

상태변수 추정을 이용한 김발형 관성항법시스템의 교정기법에 대한 연구

Calibration of Gimballed Inertial Navigation Systems Using State Estimation

김 갑 진, 송 택 렬
(Kap Jin Kim and Taek Lyul Song)

Abstract: Gimballed Inertial Navigation Systems(GINS) are sophisticated autonomous electro-mechanical systems which supply the position, velocity and attitude of the vehicle on which they are mounted. In order to maintain accuracy of outputs, the GINS are required to regularly calibrate sensor errors. However, existing calibration methods take up a long time due to multiposition alignments needed to increase accuracy. A particular system formulation for calibration of a GINS is proposed to enhance system observability and thus to expedite calibration procedure. Performance of the proposed calibration method is compared with existing methods such as Schuler test and muliposition alignment. Simulation studies show the proposed system formulation associated with a suggested suboptimal filter is accurate as well as efficient in error identification essential to GINS calibration.

Keywords : GINS, observability, calibration, error model, suboptimal filter, estimation

I. 서론

관성항법 및 유도방식을 취하고 있는 비행체에서의 관성항법장치(Inertial Navigation System : INS)는 비행임무를 충실히 수행하도록 현재의 위치, 속도 및 자세에 대한 정보를 제공한다. 관성항법장치는 세계 2차 대전때 독일의 V-2 로켓에 처음으로 장착되었다. 그 이후로 관성항법장치는 우주 발사체, 장거리 미사일이나 비행기의 표준 장비가 되어 왔다. 관성항법장치는 내부에 자이로와 가속도계와 같은 센서들이 장착되어 있고 이러한 센서의 출력은 여러 종류의 센서오차를 포함하고 있어서 관성항법장치(INS)의 성능에 커다란 영향을 주게 된다. 관성항법장치는 김발형관성항법장치(Gimballed Inertial Navigation System : GINS)와 스트랩다운 관성항법장치(Strapdown Inertial Navigation System : SDINS)로 구분된다. 김발형 관성항법장치는 안정한 플랫폼에 자이로와 가속도계를 장착하고 비행체의 각운동 및 가속도를 측정하여 현재의 위치, 속도 및 자세를 계산한다[1][2][3]. 이에 비해 스트랩다운 관성항법장치는 플랫폼 구조를 사용하지 않고 비행체에 직접 부착된 자이로와 가속도계의 출력을 이용하여 컴퓨터로 하여금 기준좌표계에 대한 비행체의 상대적인 위치, 속도, 자세를 계산하도록 설계된 계측장치이다[2][4]. 일반적으로 김발형 관성항법장치는 스트랩다운 관성항법장치에 비해 구조가 복잡하고 가격이 비싼 단점이 있지만 고정밀의 항법정보를 제공하기 때문에 민용 및 군용항공기, 전투기 및 고정밀 유도무기에 많이 사용되고 있다. 이 논문에서는 김발형 관성항법장치를 대상으로 한다.

관성항법장치는 항법과정에 들어가기 전에 플랫폼(platform)을 기준좌표계에 일치시키는 초기정렬(initial alignment)이 필수적이다. 그러나 초기정렬시의 시스템은 불완전한 가관측성(observability)을 가지게 되어 초기정렬오차(initial misalignment)가 존재하게 되고 이 초기정렬오차는 항

법오차에 큰 영향을 주게 된다. 이러한 초기정렬시의 시스템의 가관측성에 대한 연구는 [6][7]등에서 찾아볼 수 있다. 특히 [6]에서는 초기정렬시의 시스템의 가관측성이 불완전하다는 것을 보이고 초기정렬오차와 오차요소와의 관계를 유도하였다. 이러한 가관측성의 해석이 필요한 이유중의 하나는 시스템의 상태변수를 추정하기 위해 구성되는 칼만필터와 같은 오차추정용 필터의 효율을 결정하기 위해서라고 할 수 있다. 가관측성이 있는 시스템에서는 추정성능은 단지 시스템의 외란에만 영향을 받으나 가관측성이 없는 시스템은 외란을 무시하더라도 정확한 추정성능을 얻을 수 없다. 센서오차의 함수로 표시할 수 있는 초기정렬오차를 0으로 만들기 위해 적절한 교정기법(calibration)을 거쳐야 한다. 기존의 교정기법으로는 다위치 정렬(multiposition alignment)[5][13][14]을 이용한 교정기법을 들 수 있다. 이 교정기법은 다위치로 초기정렬을 수행하여 자이로와 가속도계의 출력을 측정하며, 이 출력은 오차요소들의 연립방정식으로 표현되게 되어 이 연립방정식의 해로 오차를 구하게 된다. 따라서 여러번의 위치변동을 통해 교정하게 되므로 교정 시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 시스템의 가관측성을 향상시키기 위한 방법으로는 각속도를 인가하는 개념을 [8]에서 처음으로 제시하였으나 이 논문의 system mechanization과 많은 상이점들이 있다.

이 논문에서는 정지상태에 있는 플랫폼의 각축에 일정한 각속도를 인가해서 임의의 운동을 시킴으로써 가관측성을 향상시키고, 오차추정용 필터를 이용하여 센서의 오차를 빠르고 정확하게 추정할 수 있는 새로운 교정기법을 제시하고자 한다. 이 논문에서는 시스템의 가관측성 향상을 통해 교정성능을 향상시키는 가능성을 분석하는 연구를 위해 가속도계 바이어스와 자이로 드리프트를 상수로 가정하였으며 제시하는 교정기법을 기술하는 시스템 동력학 방정식이 해석적인 해를 구하기가 불가능한 시변시스템으로 나타나기 때문에 [14]에서 발표된 바와 같이 시뮬레이션을 통한 가관측성해석을 시도하였다. 이 논문은 다음과 같이 구성되었다.

II 장에서는 초기정렬시의 시스템의 가관측성을 오차모델의 해를 직접 구하는 새로운 방법으로 해석하여 가관측성의 결여를 보이고, 그 결과 초기정렬오차와 오차요소와의 관계

를 유도하였다. II장에서의 가관측성 해석에 사용된 10차 시스템 모델에 적용하기 위한 새로운 교정기법을 III장에서 제안하고, 상태변수의 추정을 위해 시스템 동력학 방정식을 선형화하여 10차의 준최적필터(suboptimal filter)를 구성하였다. 그리고 IV장에서의 시뮬레이션을 통해 가관측성이 향상됨을 증명하고 상태변수의 추정성능을 이 논문의 각속도 인가방식과는 달리 항법방정식에 초기속도를 인가하여 플랫폼을 토킹(torquing)하는 기존의 슈러테스트(Schuler test)방법과 비교 분석하였다.

II. 초기정렬시스템의 가관측성 해석

초기정렬시에 시스템의 불완전한 가관측성으로 초기정렬 오차가 존재하게 되어 항법오차에 큰 영향을 미치게 된다. 초기정렬오차는 플랫폼의 센서오차의 함수로 나타나며 주기적인 교정을 통해 오차를 감소시킴으로 항법성능을 향상시켜야 한다. 센서오차를 추정하기 위해서 시스템 가관측성 해석이 필수적이다. 이는 시스템의 상태변수를 추정하기 위해 구성되는 칼만필터와 같은 오차추정용 필터의 효율을 결정하기 위해서라고 할 수 있다.

[6]에서는 가관측성 해석을 위해 [7]에서 제시된 10차의 김발형 관성항법장치의 오차모델을 사용하여 가관측성 판별행렬(observability grammian)을 구하여 rank를 조사하여 가관측성이 결여되어 있다는 것을 보이고 또한 가관측하지 않는 상태변수를 구별하고 초기정렬오차와 오차요인 사이의 관계를 유도하였다. 이 장에서는 [6][7]에서 제시된 오차모델을 이용하여 이 오차모델의 해를 직접 구하는 새로운 방법으로 가관측성을 해석하고 교정조건을 위해 필수적으로 거치게 되는 초기정렬오차값을 센서오차의 함수로 나타내고자 한다.

다음의 가정1, 2를 통해 [6][7]로 부터 10차의 오차모델을 나타내면 아래와 같다.

가정 1 : 수평채널과 수직채널은 coupling이 거의 없어서 수직채널은 무시될 수 있다.

가정 2 : 초기정렬과정은 위치가 알려진 지상에서 수행되어지므로 위치오차는 제거될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{V}_N \\ \delta \dot{V}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega_D \\ -2\Omega_D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V_N \\ \delta V_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_N \\ \psi_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta a_N \\ \delta a_E \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_N \\ \dot{\psi}_E \\ \dot{\psi}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D & 0 \\ -\Omega_D & 0 & \Omega_N \\ 0 & -\Omega_N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_N \\ \psi_E \\ \psi_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \omega_N \\ \delta \omega_E \\ \delta \omega_D \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

여기서 $\Omega_D = -\Omega s\lambda$, $\Omega_N = \Omega c\lambda$, λ 는 초기정렬을 수행하는 위치의 위도를 뜻하고 표현을 간단히 하기 위해 $\sin(\lambda)$ 는 $s\lambda$, $\cos(\lambda)$ 는 $c\lambda$ 로 줄여서 사용한다. (1.1)과 (1.2)에서 $\delta V_{N,E}$ 는 속도오차를 나타내고, $\psi_{N,E,D}$, $\delta a_{N,E}$ 와 $\delta \omega_{N,E,D}$ 는 각각 자세오차(tilt), 가속도계 바이어스(bias)와 자이로 드리프트(drift)를 나타낸다. g 는 중력가속도를 의미하며, Ω 는 지구자전 각속도를 나타낸다. 참고로 아래첨자 N,E,D 는 North, East, Down축의 성분을 나타낸다.

초기정렬시간은 항법상황에 비해 소요되는 시간이 짧아서 속도오차가 커지지 않고 지구 자전속도와 곱해져서 구성되는 Coriolis가속도는 무시할 수 있으므로 (1.1)과 (1.2)의 오차모델 중에서 (1.1)로 표현되는 속도오차방정식은 Coriolis 가속도에 의한 오차항이 생략되어 다음 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{V}_N \\ \delta \dot{V}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_N \\ \psi_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta a_N \\ \delta a_E \end{bmatrix} \quad (2)$$

따라서 (1.2)로 표현되는 선형 오차방정식의 해를 구하면 다음과 같다[9].

$$\psi(t) = \Phi(t)\psi(0) + \int_0^t \Phi(t-\sigma)\delta\omega d\sigma \quad (3)$$

여기서 transition matrix $\Phi(t)$ 는 다음과 같다.

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} c\Omega t + c^2\lambda(1-c\Omega t) & -s\lambda s\Omega t & -s\lambda c\lambda(1-c\Omega t) \\ s\lambda s\Omega t & c\Omega t & c\lambda s\Omega t \\ -s\lambda c\lambda(1-c\Omega t) & -c\lambda s\Omega t & c\Omega t + s^2\lambda(1-c\Omega t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

윗식에서

$\psi(t) = [\psi_N \ \psi_E \ \psi_D]^T$, $\delta\omega = [\delta\omega_N \ \delta\omega_E \ \delta\omega_D]^T$ 를 나타낸다. 가속도계 바이어스와 자이로 드리프트는 시간에 따라 변하지 않는 상수로 가정하고 (3)을 정리하면 속도오차 계산에 사용되는 $\psi_N(t)$ 와 $\psi_E(t)$ 의 자세오차의 해를 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_N(t) &= [c\Omega t + c^2\lambda(1-c\Omega t)]\psi_N(0) - s\lambda s\Omega t \psi_E(0) \\ &\quad - s\lambda c\lambda(1-c\Omega t)\psi_D(0) + \left[\frac{1}{\Omega} s\Omega t + c^2\lambda\left(t - \frac{1}{\Omega} s\Omega t\right)\right]\delta\omega_N \\ &\quad - \frac{s\lambda}{\Omega}(1-c\Omega t)\delta\omega_E - s\lambda c\lambda\left(t - \frac{1}{\Omega} s\Omega t\right)\delta\omega_D \\ \psi_E(t) &= s\lambda s\Omega t \psi_N(0) + c\Omega t \psi_E(0) + c\lambda s\Omega t \psi_D(0) \\ &\quad + \frac{s\lambda}{\Omega}(1-c\Omega t)\delta\omega_N + \frac{1}{\Omega} s\Omega t \delta\omega_E + \frac{c\lambda}{\Omega}(1-c\Omega t)\delta\omega_D \end{aligned} \quad (5)$$

앞의 (2)의 해를 구하기 위해 (5)를 (2)에 대입하고 (3)과 같은 선형 미분방정식의 해의 공식을 사용하여 해를 구한 다음 근사치로써 $s\Omega t = \Omega t$, $c\Omega t = 1 - \frac{(\Omega t)^2}{2}$ 와 같이 t 의 2차항까지만 취해 간략화하면 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta V_N(t) &= t(g\psi_E(0) + \delta a_N) + \frac{1}{2}g c\lambda \Omega t^2(\psi_D(0) \\ &\quad + \frac{\delta\omega_E}{\Omega c\lambda} + \psi_N(0) \tan \lambda) \\ \delta V_E(t) &= -t(g\psi_N(0) - \delta a_E) - \frac{1}{2}g t^2 \delta\omega_N \end{aligned} \quad (6)$$

초기정렬시의 GINS의 동력학은 (1.2)과 (2)로부터 $\dot{x} = Ax$, $y = Hx$ 인 선형시스템으로 표현되며 여기서 상태변수 $x(t)$ 와 출력 y 는

$$\begin{aligned} x(t) &= [\delta V_N \ \delta V_E \ \psi_N \ \psi_E \ \psi_D \ \delta a_N \ \delta a_E \ \delta \omega_N \ \delta \omega_E \ \delta \omega_D]^T \\ y &= (\delta V_N, \delta V_E)^T = H\Phi(t-t_0)x_0 \end{aligned}$$

로 나타낼 수 있다. 이러한 선형시스템의 가관측성 해석을 위해 [9]에서 증명된 정리 1을 이용하자.

정리 1 : $\tilde{H}(t, t_0) = H(t)\Phi(t-t_0)$ 라고 정의할 때 $(t_0, t_f]$ 에서 정의된 시스템이 가관측하기 위한 필요충분조건은 $\tilde{H}(t, t_0)$ 의 열(column)이 $(t_0, t_f]$ 구간내에 linearly independent해야 한다. 즉 적어도 하나의 원소가 0이 아닌 임의의 벡터(nonzero vector) μ 가 존재하여 (7)의 조건을 만족할 때 시스템은 가관측하다.

$$\tilde{H}(t, t_0)\mu \neq 0 \quad (7)$$

따라서 정리 1에 의해 ψ_N, ψ_E, ψ_D 의 초기조건은 아래의 (8)을 만족하고 나머지 상태변수의 초기값을 0으로 둔 x_0 를 (7)의 μ 로 선택한다면 $\tilde{H}(t, t_0)x_0 = 0$ 이 되어 시스템은 가관측성이 없음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_N(0) &= \frac{\delta a_E}{g} \\ \psi_E(0) &= -\frac{\delta a_N}{g} \\ \psi_D(0) &= -\frac{\delta \omega_E}{\Omega c\lambda} - \frac{\delta a_E}{g} \tan \lambda \end{aligned} \quad (8)$$

[6]에서는 이 논문과는 달리 가관측성 판별행렬의 rank를 조사하는 방법으로 얻은 결과와 동일함을 알 수 있고 이를 유도하는 과정은 이 논문에서 제시한 방법이 훨씬 간편함을 알 수 있다. (8)은 초기정렬오차와 오차요소간의 관계를 나타내는 중요한 식으로 초기정렬오차와 센서오차요소는 구별

이 되지 않기 때문에 초기정렬을 수행한 후에도 초기정렬오차는 존재하게 됨을 알려준다.

III. 새로운 교정기법의 제안

II장에서 유도한 바와 같이 초기정렬을 수행한 후에도 시스템의 가관측성 결여로 인한 초기정렬오차가 존재하게 된다. 따라서 센서오차들을 추정하여 이들을 교정함으로써 초기정렬오차를 감소시키고 항법성능을 향상시킬 수 있는 적절한 교정기법이 필요하다.

이 논문에서는 정지상태에 있는 플랫폼의 각 축에 일정한 각속도를 인가하여 임의의 운동을 유발하여 시스템의 가관측성을 향상시키고 가관측성이 향상된 시스템의 상태변수 추정을 위하여 칼만 필터를 사용하여 시스템의 상태변수인 센서오차들을 짧은 교정시간으로도 정확하게 추정할 수 있는 새로운 교정기법을 제시하고자 한다. 기존에는 다위치정렬(multiposition alignment)을 이용한 교정기법과 솔러테스트방법을 이용한 교정기법이 있다. 다위치 정렬을 이용한 교정기법은 다위치에서 초기정렬을 수행하여 자이로와 가속도계의 출력을 측정하며 이 출력은 오차요소들의 연립방정식으로 표현되게 되며 이 연립방정식의 해를 풀어서 오차를 구하게 된다. 따라서 여러번의 위치변동을 통해 교정하게 되므로 김발형 관성항법장치인 경우에 교정 시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 예를 들면 GINS의 일종인 영국 GEC Ferranti사의 FIN 1000 series [10]는 교정시간이 약 2시간 40분가량 걸리고 일반적으로 유사한 성능의 GINS는 대체로 이와 비슷한 교정시간이 걸린다. 기존의 솔러테스트는 항법방정식에 초기속도를 인가함으로써 플랫폼이 마치 비행하는 비행체에서 국지수평(local level)을 유지하는 것처럼 각운동을 하게 되고, 이 운동으로 유발된 센서의 출력을 이용하여 항법방정식의 해를 구하고 오차가 없는 기준 출력과의 차이를 이용하여 센서의 오차를 구하는 방법을 사용한다. 솔러테스트에서는 플랫폼에 각속도를 인가하는 방법과 교정을 위한 시스템 동력학 방정식이 이 논문이 제시하는 것들과 다르나 플랫폼의 각운동을 통해 시스템의 가관측성을 향상시키고자 하는 원리는 같다. 오차의 추정은 자료를 일괄처리하는 Batch estimation의 방법을 주로 사용하였으나 [11], [12]에서는 Sequential estimation방법을 제시하였다.

이 논문에서는 새로운 교정기법을 적용한 시스템 동력학 방정식을 제안하며, 상태변수 추정을 위해 제시한 시스템 동력학 방정식을 선형화하여 칼만필터를 구성하는 준최적필터를 구현한다.

1. 좌표계의 정의

이 논문에서 사용하는 좌표계는 그림 1에서 보는 바와 같이 크게 다음과 같은 4가지의 좌표계로 생각할 수 있다.

- l : 기준좌표계 Local level coordinate : (N, E, D)
- i : 플랫폼좌표계 Error free platform coordinate : (1,2,3)
- i* : 오차에 오염된 플랫폼좌표계 Error corrupted platform coordinate
- s : 관성좌표계 Inertial coordinate (t=0일 때 s=l)

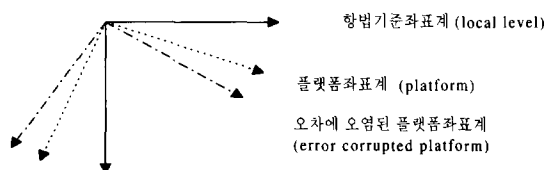


그림 1. 좌표계의 정의.
Fig 1. Definition of coordinate systems.

기준좌표계는 교정을 수행하는 장소에서의 North, East, Down 방향을 유지하는 국지수평 좌표계이고, 관성좌표계는 초기의 기준좌표계와 같은 좌표축을 항상 유지하며 지구의 자전에 영향을 받지 않는 좌표계이다. 그리고 플랫폼 좌표계는 센서가 놓여있는 플랫폼의 좌표계로 오차가 존재하지 않을 때의 i 좌표계와 오차가 존재할 경우의 i* 좌표계로 구별된다.

2. 제시하는 교정기법

II장에서 시스템의 가관측성 해석에 이용된 [6][7]의 10차 오차모델에 새로운 교정기법을 적용하여, 초기정렬시에 가관측성이 없는 시스템에 대해 가관측성을 향상시킴으로써 오차요소 및 초기정렬오차를 추정할 수 있는 준최적필터를 구성한다. 10차 시스템은 속도오차, 자세오차, 가속도계 바이어스, 자이로 드리프트로 구성된다.

이 논문에서는 강제로 $V_3 = 0$ 으로 둔 미분방정식을 교정조준의 시스템 동력학 방정식으로 제안하며 이는 (9)로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (2\Omega_3 + \rho_3) V_2 \\ -(2\Omega_3 + \rho_3) V_1 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 우측 변의 첫번째 항은 가속도계에서 측정하는 가속도의 값이고 세번째 항은 플랫폼에서의 중력가속도를 의미한다. 위의 (9)는 일반적인 항법방정식(navigation equation)[1][2]과 비슷한 형태이나 여기서의 ρ 는 가관측성을 증가시키기 위해 임의로 플랫폼에 인가하는 각속도를 의미하며 일반적인 항법방정식에서 국지수평좌표계를 유지하기 위해 플랫폼에 인가해 주는 각속도와는 다르다. 또 (9)에서 가속도계 바이어스 $[\delta a_1, \delta a_2]^T$ 를 포함하는 측정되는 가속도와 지구의 자전 각속도는 각각 다음과 같은 식으로 나타내어진다.

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta a_1 \\ \delta a_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3]^T = C \begin{bmatrix} \Omega_N \\ \Omega_E \\ \Omega_D \end{bmatrix}^T$$

여기서 C_i 는 l 좌표계에서 i 좌표계로의 좌표변환행렬, C_i^* 는 l 좌표계에서 i* 좌표계로의 좌표변환행렬을 의미한다.

기존의 솔러테스트는 임의의 초기 속도를 인가하여 국지수평을 유지하는 항법상황인 것처럼 만들어 주는 방법으로, 초기속도 인가로 인한 자세변환이 솔러주기를 가지며 작은 크기로 진동한다. 제시하는 방법은 임의의 각속도를 직접 인가해 줌으로써 자세변환을 유발시키는 것으로 국지수평을 유지하고자 하는 항법상황이 아니며 솔러테스트의 경우 보다도 더 간단한 시스템 동력학 방정식으로써 시스템의 가관측성을 향상시킬 수 있다.

(9)는 센서의 오차가 존재하지 않는다면 기준(nominal) 속도방정식으로 나타내어지며, 이 경우에는, 가속도계에서 측정하는 가속도와 중력가속도 성분이 서로 상쇄되어 다음의 (11)과 같이 나타내어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2\Omega_3 + \rho_3) V_2 \\ -(2\Omega_3 + \rho_3) V_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

위 식은 homogeneous 미분방정식으로 초기 속도가 0일 경우, $V_1(t) = V_2(t) = 0$ 임을 나타낸다. C_i , C_i^* 는 각각 i 좌표계에서 l 좌표계로의 좌표변환행렬, i* 좌표계에서 l 좌표계로의 좌표변환행렬을 나타내며, 아래의 (12), (13)을 통해 얻어진다[1].

$$\dot{C}_i = C_i^* (\omega^{i*}) - (\Omega^{i*}) C_i \quad (12)$$

$$\dot{C}_i^* = C_i^* (\omega^{i*}) - (\Omega^{i*}) C_i^* \quad (13)$$

윗 식에서 $\omega_{is}^i = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 는 s 좌표계에 대한 i 좌표계의 회전 각속도를 i 좌표계 상에서 나타낸 각속도 벡터이고, $\omega_{is}^{i^*}$ 는 s 좌표계에 대한 i^* 좌표계의 회전 각속도를 i^* 좌표계 상에 나타낸 각속도 벡터이며, Ω_{is}^i 는 s 좌표계에 대한 i 좌표계의 상대 회전 각속도를 i 좌표계에 나타낸 각속도 벡터를 의미한다. 그리고 $\{\cdot\}$ 와 같이 나타낸 것은 다음의 왜대칭(skew symmetric) 행렬을 나타낸다.

$$\{\omega_{is}^i\} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

제안한 시스템 동력학 방정식인 (9)에 섭동기법을 적용하여 선형화시키면 (15)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{V}_1 \\ \delta \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega_3 + \rho_3 \\ -(2\Omega_3 + \rho_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V_1 \\ \delta V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} gC_{33}(t)\psi_2 - gC_{32}(t)\psi_3 \\ -gC_{33}(t)\psi_1 + gC_{31}(t)\psi_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta a_1 \\ \delta a_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

윗 식은 가관측성의 향상을 위해 플랫폼에 임의로 인가해주는 ρ 라는 일정한 각속도가 인가되어 운동하게 될 때의 속도오차방정식이다. 그리고 Ω_3 항은 관성좌표계에 대한 플랫폼좌표계(i 좌표계 : (1,2,3))에서의 지구자전각속도를 플랫폼좌표계에 나타낸 것을 의미한다. $C_{xy}(t)$ 로 표현된 성분은 기준좌표계에서 플랫폼좌표계로의 좌표변환행렬인 C_i^j 의 성분을 의미한다. 또한, 윗 식에서의 플랫폼 자세 오차각 ψ_1, ψ_2, ψ_3 는 아래의 i 좌표계에서 i^* 좌표계로의 좌표변환행렬 $C_i^{i^*}$ 의 전과 방정식을 선형화하여 구한다.

$$C_i^{i^*} = C_i^j(\omega_{is}^i) - (\omega_{is}^{i^*}) C_i^{i^*} \quad (16)$$

이 때, 자세오차가 작다고 가정한다면 $C_i^{i^*}$ 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_i^{i^*} = \begin{bmatrix} 1 & \psi_3 & -\psi_2 \\ -\psi_3 & 1 & \psi_1 \\ \psi_2 & -\psi_1 & 1 \end{bmatrix} \triangleq I - [\psi \times] \quad (17)$$

따라서 (16)과 (17)을 이용하여 구해진 ψ_1, ψ_2, ψ_3 는 아래의 미분방정식을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_2 \\ \dot{\psi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \omega_1 \\ \delta \omega_2 \\ \delta \omega_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

이 논문에서는 초기정렬을 마친 후에도 여전히 (8)의 초기정렬오차 $\psi_1(0), \psi_2(0), \psi_3(0)$ 가 존재한다고 가정하였다. 여기서 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 는 지구자전각속도에 인가하는 ρ 가 더해진 각속도로 관성좌표계에 대한 플랫폼 좌표계의 상대회전 각속도를 플랫폼 좌표계에 나타낸 것이며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega = C_i^j \vec{\Omega} + \rho = \begin{bmatrix} \Omega_1 + \rho_1 \\ \Omega_2 + \rho_2 \\ \Omega_3 + \rho_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \Omega_N \\ \Omega_E \\ \Omega_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega \cos \lambda \\ 0 \\ -\Omega \sin \lambda \end{bmatrix} \quad (19)$$

이상의 과정에서는 제시한 교정기법에서의 시스템 동력학 방정식을 (9)-(13)으로 기술하고 시스템 상태변수 추정을 위한 칼만필터의 구현을 위해서 이 방정식들을 선형화한 오차방정식인 (15)와 (18)을 얻었다. 선형화된 (15), (18)과 상수로 가정된 센서오차를 포함한 10차의 상태방정식을 구성하면 (20)과 같이 나타내어진다.

$$\dot{x} = Ax \quad (20)$$

여기서 상태변수는

$x = [\delta V_1 \ \delta V_2 \ \psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \delta a_1 \ \delta a_2 \ \delta \omega_1 \ \delta \omega_2 \ \delta \omega_3]^T$ 와 같으며, 시스템 행렬 A 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} F_{5 \times 5} & I_{5 \times 5} \\ O_{5 \times 5} & O_{5 \times 5} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

여기서 $I_{5 \times 5}$ 는 단위행렬, $O_{5 \times 5}$ 는 영행렬, $F_{5 \times 5}$ 는 다음과 같이 나타내어지는 행렬을 의미한다.

$$F_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega_3 + \rho_3 & 0 & gC_{33}(t) & -gC_{32}(t) \\ -(2\Omega_3 + \rho_3) & 0 & -gC_{33}(t) & 0 & gC_{31}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_3 + \rho_3 & -(\Omega_2 + \rho_2) \\ 0 & 0 & -(\Omega_3 + \rho_3) & 0 & \Omega_1 + \rho_1 \\ 0 & 0 & \Omega_2 + \rho_2 & -(\Omega_1 + \rho_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

또한 측정방정식은 속도만을 측정한다고 가정할 때 다음과 같다.

$$z = \begin{bmatrix} \delta V_1 \\ \delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \nu \quad (23)$$

$$\triangleq Hx + \nu$$

여기서 ν 는 평균이 0이고 공분산이 R 인 백색측정잡음이고 측정주기는 1초로 가정하였다.

다음 과정은 (20)의 시스템 동력학 방정식과 (23)의 측정방정식을 이용하여 칼만필터[15]를 적용하여 상태변수 $x(t)$ 의 추정치를 구하는 것이 되며, 칼만필터에서 추정치로 사용하게 되는 속도오차는 (9)의 오차가 포함된 시스템 동력학 방정식과 (11)의 기준방정식에서의 속도의 차이로 계산하여 사용하게 되는데 초기값을 0으로 둔다면 속도오차는 (11)에서는 $V_1(0) = V_2(0) = 0$ 이므로 (9)에서의 속도가 속도오차가 된다. 따라서 $\delta V = V^* - V = V^*$, $V^*(0) = V(0) = 0$ 이 됨을 알 수 있다.

제시된 교정기법을 사용하는 시스템의 가관측성 분석과 칼만필터를 통한 상태추정 성능은 IV장에서 시뮬레이션을 통해 나타내었다.

IV. 시뮬레이션 결과 및 분석

이 장에서는 시뮬레이션을 통해 이 논문에서 제시하는 교정기법의 결과를 솔라테스트와 비교하고 또한 공분산 해석을 통해 시스템의 가관측성의 변화를 살펴보았다. 이 논문에서는 (8)로 표현되는 초기정렬오차가 존재하는 것으로 가정했으며 센서오차는 랜덤상수로 가정하여 시뮬레이션을 수행하였고 사용한 상태변수 및 공분산 행렬의 초기값을 정리하면 아래와 같다. (23)과 같은 측정방정식에서의 속도는 i^* 좌표계에서의 속도와 i 좌표계에서의 속도의 차로 그 초기값은 $V_1^*(0) = V_2^*(0) = 0$, $V_1(0) = V_2(0) = 0$ 으로 정하였고 또한 상태변수 추정치의 초기값도 모두 0으로 정하였다. 자세변환식의 초기값인 $C_i^j(0)$, $C_i^{i^*}(0)$ 은 $C_i^j(0) = I_{3 \times 3}$ 과 같은 3×3 의 단위행렬이고 $C_i^{i^*}(0)$ 은 초기정렬오차가 존재한다고 가정하여 다음 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$C_i^{i^*}(0) \approx \begin{bmatrix} 1 & -\psi_3(0) & \psi_2(0) \\ \psi_3(0) & 1 & -\psi_1(0) \\ -\psi_2(0) & \psi_1(0) & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서 $\psi_1(0), \psi_2(0), \psi_3(0)$ 는 초기정렬오차로 (8)과 같다. 또한 시뮬레이션에서는 랜덤상수인 센서 오차요소의 값은 하나의 상수로 사용하였고 표 1에 오차요소의 값을 표시하였다.

표 1. 센서 오차요소.
Table 1. Sensor errors.

오차요소	시뮬레이션에 사용한 값
자이로 드리프트	0.005 deg/hr(0.2424e-7 rad/s)
가속도계 바이어스	50 micro-g

공분산 행렬의 초기값과 R 행렬은 다음과 같다.

$$P(0) = \text{diag} [25 \times 10^{-4} (m/s)^2 \quad 25 \times 10^{-4} (m/s)^2 \\ 10^{-4} \text{rad}^2 \quad 10^{-4} \text{rad}^2 \quad 10^{-4} \text{rad}^2 \\ 10^{-6} (m/s^2)^2 \quad 10^{-6} (m/s^2)^2 \quad 10^{-10} (rad/s)^2 \\ 10^{-10} (rad/s)^2 \quad 10^{-10} (rad/s)^2]$$

$$R = \text{diag} [25 \times 10^{-4} (m/s)^2, 25 \times 10^{-4} (m/s)^2]$$

이 논문이 제시한 플랫폼의 각운동을 유발시키는 교정기법과 성능을 비교하기 위한 슬러테스트에서도 같은 $P(0)$ 와 R 을 사용하였으며 항법방정식[11][12]의 초기속도값은 North, East축으로 각각 1500 ft/s로 하였다.

제시한 교정방법은 임의의 각속도를 플랫폼에 인가하여 시스템의 가관측성을 향상시키는 데 목적이 있다. 따라서 상태변수를 추정하기 위해서 필요한 각속도의 크기와 각속도를 인가하는 축을 정하는 것이 중요하다. 먼저 시뮬레이션을 통해 어떤 종류의 각속도를 어떤 축으로 인가해야 하는가를 알아보았다. 시뮬레이션에서는 사용된 각속도를 일정한 값을 가지는 경우와 시변함수인 sine값을 가지는 경우로 구별하여 플랫폼의 움직임과 속도오차의 변화와 상태변수의 추정정도를 비교해 보았다. 두 경우에 있어서의 가장 큰 차이점은 플랫폼의 운동의 크기였다. 즉, sine함수로 플랫폼을 토크하는 경우에는 플랫폼의 운동을 크게 할 수 없고 원하는 자세의 변화를 얻을 수 없어 상태변수를 추정하기 위한 값을 정하기가 어려웠다. 이에 반해 일정한 값의 각속도를 인가할 때는 플랫폼의 운동이 가관측성을 향상시키기에 충분한 결과를 얻었다. 따라서 일정한 각속도를 인가하는 방법을 택하였고 일정한 각속도의 크기는 김발형 관성항법장치의 토크하는 각속도값의 일반적인 한계내에서 구하였다. 예를 들면 [10]에서는 김발의 Roll, Pitch축으로는 $0.0289^\circ/\text{sec}$, Yaw축으로는 $0.215^\circ/\text{sec}$ 정도의 값 이상으로는 토크할 수가 없다. 적절한 각속도값을 구하기 위해서 우선 한 축으로만 일정한 각속도를 인가하여, 이 때 추정가능한 상태변수를 확인해 보고 시스템 가관측성을 판정할 수 있는 공분산행렬의 값[14][15]을 조사해 보았다. 먼저 1축으로 $6.7 \times \Omega \text{ rad/sec}$ ($\approx 0.028^\circ/\text{sec}$)의 각속도를 인가하였다. 그 결과 추정이 가능한 상태변수는 $\psi_1, \delta a_2, \delta \omega_2, \delta \omega_3$ 였다. 이제 2축으로 $6.7 \times \Omega \text{ rad/sec}$ ($\approx 0.028^\circ/\text{sec}$)의 각속도를 인가하였다. 그 결과 추정가능한 상태변수는 $\psi_2, \delta a_1, \delta \omega_1, \delta \omega_3$ 였다. 또 3축으로 $10 \times \Omega \text{ rad/sec}$ ($\approx 0.04178^\circ/\text{sec}$)의 각속도를 인가하고 추정성능을 조사하면 $\psi_3, \delta \omega_3$ 만 추정가능하였다. 따라서 각속도를 3개의 축 모두에 인가해야만 모든 상태변수를 추정가능하다는 것을 확인할 수 있었고 그 값은 Roll, Pitch축으로는 $6.7 \times \Omega \text{ rad/sec}$ ($\approx 0.028^\circ/\text{sec}$), Yaw축으로는 $10 \times \Omega \text{ rad/sec}$ ($\approx 0.04178^\circ/\text{sec}$)로 정하였다.

그림 2(a)는 제시하는 교정기법을 적용하기 전의 초기정렬시의 10차 오차모델에서의 속도오차와 교정기법을 적용하였을 때의 속도오차를 비교하였다. 그림에서 보듯이 플랫폼에 각속도를 인가하는 경우 속도오차가 진동하는 것을 볼 수 있다. [6]의 결과에서 초기정렬시에 가관측성이 결여된 상태변수는 가속도계 바이어스들과 East축 자이로 드리프트임을 알 수 있다. 그림 2(b)는 1축의 가속도계 바이어스의 공분산 값의 변화를 나타내었다. 즉 고정위치에서 초기정렬을 수행하는 10차 오차모델에서는 가관측성이 결여되어 있는 이 상태변수의 공분산 값이 시간이 증가함에 따라 감소하지 않는 것을 볼 수 있고 제시된 교정기법을 적용하였을 때는 공분산 값이 감소하는 것으로 보아 가관측성이 증가하는 것을 알 수 있다.

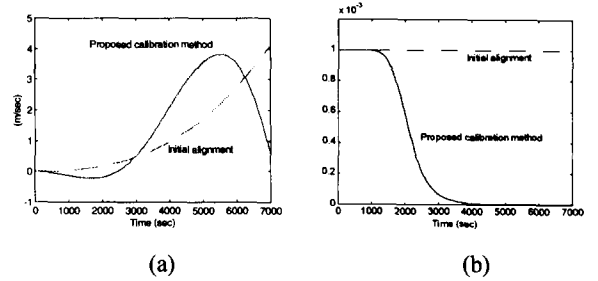


그림 2. (a) 속도오차, (b) 1축 가속도계 바이어스(δa_1)의 σ 값의 변화.
Fig. 2. (a) Velocity errors, (b) Variance of the accelerometer bias(δa_1).

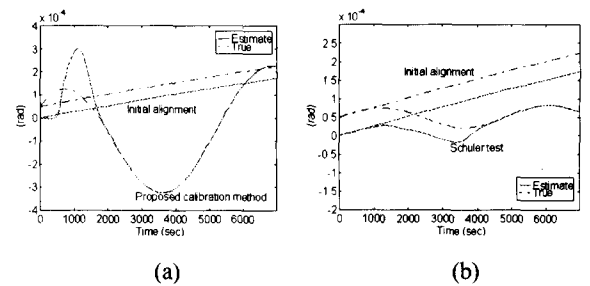


그림 3. 자세오차(ψ_1)의 추정성능 (a) 제시된 교정기법, (b) 슬러테스트.
Fig. 3. Estimation performance for the tilt(ψ_1) (a) proposed method, (b) Schuler test.

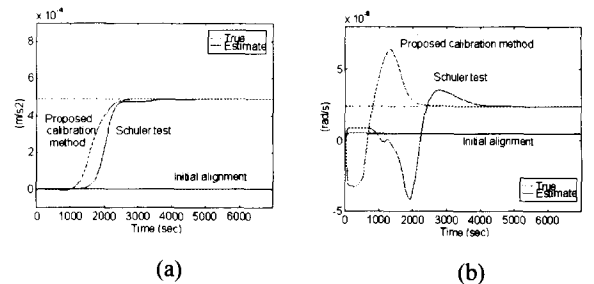


그림 4. (a) 가속도계 바이어스(δa_1)의 추정성능, (b) 자이로 드리프트($\delta \omega_2$)의 추정성능.
Fig. 4. (a) Estimation performance for the accelerometer bias(δa_1), (b) Estimation performance of the gyro drift($\delta \omega_2$).

그림 3(a)는 초기정렬시의 자세오차의 추정성능과 제시하는 교정기법을 적용하였을 때의 추정성능을 비교하고 그림 3(b)에서는 슬러테스트의 추정성능과 비교하였을 때를 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 제시하는 교정기법의 추정시간이 빠름을 알 수 있다. 즉, 가관측성의 결여로 인해 초기정렬 후에 남게 되는 초기정렬오차를 새로운 교정방법을 통해 보다 빠른 교정시간으로 추정할 수 있는 것을 알 수 있다. 그림 2(a), 3에서 초기에 오차가 증가하는 이유는 이 구간에서는 시스템의 가관측성이 확보되지 않기 때문에 생긴 현상으로 판단되며, 그 이후 플랫폼의 각운동에 의해 가관측성이 점차 증가하여 추정오차가 감소함을 알 수 있다. 그림 4는 1축 가속도계 바이어스, 2축 자이로 드리프트의 추정성능을 교정기법을 적용하기 전과 후, 또 슬러테스트와 비교한 것으로, 제시하는 교정기법은 약 2400초 내외의 추

정시간으로 정확한 오차값을 추정하나 슬러테스트는 훨씬 긴 추정시간이 필요함을 알 수 있다. 다른 상태변수들에 대해서도 이와 유사한 추정성능을 보였다.

그림 5에서는 3축으로 각속도를 인가할 때의 플랫폼의 Roll, Pitch, Yaw의 오일러각(Euler angle)을 나타내었다.

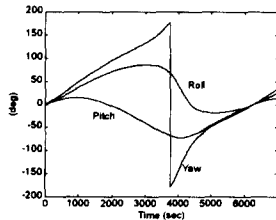


그림 5. 플랫폼의 롤, 피치, 요 각도.

Fig. 5. Roll, Pitch, Yaw platform angles.

V. 결론

이 논문에서는 정지상태의 김발형 관성항법장치에 일정한 각속도를 인가하여 플랫폼을 운동시키는 새로운 교정기법을 제시하고, 그 결과 시스템의 가관측성의 향상을 통해 초기정렬오차와 센서의 오차를 추정하는 칼만필터의 상태변수의 추정성능이 향상됨을 알 수 있었다.

초기정렬시의 시스템의 가관측성 해석을 위해 10차의 오차모델의 해를 직접 구하는 새로운 방법으로 초기정렬시의 시스템은 가관측성이 결여되어 있음을 보이고 초기정렬오차와 센서오차와의 관계를 유도하였다.

플랫폼에 각속도를 인가하는 새로운 교정기법을 적용했을 때, 시스템의 가관측성이 향상되어 초기정렬시 추정이 불가능했던 가속도계 바이어스, 자이로 드리프트가 추정가능해졌고 초기정렬오차도 추정이 가능하였다. 제시된 교정기법은 김발형 관성항법장치에 기존의 교정기법인 다위치정렬과 슬러테스트를 적용할 때보다 빠른 시간 내에 정확한 상태변수 추정이 가능해짐을 알 수 있었다. 이 논문에서 제시한 교정기법의 시스템 동력학은 선형시스템으로 모델링이 가능하여 칼만필터가 사용될 수 있으므로 선형시스템의 가관측성이 제어입력과 공정잡음과 같은 입력에 영향을 받지 않는 특성을 고려할 때 센서의 오차를 공정잡음이 없는 랜덤상수로 가정한 이 논문의 가관측성해석방법은 공정잡음이 있을 경우에도 적용가능하고 공정잡음과 실제오차와의 정합이 이루어질 경우 칼만필터의 우수한 오차추정성능이 예상된다.

참고문헌

[1] K. R. Britting, *Inertial Navigation System Analysis*, NewYork : Wiley-Interscience, 1971.
 [2] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press Inc., 1993.

[3] G. R. Pitman, *Inertial Guidance*, John Wiley & Sons, Inc., 1962.
 [4] C. F. Lin, *Modern Navigation, Guidance, and Control Processing*, Prentice-Hall Inc., 1991.
 [5] J. G. Lee, C. G. Park, and H. W. Park, "Multi-position alignment of strapdown inertial navigation systems," *IEEE transactions on Aerospace and Electronics Systems*, vol. 29, no. 4, Oct., 1993.
 [6] Y. F. Jiang and Y. P. Lin, "Error estimation of INS ground alignment through observability analysis," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 1, Jan., 1992.
 [7] I. Y. Bar-Itzhack and N. Berman, "Control theoretic approach to inertial navigation systems," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 11, no. 3, May-Jun., 1988.
 [8] G. L. Perreault, "Ground testing of inertial navigators to improve dynamic performance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-5, no. 3, May, 1969.
 [9] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design*, New York : Holt, Rinehart and Winston, 1984.
 [10] *Software Design Document for FIN 1041 Inertial Navigation System*, GEC Ferranti, 1990.
 [11] 김천중, 최상욱, 박홍원, 유 준, "칼만필터를 이용한 김발형 관성항법시스템의 교정기법", '95 한국자동제어학술회의 논문집, Oct., 1995.
 [12] 김천중, 박정화, 유명종, 박홍원, "속도오차 초기화를 이용한 김발형 관성항법시스템의 교정기법", '95 한국자동제어학술회의 논문집, Oct., 1996.
 [13] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems-Part 1 : theory," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 4, Oct., 1992.
 [14] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems-Part 2 : application to inertial navigation in-flight alignment," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 4, Oct., 1992.
 [15] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control*, Navtech Book & Software Store, 1994.



김 갑 진

1995년 한양대학교 제어계측공학과 졸업(학사). 1997년 동대학원 석사. 현재 LG산전 빌딩연구소 연구원. 관심분야는 항법 및 유도제어, 산업응용.



송 태 렬

1974년 서울대학교 원자력공학과 졸업. 1981년 Univ. of Texas at Austin 항공우주공학과 석사. 1983년 Univ. of Texas at Austin 항공우주공학과 박사. 1974년~1995년 국방과학연구소. 1995년~현재 한양대학교 제어계측공학과 부교수. 관심분야는 유도제어, 항법, 표적상태추정 등.