 작을수록, 빠른 속도의 액적이 형성됨을 알 수 있다. 또

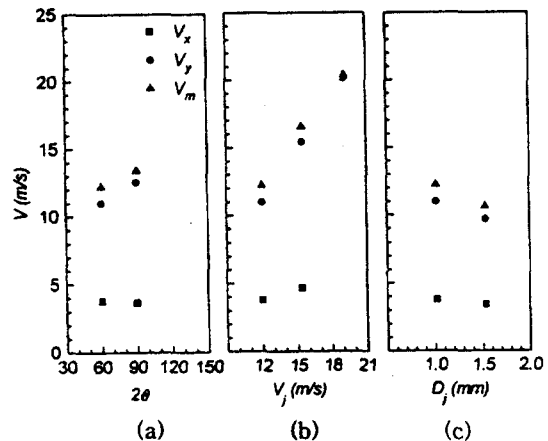


Fig. 7 Effect Of Impingement Angle, Jet Velocity, and Orifice Diameter on Droplet Velocities: (a)  $D_j = 1.016$  mm,  $V_j = 12.0$  m/s; (b)  $D_j = 1.016$  mm,  $2\theta = 90^\circ$ ; (c)  $V_j = 12.0$  m/s,  $2\theta = 90^\circ$ .

한, 평균 입자 속도는 분사 각도, 액주 속도, 오리피스 직경이 변화하더라도, 액주 속도의  $\pm 2.0$  m/s이내에 존재함을 알 수 있다. 이는, 두 액주의 충돌로 인하여 생성되는 액체 요소들(액막, 액띠, 액적)의 속도가, 충돌 전 액주 속도와 매우 유사함을 의미하고 있다.

#### 4. 결론

이중 펄스 홀로그래피 시스템을 이용한 입자의 크기 및 속도 측정에 있어서, 기존의 시스템이 가지고 있는 속도 방향 판별의 어려움, 밀집된 입자의 중첩 등으로 인한 해석상의 어려움 등을 해소할 수 있는 새로운 홀로그래피 시스템을 개발하였다. 개발된 시스템은 빛의 편광 성질을 이용하여 두 방향의 기준광을 생성시킴으로써, 각 펄스에 기록된 입자 이미지를 각각 재생시킬 수 있다. 개발된 홀로그래피 시스템을 이용하여, 충돌하는 두 액주에 의하여 형성되는 분무 중, 액적의 크기 및 속도 측정 실험을 통하여, 본 시스템의 효용성을 검증하였다. 충돌하는 두 제트에 의하여 형성되는 분무는, 파동적인 특징을 뚜렷하게 보였으며, 분사 각도가 클수록, 액주 속도가 빠를수록, 오리피스 직경이 작을수록, 크기는 작고, 빠른 액적이 생성되었다.

#### 참고 문헌

1. 이영호, "PIV에서의 동시다점계측의 원리 및 적용", 대한기계학회 96년도 열 및 유체공학 부문 학술강연·논문집, pp. 30~44, 1996.
2. P. J. Santangelo, P. E. Sojka, "Holographic Particle Diagnostics", Prog. Energy Combust. Sci., Vol. 19, pp. 587~603, 1993.
3. P. J. Bryanston-Cross, M. Funes-Gallanzi, C. Quan, T. R. Judge, "Holographic Particle Image Velocimetry (HPIV)", Optics & Laser

Technology, Vol. 24, No. 5, pp. 251~256, 1992.

4. B. J. Thompson, "Holographic Methods for Particle Size and Velocity Measurement - Recent Advances", SPIE Vol. 1136 Holographic Optics II : Principles and Applications, pp. 308~326, 1989.

5. G. P. Sutton, Rocket Propulsion Element : An Introduction to the Engineering of Rockets, John Wiley & Sons, 1992, pp. 298-311.

6. D. T. Harrje, Liquid Propellant Rocket Combustion Instability, NASA SP-194, 1972.

7. 이충훈, 정영호, 정석호, "충돌제트의 유량분포 및 혼합특성에 관한 실험적 연구", 대한기계학회 논문집, 제21권, 제1호, pp. 99~112, 1997.

8. 박성영, 김선진, 박승운, 김유, "액체 로켓용 충돌형 Triplet 인젝터의 미립화 특성에 관한 연구", 대한기계학회 논문집, 제20권, 제3호, pp. 1005~1014, 1996.

9. W. E. Anderson, H. M. Ryan, S. Pal, and R. J. Santoro, "Fundamental Studies of Impinging Liquid Jets", AIAA Paper No. 92-0458, 1992.

10. P. Vassallo and Ashgriz, "Effect of Flow Rate on the Spray Characteristics of Impinging Water Jets", Journal of Propulsion and Power, Vol. 8, pp. 980~986, 1992.

11. B. Kang, A Holographic Study of the Dense Region of a Spray Created by Two Impinging Jets, Ph.D. Thesis, Univ. of Illinois at Chicago, 1995.