

## 맥동류에 의한 파이프 계의 진동응답에 관한 연구

### A Study on the Vibration Responses of Piping Systems by Pulsation Flow

이 동 명\*, 최 명 진\*\*

(Dong-Myung Lee\*, Myung-Jin Choi\*\*)

#### 요 약

본 연구에서는 맥동류에 의한 파이프 계의 진동응답을 고찰하기 위해 전달행렬법을 사용하였다. 유속과 압력을 시간과 위치의 함수로 다루어 유체와 파이프간의 상호작용을 파동방정식으로 정립하고, 각 파동방정식으로부터 전달행렬을 직접 유도하였다. 맥동류로부터 유발되는 파이프 계의 동적응답은 맥동으로부터 발생하는 변동유속과 압력에 의존되는 것으로 나타났으며, 공진 근처에서 맥놀이 현상이 관찰되었다. 파이프 계의 동적거동은 파이프 내부의 유동양상과 동일한 응답특성을 나타내고, 내부 유동유체에 의해 결정 된다.

#### ABSTRACT

In this study, to investigate vibration response of piping systems due to pulsation flow, a transfer matrix method is presented. Fluid-pipe interaction is formulated using wave equation for flow velocity and pressure, which depends on position and time. From the wave equation, transfer matrix is obtained. The dynamic responses of piping systems induced by pulsation flow appeared to depend upon fluctuation fluid velocity and pressure occurrence from pulsation, and beating phenomena were observed near the resonance. Consequently, the dynamic behaviors of piping systems appeared to the same as response characteristics of the inside flow pattern of the pipe, and are determined by the inside fluid flow.

#### I. 서 론

내부 유동유체에 의한 유체-유발진동(Flow-induced vibration)은 유체의 유동양상에 따라 정상유동 진동(Steady flow vibration)과 비정상 유동 진동(Unsteady flow vibration)으로 구분할 수 있다. 유체-유발 진동에 의한 파이프 계의 진동은 유체를 추가질량으로 고려하여 파이프에 고정된 것 처럼하고, 다음은 유체의 동하중을 예측하여 이들을 외부 가진력으로 구조해석에 이용하는 것이다. 파이프 계의 정상 유동 진동<sup>1,2,3</sup>은 유속이 일정한 정상유동의 경우이고, 비정상 유동 진동<sup>4,5</sup>은 갑작스러운 펌프의 시동과 과실운전 그리고 밸브의 급격한 개·폐로 인해 발생하는 수격작용인 과도유동과 부하변동 시 유체의 속도와 압력변화에 의한 맥동류로 크게 분류할 수 있다. 파이프라인은 석유·화학플랜트, 원자력발전소등의 대형 설비는 물론 미사일과 항공기·선박 등의 연료공급라인 뿐만 아니라 열교환기등 산업전반에 걸쳐 사용되고 있으며 유체의 수송이나 열교환, 압력전달을 목적으로 사용되고

있다. 이들 파이프 계는 내부 유동유체에 의해 동적 상호작용을 받으며, 파이프 계의 동적거동은 파이프와 유체의 거동이 동시에 고려되지 않으면 안된다. 또한 현대 파이프 계는 보다 높은 신뢰성을 요구하기 때문에 단순화하는 것은 불안전하고 파이프와 유체의 해를 동시에 증명하는 것이 필요하다. 이 같은 해를 구하는 방법으로는 유체의 유동특성을 아주 효과적으로 제공해주는 특성법과 임피던스법<sup>6,7</sup>, 임의의 기하학적 파이프 계의 구조해석에 응용할 수 있는 유한요소법<sup>8,9</sup> 그리고 파이프 계의 동특성을 보다 높은 신뢰성으로 해석 예측을 할 수 있고 유체와 탄성해를 동시에 구할 수 있는 전달행렬법이 있다. 그리고 전달행렬법<sup>10,11</sup>의 응용성과 유용성이 일부 연구자들의 연구에 의해 정상유동과 과도유동으로 앞서 입증되었다.

비정상 유동 진동은 파이프 계에서 밸브 등과 끝단의 경계조건에 따라 유속과 압력 등이 시간과 위치의 함수로 주어지므로, 본 연구에서는 유속과 압력 등이 시간과 위치의 함수로 표현되는 비정상 유체가 흐름 때 그 유동특성이 파이프 계에 미치는 동특성을 고찰하기 위해 유체의 유동특성을 포함한 파이프 계의 파동방정식을 유도하고, 맥동류에 의한 유체-파이프간의 동적응답을 고찰하기 위해 전달행렬법을 이용하였다.

\*경민전문대학

\*\*경희대학교 공과대학

접수일자: 1997년 5월 12일

## II. 파동방정식

그림 1과 같은 파이프 계에서 파이프의 동적거동은 내부 유체유동의 영향을 받으므로 유체-파이프간의 상호작용이 동시에 고려되어야 한다. 이러한 상호작용은 유체나 파이프에 각기 힘과 변위로서 나타나게 되고, 파이프의 절점 하나에는 각기 3개의 힘, 모멘트, 병진과 회전변위 그리고 유체의 속도와 압력으로 14개의 자유도를 갖게 된다. Fig. 1에서 X, Y, Z는 전체 좌표계, x, y는 국부 좌표계, 0~4는 절점번호 그리고 파이프 하단의 0과 l은 파이프의 양끝 단을 의미한다.

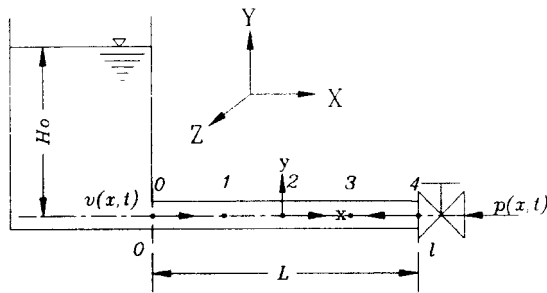


Fig. 1 Schematic of Reservoir-Pipe-Valve

본 연구에서는 유체마찰과 기타 에너지손실을 고려하지 않은 비정상유동에 대한 파동방정식을 얻기 위해 파이프 내에 있는 미소 유체의 기본 역학방정식인 Newton의 운동 제2법칙과 연속방정식을 적용하고, 적용된 두방정식은 비정상 문제를 풀기 위해 유한미분대수식으로 전개하였다. 비정상 유동의 종속변수는 압력  $p$ 와 유속  $v$ 이며, 독립변수는 파이프를 따라 이동한 거리  $x$ 와 시간  $t$ 이다. 따라서  $p = p(x, t)$ ,  $v = v(x, t)$ 가 된다. 그리고 이들 변수가 1차원 방정식으로 전개된다고 가정한다.

유동유체의 특성은 식(1)~(3)의 방정식으로 설명될 수 있고, 파이프는 내부를 흐르고 있는 유동유체로부터 발생하는 압력  $p(x, t)$ 에 의해 변형된다. 탄성계수  $E$ , 축변위  $u_x(x, t)$ , 그리고 응력  $\sigma(x, t)$ 인 파이프의 특성은 압력에 의한 응력과 변형률의 관계로부터 식(4)와 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{연속방정식: } \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_f a^2_f \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{운동방정식: } \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_f \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$\text{상태방정식: } \frac{1}{\rho_f} \frac{d\rho_f}{dt} = \frac{1}{K} \frac{dp}{dt} \quad (3)$$

$$\text{압력 - 응력: } \sigma_\theta = \frac{pr}{t_p} \quad (4)$$

$$\text{응력 - 변형률: } \sigma_x = \nu \frac{pr}{t_p} + E \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (5)$$

여기서

$$K^* = \frac{K}{1 + (K/E)(r/t_p)c_1}, c_1 = 1 - \frac{\nu}{2}, a^2_f = \frac{K^*}{\rho_f}$$

식(1)~(5)에서  $\rho_f$ ,  $a^2_f$ ,  $K$ 는 각기 유체의 밀도, 파동속도 그리고 체적탄성계수를 나타내며,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_x$ ,  $\nu$ ,  $E$ ,  $t_p$ ,  $r$ 은 각기 파이프의 원주응력, 축방향 응력, 포아송비, 탄성계수, 두께 그리고 반경을 의미한다.

파이프 종방향의 파동방정식은 앞서 정의된 유체의 유동특성과 파이프의 특성이 상호작용으로 정의되어진다. 축방향의 상태량을 나타내는 힘과 변위의 계산을 위해 먼저 식(5)에 파이프의 단면적  $A_p$ 를 곱하면 축방향의 힘  $f_x(x, t)$ 가 얻어지고,

$$f_x - \nu A_p \frac{pr}{t_p} - E A_p \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

식(1), 식(2) 및 식(6)을 시간에 대해 미분하고 조합하면 파이프의 축방향 힘과 변위 그리고 유체의 압력과 속도에 대한 파동방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{축방향의 힘: } a^2_p \frac{\partial^2 f_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f_x}{\partial t^2} + \nu A_p b \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

$$\text{축변위: } a^2_p \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - \nu a^2_f \frac{b}{d} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

$$\text{유체의 압력: } a^2_f \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

$$\text{유체의 속도: } a^2_f \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (10)$$

$$\text{여기서 } a^2_p = \frac{E}{\rho_p}, b = \frac{r}{t_p}$$

$a^2_p$ 는 파이프의 파동속도이고  $\rho_p$ 는 파이프의 밀도이다. 상기 식들에서 하첨자  $f$ 와  $p$ 는 각기 유체와 파이프를 나타낸다. 파이프나 유체의 운동을 시간에 종속적인 조화운동이라고 가정하면, 축방향에 대한 진동유동과 진동구조물의 운동을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} f_x(x, t) &= F_x(x) e^{j\omega t}, & u_x(x, t) &= U_x(x) e^{j\omega t} \\ p(x, t) &= P(x) e^{j\omega t}, & v(x, t) &= V(x) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\omega$ 는 조화진동수,  $t$ 가 시간이며, 그리고  $j = \sqrt{-1}$ 이다. 그리고  $F_x$ ,  $U_x$ ,  $P$ ,  $V$ 는 파이프와 유체의 진폭(Amplitude)을 나타낸다. 식(11)을 식(7)~(10)에 대입하면 파이프와 유체특성에 대한 파동방정식의 해를 각기 구할 수 있다.

내경에 비해 길이가 길고 가는 파이프에 정상상태의 유속  $v_0$ 와 내부압력  $p_0$ 인 유체가 흐를 때, 파이프 횡방향의 파동방정식은 유체에 의해 파이프에 작용하는 힘과 파이프의 미소 변형에 의해 유체에 작용하는 힘 그리고 유동유체로부터 발생하는 파이프의 초기장력으로 이들

의 상호작용을 설명할 수 있다<sup>11)</sup>.

$$EI_p \frac{\partial^4 f_y}{\partial x^4} + (m_f v_0^2 + p_0 A_f - F_x) \frac{\partial^2 f_y}{\partial x^2} + 2m_f v_0 \frac{\partial^2 f_x}{\partial x \partial t} + M \frac{\partial^2 f_y}{\partial t^2} = 0 \quad (12)$$

식(12)에서  $f_y = f_y(x, t)$ 로 파이프의 횡전단력이고,  $m_f = \rho_f A_f$ 로 유체질량이며,  $M = \rho_f A_f + \rho_p A_p$ 로 유체와 파이프의 질량을 더한 값이며, 그리고  $I_p$ 는 파이프의 관성모멘트이다. 초기장력  $F_x = \frac{EA_p}{l} (u_n - u_{n-1})$ 로 계가 정적인 평형상태에서 계에 작용하는 정적인 힘이다. 식(12)에서 세 번째 항은 Coriolis 가속도에 의한 감쇠항으로 질량비 (Mass ratio =  $m_f/M$ )가 0.5보다 작고 유속이 임계유속보다 작을 경우 계의 고유진동수에 거의 변화를 주지 않으므로 무시하여도 계의 동특성에는 큰 영향이 없다<sup>12,13)</sup>. 따라서 식(12)에서 Coriolis 가속도를 제외한 유동유체의 영향이 고려된 파이프 횡방향의 파동방정식은 다음과 같이 된다.

$$EI_p \frac{\partial^4 f_y}{\partial x^4} + (m_f v_0^2 + p_0 A_f - F_x) \frac{\partial^2 f_y}{\partial x^2} + M \frac{\partial^2 f_y}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

$f_y(x, t) = F_y(x) e^{i\omega t}$  변수분리법을 이용하면 식(13)의 해인 횡전단력의 진폭  $F_y$ 를 구할 수가 있고, 변위진폭  $U_y$ 는 횡전단력 진폭  $F_y$ 와의 관계 식(14)로부터 구할 수 있다. 회전각 진폭  $\theta_x$ 와 굽힘모멘트 진폭  $M_x$ 는 식(15)와 (16)으로부터 구할 수 있다. 또한  $x$ - $z$ 평면의 파동방정식은  $x$ - $y$ 평면의 파동방정식과 같고,  $x$ - $z$ 평면의 진폭은  $x$ - $y$ 평면의 진폭과 단지 부호만 다를 뿐이다.

$$\frac{dF_y}{dx} = -M\omega^2 U_y \quad (14)$$

$$\theta_x(x) = -\frac{\partial U_y}{\partial x} \quad (15)$$

$$M_x(x) = EI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (16)$$

본 연구에서는 유체의 점성을 무시하였으므로, 유체의 영향은 전혀 없다. 따라서 파이프의 비틀림 각과 비틀림 모멘트에 대한 파동방정식은 다음과 같고, 식(17)과 (18)의 해는 앞서 이용된 변수분리법을 이용하면 쉽게 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} - \rho_p J_p \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = 0 \quad (17)$$

$$m_x - GJ_p \frac{\partial \theta_x}{\partial x} = 0 \quad (18)$$

식(17)과 (18)에서  $G$ 와  $J_p$ 는 파이프의 전단탄성계수와 극관성모멘트이다.

### III. 전달행렬법

유체와 파이프의 동적 상호작용을 나타내는 파동방정식이 앞장에서 유도되었고, 각 파동방정식에서 구해지는 해의 적분상수는 파이프의 경계조건을 바탕으로 일반적인 형태가 유도되어진다. 한편 이들 상수는 각 운동의 형태로 부터 알게 되고, 전달행렬로 조합되어진다. 임의의 정점에서 계의 변위와 힘은 상태벡터에 의해 배열되고, 전체전달행렬(Overall transfer matrix)은 계행렬과 절점행렬의 체계적인 곱셈으로 조합되어진다. 유체의 유동특성과 파이프 특성의 동적 상호작용에 의한 종진동, 횡진동 그리고 비틀림 진동의 전달행렬을 제시하였다.

계의 전달행렬은 인접단면에서 상당 힘과 변위에 의해 연쇄(Chain)형태로 구조물의 한 단면에서 힘과 변위로 표시된다. 불연속계의 경우, 계행렬은 질량간의 탄성체에 전달되는 것으로 고려한다. 계행렬은 그림 1의 파이프의 양 끝단  $x=0$ 와  $l$ 에서 상태벡터의 함수로서 나타나게 된다.

$$\{Z(x)\} = [B(x)] \{A\} \quad (19)$$

식(19)에서  $\{Z(x)\}$ 는 어떤 하나의 독립변수를 나타내는 상태벡터이고,  $[B(x)]$ 는 파이프의 재질이나 특성 또는 기하학적 형상에 의존되는 행렬이며 그리고  $\{A\}$ 는 운동방정식의 적분상수를 나타내는 벡터이다.

그림 1로 부터  $x=0$ 에서  $\{Z(x)\} = \{Z\}_i$ 로 하고,  $x=l$ 에서  $\{Z(x)\} = \{Z\}_l$ 로 하면 이들의 관계로부터 벡터  $\{A\}$ 에 대한 식을 얻을 수 있다. 벡터  $\{A\}$ 의 식을 식(19)에 대입하면 식(20)이 얻어지게 되고, 식(20)에서  $[T]$ 는 계의 전달행렬이 된다.

$$\{A\} = [B(0)]^{-1} \{Z\}_i$$

$$\{Z\}_l = [B(l)] \{A\}$$

$$\{Z\}_l = [B(l)] [B(0)]^{-1} \{Z\}_i = [T] \{Z\}_i \quad (20)$$

종진동에 대한 전달행렬은 식(20)으로부터 구할 수 있고, 계산의 편의를 위해 계행렬을 무차원화 하면

$$[T_{\#}] =$$

$$\begin{bmatrix} \sigma C_2 - C_0 & \frac{\nu b}{h} [C_1 - (\sigma + \tau) C_3] & -\frac{\nu b}{h} \tau C_2 & -C_1 + \sigma C_3 \\ 2\nu \sigma C_2 & \tau C_2 - C_0 & \tau (\tau C_3 - C_1) & -2\nu \tau C_2 \\ 2\nu \sigma C_2 & C_1 - \left(\tau + \frac{\sigma}{\tau}\right) C_3 & \tau C_2 - C_0 & 2\nu (\sigma + \tau) C_3 - C_1 \\ \sigma (C_1 - \sigma C_3) & -\frac{\nu b}{h} \sigma C_2 & -\frac{\nu b}{h} \sigma \tau C_3 & \sigma C_2 - C_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서

$$\tau = \frac{\omega^2 l^2}{a_f^2}, \quad \sigma = \frac{\omega^2 l^2}{a_p^2}, \quad b = \frac{r}{t_p}, \quad h = \frac{E}{K^*}$$

$$\lambda^2_{L1} = \frac{1}{2} [ (\tau + \sigma) - \sqrt{(\tau + \sigma)^2 - 4\tau\sigma} ]$$

$$\lambda^2_{L2} = \frac{1}{2} [ (\tau + \sigma) + \sqrt{(\tau + \sigma)^2 - 4\tau\sigma} ]$$

$$\Delta = [ \lambda^2_{L1} - \lambda^2_{L2} ]^{-1}$$

$$C_0 = \Delta [ \lambda^2_{L2} 2\cos(\lambda_{L1}) - \lambda^2_{L1} \cos(\lambda_{L2}) ]$$

$$C_1 = \Delta [ \frac{\lambda^2_{L2}}{\lambda_{L1}} \sin(\lambda_{L1}) - \frac{\lambda^2_{L1}}{\lambda_{L2}} \sin(\lambda_{L2}) ]$$

$$C_2 = \Delta [ \cos(\lambda_{L1}) - \cos(\lambda_{L2}) ]$$

$$C_3 = \Delta [ \frac{1}{\lambda_{L1}} \sin(\lambda_{L1}) - \frac{1}{\lambda_{L2}} \sin(\lambda_{L2}) ]$$

그리고 Fig. 1의 위치  $i$ 에서 무차원의 상태벡터는 다음과 같다.

$$\{Z\}_i = \left\{ \frac{U_x}{l} \quad \frac{P}{K^*} \quad \frac{V}{l} \quad \frac{F_x}{A_p E} \right\}_i^T \quad (22)$$

횡진동에 대한 전달행렬은 식(20)으로부터 구할 수 있고, 무차원의 계행렬은

$$[T_{\alpha}] = \begin{bmatrix} \Delta C_1 & -\Delta C_2 & -\Delta C_3 & -\frac{\Delta}{\gamma} \lambda_{F1} \lambda_{F2} C_4 \\ \Delta \lambda_{F1} \lambda_{F2} C_5 & \Delta C_6 & \Delta C_2 & \frac{\Delta}{\gamma} \lambda_{F1}^2 \lambda_{F2}^2 C_3 \\ \Delta \lambda_{F1}^2 \lambda_{F2}^2 C_7 & \Delta C_6 & \Delta C_1 & \frac{\Delta}{\gamma} \lambda_{F1}^2 \lambda_{F2}^2 C_2 \\ \gamma \Delta C_9 & \gamma \Delta C_3 & \gamma \Delta C_{10} & \Delta C_1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서

$$\sigma = \frac{(m_f v_0^2 + P_0 A_f - F_{st})}{EI_p} l^2, \quad \gamma = \frac{M}{EI_p} \omega^2 l^4$$

$$\lambda^2_{F1} = \frac{1}{2} [ \sqrt{\sigma^2 + 4\gamma} - \sigma ]$$

$$\lambda^2_{F2} = \frac{1}{2} [ \sqrt{\sigma^2 + 4\gamma} + \sigma ]$$

$$\Delta = [ \lambda^2_{F1} + \lambda^2_{F2} ]^{-1}$$

$$C_1 = \lambda^2_{F2} \cosh(\lambda_{F1}) + \lambda^2_{F1} \cos(\lambda_{F2})$$

$$C_2 = \lambda_{F1} \sinh(\lambda_{F1}) + \lambda_{F2} \sin(\lambda_{F2})$$

$$C_3 = \cosh(\lambda_{F1}) - \cos(\lambda_{F2})$$

$$C_4 = \lambda_{F2} \sinh(\lambda_{F1}) - \lambda_{F1} \sin(\lambda_{F2})$$

$$C_5 = \lambda_{F2} \sinh(\lambda_{F1}) + \lambda_{F1} \sin(\lambda_{F2})$$

$$C_6 = \lambda^2_{F1} \cosh(\lambda_{F1}) + \lambda^2_{F2} \cos(\lambda_{F2})$$

$$C_7 = \cosh(\lambda_{F1}) + \cos(\lambda_{F2})$$

$$C_8 = \lambda^3_{F1} \sinh(\lambda_{F1}) - \lambda^3_{F2} \sin(\lambda_{F2})$$

$$C_9 = \frac{\lambda^2_{F2}}{\lambda_{F1}} \sinh(\lambda_{F1}) - \frac{\lambda^2_{F1}}{\lambda_{F2}} \sin(\lambda_{F2})$$

$$C_{10} = \sinh(\lambda_{F1}) - \sin(\lambda_{F2})$$

그리고 위치  $i$ 에서 무차원의 상태벡터는 식(24)와 같고,  $x-z$  평면의 전달행렬은 식(23)과 같으나 부호만 다르고 위치  $i$ 에서 무차원의 상태벡터는 식(25)와 같다.

$$\{Z\}_i = \left\{ \frac{U_y}{l} \quad \theta_x \quad \frac{M_x l}{EI_p} \quad \frac{F_y l^2}{EI_p} \right\}_i^T \quad (24)$$

$$\{Z\}_i = \left\{ \frac{U_x}{l} \quad \theta_y \quad \frac{M_y l}{EI_p} \quad \frac{F_x l^2}{EI_p} \right\}_i^T \quad (25)$$

비틀림진동에 대한 전달행렬도 식(20)으로부터 구할 수 있고, 무차원의 계행렬은

$$[T_{\alpha}] = \begin{bmatrix} -\cos(\lambda_T) & -\frac{1}{\lambda_T} \sin(\lambda_T) \\ \lambda_T \sin(\lambda_T) & -\cos(\lambda_T) \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서

$$\lambda_T = \omega l \sqrt{\frac{\rho_p}{G}}$$

그리고 위치  $i$ 에서 무차원의 상태벡터는 식(27)과 같다.

$$\{Z\}_i = \left\{ \theta_x \quad \frac{M_x l}{GJ_p} \right\}_i^T \quad (27)$$

외부하중 및 유체의 압력맥동 또는 수격작용 등과 같은 가진력이 작용하는 파이프 계의 전달행렬은 확장 상태벡터(Extended state vector)와 확장 전달행렬(Extended transfer matrix)로 모델링할 수 있다. 확장 전달행렬은 앞서 유도된 각 방향의 부행렬과 외부가진을 각 행의 마지막 열에 삽입하여 식(28)과 같이 나타낼 수 있다. 이때 확장행렬은 기지의 외부가진이고, 파이프 요소 각 절점에서의 상태벡터는 앞서 정의된 물리량(14개)과 외부가진에 의한 상태벡터 1을 포함하여 15개의 독립변수를 갖게 된다.

$$\{Z\}_i = [T_i] \{Z\}_{i-1} \quad (28)$$



변하게 된다. 해석 모델은 저수조-파이프-밸브의 형상을 갖는 구조로서 Fig. 1과 같고, Pak등<sup>[7]</sup>이 유한요소법을 이용하여 안정성 해석에 이용한 모델을 예제로 이용하였다. 수평으로 놓여 있는 파이프 끝 부분의 밸브에서 유속을 진동하도록 유속  $v = v_0 + 2\cos(\omega t)$  m/sec로 조절하고, 이때 초기유속  $v_0 = 10$ m/sec 그리고 밸브의 조절 주파수  $\omega$ 는 Pak등<sup>[7]</sup>이 안정성 해석에서 검증한 값 16.5, 17.5, 300rad/sec를 선택하였다. 밸브의 조절 주파수에 따라 유발되는 파이프 계의 동적응답은 파이프 길이 1.5m 간격으로 알 수 있도록 4개의 절점으로 나누고, 압력손실은 무시하고 해석하였다. 유속  $v$ 를 밸브의 조절 주파수와 시간에 대해 구하여 식(35)의 외부가진  $\{Q\}$ 에 대입하면 유체와 파이프가 연성인 각 절점에서의 응답을 각기 구할 수 있다. Fig. 1에서 저수조의 정압  $H_0 = 10$ m이고, 파이프는 저수조와 밸브부분을 단순 지지시켰다.

계의 물리적 특성값은 다음과 같다.

- 파이프:  $E = 117$  GPa,  $\nu = 0.3$ ,  $\rho = 8,940$  Kg/m<sup>3</sup>,  
외경 = 34.92mm, 두께 = 1.4mm, 길이 = 6m
- 유 체:  $\rho = 1,000$  Kg/m<sup>3</sup>,  $K = 2.24$  GPa

Table 1~3은 밸브의 주파수  $\omega$ 를 각기 16.5, 17.5 및 300rad/sec로 조절할 때, 파이프의 세지점에서 유체의 압력과 유속응답 그리고 파이프의 힘과 변위응답을 나타낸 것이다. 이들 표로부터 유동유체와 파이프의 응답들을 살펴보면 압력의 변동 폭은 밸브 근처에서 가장 크고 밸브에서 멀리 떨어질 수록 그 폭이 작게 나타났으며, 유속응답은 거의 변화가 없었다. 그리고 파이프의 힘과 변위응답 역시 밸브 근처에서 가장 크고 밸브에서 멀리 떨어질 수록 그 폭이 작게 나타났으며, 유동유체의 응답특성과 같은 양상을 보이고 있다.

Fig. 2와 3은 밸브의 주파수  $\omega$ 를 16.5와 300rad/sec로 조절할 때, 파이프의 중간지점( $x = 3$ m)에 대한 유체의 응답특성과 파이프의 응답특성 그림으로 나타낸 것이며, 그밖의 지점도 모두 같은 형상을 나타내므로 생략하였다. 그리고 Table 2도 그림으로 나타내면 응답특성들이 Fig. 2와 같은 형상을 나타내므로 생략하였다.

파이프 내부 유동유체의 고유진동수<sup>[8]</sup>는 326rad/sec로 계산되었고, Fig. 3은 이 값과 유사한 주파수로 유속을 조절할 경우로서, 유체의 유속과 압력이 큰 폭으로 맥놀이(Beating)현상을 일으키고 있다. 따라서 유속과 압력의 맥놀이 현상으로 인해 파이프는 불안정하게 되어 발산하고, 내부 유동유체의 공진현상<sup>[9]</sup>에 기인하게 된다. 이와 같은 불안정 현상은 Pak등<sup>[7]</sup>의 연구에서 예측된 것과 같다. 아울러 파이프를 설계하고 밸브를 작동할 때 밸브의 조절 주파수를 잘 선택하는 것이 매우 중요하다. 파이프 내부 유동유체의 고유진동수는 유체의 파동속도와 파이프의 길이에 종속되므로 파이프의 길이가 긴 경우에는 낮은 주파수 영역에서 유체의 고유진동수가 존재하기 때

Table 1. Dynamic Amplitudes;  $\omega = 16.5$  rad/sec

| Length of Pipe(m)  |         | x = 1.5                 | x = 3.0                 | x = 4.5                 |
|--------------------|---------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| P(Pa)              | Max.    | $1.290 \times 10^5$     | $1.596 \times 10^5$     | $1.903 \times 10^5$     |
|                    | Min.    | $6.731 \times 10^4$     | $3.657 \times 10^4$     | $5.851 \times 10^3$     |
|                    | Average | $9.899 \times 10^4$     | $9.991 \times 10^4$     | $1.009 \times 10^5$     |
| V (m/sec)          | Max.    | 12.012                  | 12.011                  | 12.009                  |
|                    | Min.    | 7.984                   | 7.986                   | 7.988                   |
|                    | Average | 9.997                   | 9.997                   | 9.997                   |
| F <sub>x</sub> (N) | Max.    | 104.376                 | 129.283                 | 154.173                 |
|                    | Min.    | 54.538                  | 29.636                  | 4.741                   |
|                    | Average | 80.207                  | 80.957                  | 81.707                  |
| F <sub>y</sub> (N) | Max.    | $-2.655 \times 10^3$    | $-1.442 \times 10^3$    | $-2.308 \times 10^2$    |
|                    | Min.    | $-5.081 \times 10^3$    | $-6.293 \times 10^3$    | $-7.504 \times 10^3$    |
|                    | Average | $-3.904 \times 10^3$    | $-3.941 \times 10^3$    | $-3.978 \times 10^3$    |
| U <sub>x</sub> (m) | Max.    | $1.049 \times 10^{-5}$  | $3.134 \times 10^{-5}$  | $6.609 \times 10^{-5}$  |
|                    | Min.    | $-3.597 \times 10^{-6}$ | $-2.443 \times 10^{-5}$ | $-5.918 \times 10^{-5}$ |
|                    | Average | $3.490 \times 10^{-6}$  | $3.531 \times 10^{-6}$  | $3.578 \times 10^{-6}$  |
| U <sub>y</sub> (m) | Max.    | $1.014 \times 10^{-2}$  | $1.256 \times 10^{-2}$  | $1.498 \times 10^{-2}$  |
|                    | Min.    | $5.298 \times 10^{-3}$  | $2.878 \times 10^{-3}$  | $4.605 \times 10^{-4}$  |
|                    | Average | $7.791 \times 10^{-3}$  | $7.864 \times 10^{-3}$  | $7.937 \times 10^{-3}$  |

Table 2. Dynamic Amplitudes;  $\omega = 17.5$  rad/sec

| Length of Pipe(m)  |         | x = 1.5                 | x = 3.0                 | x = 4.5                 |
|--------------------|---------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| P(Pa)              | Max.    | $1.295 \times 10^5$     | $1.609 \times 10^5$     | $1.923 \times 10^5$     |
|                    | Min.    | $6.663 \times 10^4$     | $3.521 \times 10^4$     | $3.813 \times 10^4$     |
|                    | Average | $9.825 \times 10^4$     | $9.845 \times 10^4$     | $9.864 \times 10^4$     |
| V (m/sec)          | Max.    | 11.911                  | 11.911                  | 11.908                  |
|                    | Min.    | 8.084                   | 8.085                   | 8.088                   |
|                    | Average | 10.023                  | 10.023                  | 10.023                  |
| F <sub>x</sub> (N) | Max.    | 104.936                 | 130.993                 | 155.822                 |
|                    | Min.    | 53.986                  | 28.527                  | 3.089                   |
|                    | Average | 79.613                  | 79.771                  | 79.928                  |
| F <sub>y</sub> (N) | Max.    | $-2.643 \times 10^3$    | $-1.396 \times 10^3$    | $-1.512 \times 10^2$    |
|                    | Min.    | $-5.136 \times 10^3$    | $-6.382 \times 10^3$    | $-7.628 \times 10^3$    |
|                    | Average | $-3.897 \times 10^3$    | $-3.905 \times 10^3$    | $-3.913 \times 10^3$    |
| U <sub>x</sub> (m) | Max.    | $1.080 \times 10^{-5}$  | $3.259 \times 10^{-5}$  | $6.888 \times 10^{-5}$  |
|                    | Min.    | $-3.892 \times 10^{-6}$ | $-2.568 \times 10^{-5}$ | $-6.197 \times 10^{-5}$ |
|                    | Average | $3.367 \times 10^{-6}$  | $3.810 \times 10^{-6}$  | $2.623 \times 10^{-6}$  |
| U <sub>y</sub> (m) | Max.    | $9.123 \times 10^{-3}$  | $1.134 \times 10^{-2}$  | $1.355 \times 10^{-2}$  |
|                    | Min.    | $4.694 \times 10^{-3}$  | $2.481 \times 10^{-3}$  | $2.686 \times 10^{-4}$  |
|                    | Average | $6.923 \times 10^{-3}$  | $6.936 \times 10^{-3}$  | $6.950 \times 10^{-3}$  |

Table 3. Dynamic Amplitudes:  $\omega = 300$  rad/sec

| Length of Pipe(m)  |         | x = 1.5                 | x = 3.0                 | x = 4.5                 |
|--------------------|---------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| P(Pa)              | Max.    | $1.419 \times 10^5$     | $18.039 \times 10^5$    | $2.803 \times 10^5$     |
|                    | Min.    | $5.423 \times 10^4$     | $1.588 \times 10^4$     | $-1.218 \times 10^4$    |
|                    | Average | $9.786 \times 10^4$     | $9.768 \times 10^4$     | $9.755 \times 10^4$     |
| V (m/sec)          | Max.    | 9.448                   | 9.430                   | 9.403                   |
|                    | Min.    | 9.266                   | 9.283                   | 9.310                   |
|                    | Average | 9.357                   | 9.357                   | 9.357                   |
| F <sub>x</sub> (N) | Max.    | 114.500                 | 145.450                 | 168.090                 |
|                    | Min.    | 43.756                  | 12.813                  | -9.826                  |
|                    | Average | 78.964                  | 78.822                  | 78.718                  |
| F <sub>y</sub> (N) | Max.    | $3.052 \times 10^5$     | $3.876 \times 10^5$     | $4.480 \times 10^5$     |
|                    | Min.    | $1.166 \times 10^5$     | $3.415 \times 10^4$     | $-2.619 \times 10^4$    |
|                    | Average | $2.104 \times 10^5$     | $2.101 \times 10^5$     | $2.098 \times 10^5$     |
| U <sub>x</sub> (m) | Max.    | $1.540 \times 10^{-5}$  | $4.922 \times 10^{-5}$  | $1.002 \times 10^{-4}$  |
|                    | Min.    | $-8.502 \times 10^{-6}$ | $-4.234 \times 10^{-5}$ | $-9.324 \times 10^{-5}$ |
|                    | Average | $3.387 \times 10^{-6}$  | $3.230 \times 10^{-6}$  | $3.000 \times 10^{-6}$  |
| U <sub>y</sub> (m) | Max.    | $-5.387 \times 10^{-4}$ | $-1.578 \times 10^{-4}$ | $1.210 \times 10^{-4}$  |
|                    | Min.    | $-1.410 \times 10^{-3}$ | $-1.791 \times 10^{-3}$ | $-2.070 \times 10^{-3}$ |
|                    | Average | $-9.722 \times 10^{-4}$ | $-9.705 \times 10^{-4}$ | $-9.692 \times 10^{-4}$ |

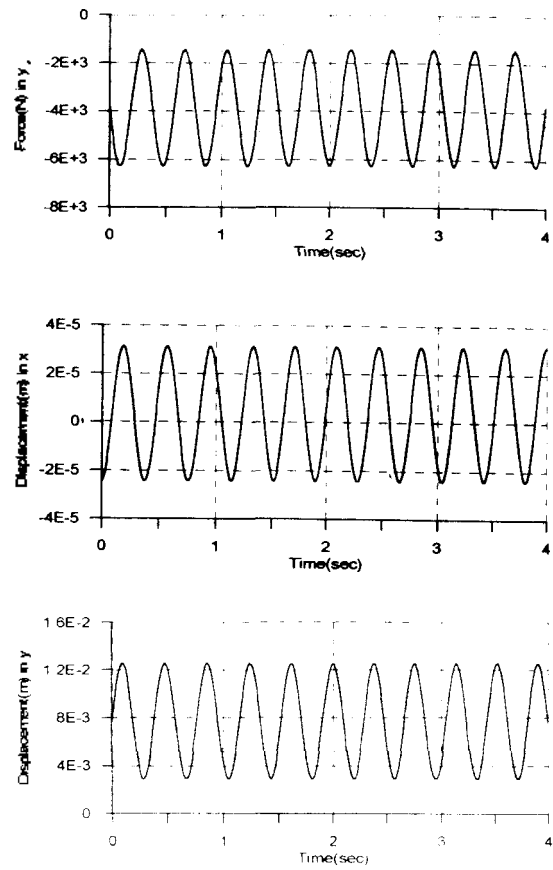
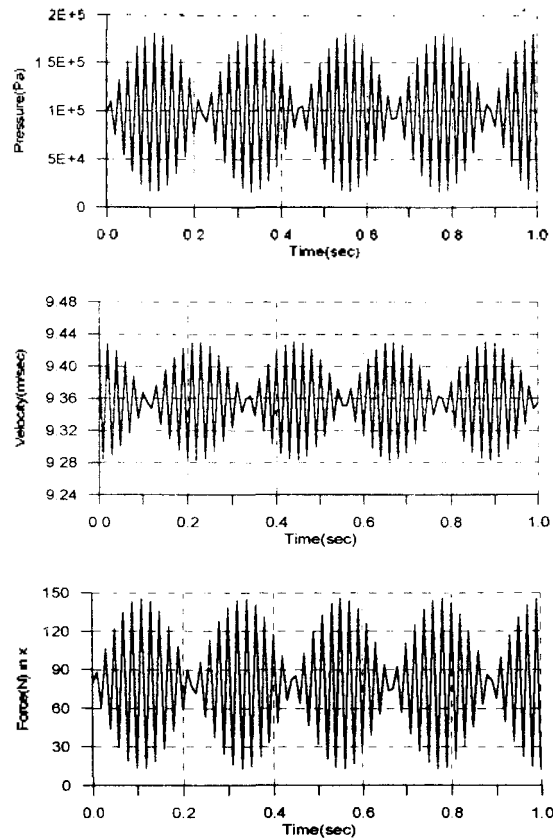
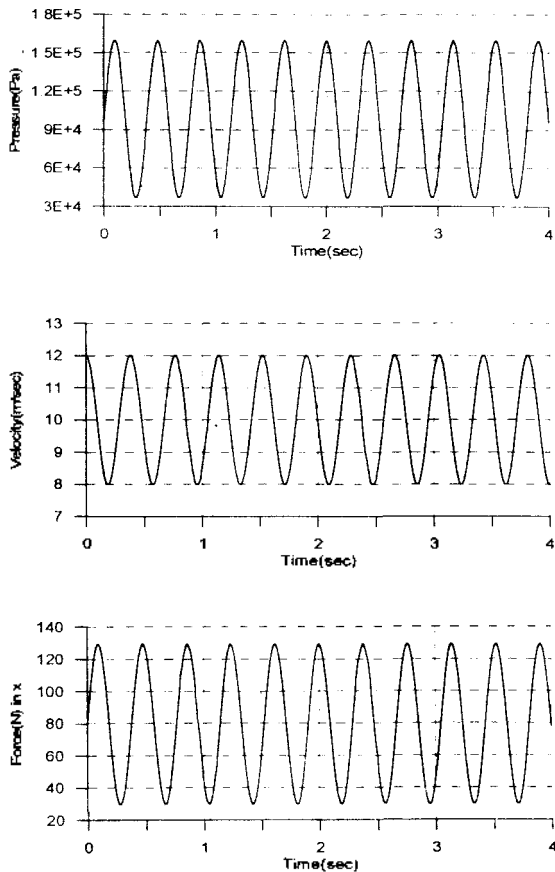


Fig. 2 Dynamic Amplitudes at x = 3.0m:  $\omega = 16.5$ rad/sec



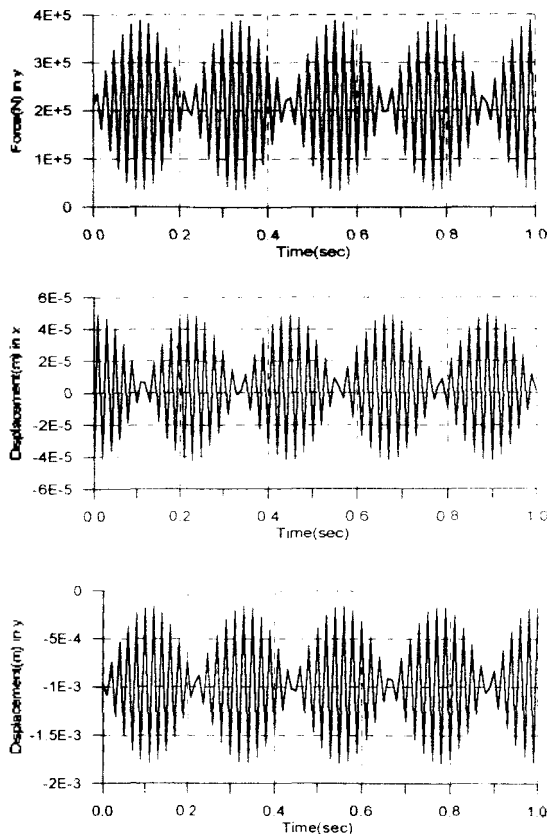


Fig. 3 Dynamic Amplitudes at  $x = 3.0\text{m}$ ;  $\omega = 300\text{rad/sec}$

문에 낮은 주파수에서도 불안정이 일어날 수 있다. 그리고 파이프 내부에 맥동유체가 흐를 경우 정상 유동 진동으로 해석하면 유체의 공진현상을 해석할 수 없기 때문에 비정상 유동 진동으로 해석해야만 한다.

### V. 결 론

전달행렬법을 이용하여 맥동류로부터 유발되는 파이프 계의 동적응답을 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 맥동류에 의한 파이프 계의 동적응답은 맥동으로부터 발생하는 변동유속과 압력의 크기에 따라 그 양상이 다르게 나타났으며, 유속의 조절 주파수가 파이프 내부유체의 고유진동수와 유사할 경우 공진 근처에서 맥놀이 현상이 관찰되었다.
2. 이와 같은 현상을 피하기 위해서는 파이프를 설계하고 밸브를 작동할 때 밸브의 조절 주파수를 잘 선택하는 것이 매우 중요하다.
3. 파이프 계의 동적거동은 유동유체의 유동양상과 같은 응답특성을 나타내고 있고, 내부 유동유체에 의해 결정됨을 알 수 있었다.
4. 본 연구의 결과로부터 내부 유동유체를 포함한 다양한 파이프 계 : 선형해석, 진동제어 및 설계평가에 광범위하게 적용할 수 있다.

### 참 고 문 헌

1. G.W. Housner, "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid", J. of Applied Mechanics, Trans. ASME, June, pp.205~208, 1952.
2. S.S. Chen, "Vibration and Stability of a Uniformly Curved Tube Conveying Fluid", J. Acoust. Soc. Am., Vol.51, No.1, Part 2, pp.223~232, 1972.
3. S.S. Chen, "Out-of-Plane Vibration and Stability of Curved Tubes Conveying Fluid", J. of Applied Mechanics, Trans. ASME, June, pp.362~368, 1973.
4. Chaudhry, M.H., Applied Hydraulic Transients, Van Nostrand Reinhold Co., New York, NY., pp. all, 1979.
5. E. Benjamin Wylie and Victor L. Streeter, Fluid Transients in Systems, Prentice Hall, pp. all, 1993.
6. R. P. Keskinen, "Explicit Solutions for Steady-State Fluid/Structure Interactions in Piping", ASME, Pressure Vessel and Piping Division, PVP, Publ. by ASME, New York, NY, USA, Vol.24, pp.141~148, 1987.
7. 이우식, 박철희, 홍성철 "내부에 유체가 흐르는 파이프계의 동적 안정성 및 응답해석", 대한기계학회, 제15권 6호, pp. 1861~1871, 1991.
8. C.W.S. To and V. Kaladi, "Vibration of Piping Systems Containing a Moving Medium", J. of Pressure Vessel Technology, Trans. ASME, Vol.107, Nov., pp.344~349, 1985.
9. Dong-Myung Lee, Myung-Jin Choi and Taek-Yul Oh, "Transfer Matrix Modelling for the 3-Dimensional Vibration Analysis of Piping System Containing Fluid Flow", KSME Journal, Vol.10, No.2, pp.180~189, 1996.
10. Dong-Myung Lee, "A Study on the Fluid-Induced Vibration and Dynamic Behaviors of Piping Systems using Transfer Matrix Method", Ph.D Dissertation, Kyung-Hee University, 1997.

▲이 동 명(Dong Myung Lee)

한국음향학회지 제15권 제3호(1996) 참조

▲최 명 진(Myung Jin Choi)

한국음향학회지 제15권 제3호(1996) 참조