

웨이블릿 해석을 이용한 의료영상 처리 기술

연세대학교 이해성*·변혜란**

한림대학교 박현숙·구자용

광운대학교 유지상

1. 서 론

본 논문에서는 지금까지 본 연구진에 의하여 개발된 의료영상의 여러 가지 웨이블릿 기반 처리 기술들에 대하여 소개하고자 한다. 먼저, 웨이블릿 해석에 대한 기본적인 이론들이 소개 되고, 웨이블릿에 대하여 아주 많은 종류의 이론들이 개발되고 있으나 가장 간단한 MRA (Multi-Resolution Analysis)를 중심으로 고찰하고자 한다. 다음으로, 웨이블릿 이론을 의료영상처리에 적용한 잡음제거, 경계선 검출, 그리고 압축 기술들에 대하여 설명하고 실험 결과 영상들을 제시한다. 또한 사영(Projection)된 정보를 이용하여 원래의 영상을 재생하는 단층영상(Tomography)처리에 적용된 웨이블릿 기반 기술을 제시한다.

특히, EEG, ECG, EMG 등의 의료신호 등의 처리 및 해석에 웨이블릿 해석을 적용하면 기존의 Short-Time Fourier 해석을 적용했을 때보다 훨씬 좋은 연구결과를 얻을 수 있지만, 지면의 제약 관계상 본 논문에서는 이에 대한 내용이 생략되었다[4].

2. 웨이블릿 해석

2.1 웨이블릿의 기본 개념

웨이블릿 해석은 1980년대에 들어와서 활발하게 연구되기 시작한 이론으로 기존의 Fourier

해석이 가지고 있는 이론적 한계를 극복하기 위하여 시작되었다[1, 2]. Fourier 해석의 한계는 신호를 분석할 때 그 신호의 시간정보와 주파수정보를 동시에 파악할 수 없다는 것이다. 이러한 한계를 극복하기 위한 기존의 접근방법으로는 Fourier해석에 시간축 상의 Window의 개념을 접목시킨 Gabor 변환 또는 Short-Time Fourier 해석 등이 있다. 그러나, 이러한 방법들은 근본적인 해결책이 되지 못한다. 그 이유로는 Window의 크기에 따라서 분석 가능한 신호의 주파수 영역대가 미리 정해진다는 것과, 각각의 Block들 사이에 신호의 불연속성으로 야기되는 Blocking Effect(Gibbs 현상) 등이 존재하기 때문이다[1, 2].

한편, 이러한 문제 외에도 Fourier해석을 통해서는 전체 신호의 에너지가 특정한 변환 계수에 집중되도록 하기가 힘들다는 단점이 있다. 이러한 단점을 해결하기 위하여 제시된 것이 Karhunen-Loeve Transform이지만, 이 방법은 입력신호들의 통계적 특성에 따라 각각 다른 Basis들을 찾아야 하기 때문에 실질적 응용이 어렵다는 문제가 있다[1, 2].

웨이블릿 해석은 그 기원을 입자물리학의 양자장론중에서 재정규군(Renormalization Group)이론, 수학의 조화해석(Harmonic Analysis)중에서 Calderon-Zygmund Operator이론, 그리고 신호처리 분야의 Multi-Resolution Filter Bank 이론 등에 두고 있다[3]. 그리고, 이 이론은 Meyer, Mallat, Daubechies 등의 공헌으로 앞에서 제시한 Fourier해석의 여러 가지 문제들을 효과적으로 해결할 수 있게 되었다

* 학생회원

** 종신회원

[1, 2, 3]. 웨이블릿 해석의 Multi-Resolution 특성과 시간-주파수 동시 해석 특성, 그리고 Compact Support 특성 등을 이용하여 최초로 이론이 응용된 분야는 영상압축 분야였고, 지금 현재 차세대 정지영상 압축표준화 회의인 JPEG 2000에서도 웨이블릿 이론에 근거한 다양한 압축 기법들이 제안되고 있다[5].

한편, 1990년대에 들어와서 웨이블릿 해석은 이론과 응용 모두 비약적인 발전을 하게 되는데, 이는 Donoho, Coifman, Johnstone, 그리고 Sweldens 등의 공헌에 힘입은 바가 매우 크다. 이들은 웨이블릿이 신호 및 영상처리에서 강력한 수학적 도구가 될 수 있는 이유에 대하여 이론적인 연구를 수행하였고 새로운 패러다임을 구축하였으며 빠른 계산방법 등을 확립하였다[2]. 특히, Donoho는 웨이블릿 해석을 신호의 Denoising에 적용하여 상당히 우수한 결과를 얻을 수 있었다. 그는 Unconditional Basis(Riesz Basis)라는 개념을 이용하여 웨이블릿이 거의 모든 분야의 응용에서 Optimal Basis로써 작용할 수 있다는 것을 증명하였으며, 웨이블릿을 적용한 새로운 신호 및 영상처리의 패러다임을 확립하였다. 아래의 그림은 웨이블릿을 이용한 신호 및 영상처리의 개요도이다[2].

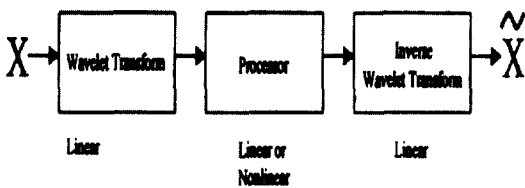


그림 1 웨이블릿 변환 기반 신호처리의 개요도

그림 1에서 볼 수 있듯이, 주어진 신호 X를 웨이블릿 변환하게 되면, 시간(공간)정보와 주파수 정보를 동시에 가지게 된다. 이때 시간(공간)과 주파수를 동시에 알게되므로 웨이블릿 변환된 계수의 크기도 유용한 정보가 가능하다. 이에 대한 예를 들면 다음과 같다. 영상에서 잡음제거를 위한 기존의 방법들은 대부분 Lowpass Filter를 이용하지만 이 경우 잡음과 더불어 유용한 정보인 경계선(Edge) 정보도 손실될 가능성이 매우 높다. 대

부분의 경계선은 잡음과 마찬가지로 고주파 성분으로 구성되기 때문이다. 그러나, 그림 1에서 보인 새로운 신호 및 영상처리 패러다임에 따르면 주파수 정보와 동시에 시간(공간)정보도 알 수 있기 때문에 변환계수의 크기에 따라 유효정보인 경계선과 잡음을 구별할 수 있게 된다. 영상에서 경계선 검출을 할 경우에도 같은 이론을 적용할 수 있다[2].

2.2 웨이블릿 변환(Mallat Algorithm을 중심으로)

웨이블릿은 한마디로 Localized Wave라고 할 수 있는데 이를 이용한 웨이블릿 변환은 특정 시간이나 공간에서의 신호의 주파수 특성을 알려준다. 웨이블릿 변환을 정의하기 위해서는 부웨이블릿(Father Wavelet: 또는 Scaling Function) ϕ 와 모웨이블릿(Mother Wavelet) ψ 가 필요하다. 부웨이블릿 ϕ 는 $\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k h_k \phi(\frac{t}{2} - k)$ 로 주어지며 여기서 h_k 는 Lowpass Filter의 계수로서 h_k 들을 결정하면 그에 따라 ϕ 가 정의된다. Highpass Filter 계수를 $g_k = (-1)^k h_{1-k}$ (단, l 은 홀수)라고 정의하면 모웨이블릿 ψ 를 결정할 수 있는데 $\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k g_k \phi(\frac{t}{2} - k)$ 를 만족하는 함수가 된다. 1988년 Daubechies는 이들 Filter 계수들이 유한개의 k 에 대해서만 0이 아닌 값을 가지는 즉 Compact Support인 FIR 필터를 제시하였는데, 이 경우 부, 모웨이블릿 ϕ 와 ψ 는 적당한 자연수 N 으로 정의된 구간 $[0, 2N-1]$ 에서만 0이 아닌 값을 가지는 함수가 된다[6].

모웨이블릿 ψ 가 결정되면 $\psi_{j,k}$ 를 모웨이블릿에 2^j 만큼 Dilation(Scaling)하고 $2^{-j}k$ 만큼 Translation한 함수 즉, $\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k)$ 로 정의할 수 있고 $\{\psi_{j,k}(t); j, k \text{는 정수}\}$ 는 L^2 의 Orthonormal Basis가 된다. 웨이블릿에 의해 신호 $f(t)$ 는 $f(t) = \sum_{j,k} f_{j,k} \psi_{j,k}(t)$ 로 표현되는데, 여기서 웨이블릿 계수 $f_{j,k}$ 는 다음과 같다.

$$f_{j,k} = \int f(t) \psi_{j,k}(t) dt$$

웨이블릿이 Fourier급수에 비해 가지는 장점중의 하나는 $\psi_{j,k}$ 들이 여러 가지 형태의 신호

를 훨씬 더 효율적으로(적은 개수의 Basis함수로) 표현할 수 있어서 압축비(Compression Ratio)를 좋게 할 수 있다는 점이다.

Mallat는 [7]에서 위의 식에 주어진 계수를 효과적으로 구하기 위하여 반복적인 기법을 제안하였는데 이것은 Octave-Band 필터 Bank의 분석 및 합성 원리와 동일하다. 신호 $f(t)$ 을 Sampling하여 얻은 $N=2^M$ 개의 이산신호를 c_0^M, \dots, c_{N-1}^M 이라고 가정하면 이산웨이블릿 변환(DWT: Discrete Wavelet Transform)을 정의할 수 있다. Resolution J에서 Resolution J-1로의 분해(Decomposition)는 다음의 두 과정으로 표현된다.

① Smoothed Signal(Lowpass Filter 계수에 의해 구해지는 부분)

$$c_k^{J-1} = \sum_{n=0}^{N-1} h_n c_{n+2k}^J$$

② Wavelet Detail(Highpass Filter 계수에 의해 구해지는 부분)

$$d_k^{J-1} = \sum_{n=0}^{N-1} g_n c_{n+2k}^J$$

DWT의 결과는 $\{c_0^J, d_0^J, d_1^J, d_2^J, \dots, d_{N/2-1}^J\}$ 로 주어지는데 이들은 신호 $f(t)$ 를 다음 식으로 웨이블릿 전개하였을 때 나타내는 계수들과 가깝게 된다.

$$f(t) = \sum_k c_{0,k} \phi_{0,k}(t) + \sum_{j=1}^J \sum_k d_{j,k} \phi_{j,k}(t)$$

Resolution J에서의 평활화된 신호 c_k^J 는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$c_k^J = \sum_n h_{n-2k} c_k^{J-1} + \sum_n g_{n-2k} d_k^{J-1}$$

DWT 결과로 얻어진 원 데이터와 같은 개수의 웨이블릿 계수 $\{c_0^J, d_0^J, d_1^J, \dots, d_{N/2-1}^J\}$ 에 대해 IDWT를 적용하면 원래의 신호 c_0^M, \dots, c_{N-1}^M 를 완전 복원할 수 있다.

언급한 신호들이 1차원인데 비해 영상은 2차원 신호이므로 영상에 대한 모웨이블릿은 1차원 부, 모웨이블릿의 Tensor Product로 다음과 같이 정의할 수 있다

$$\Psi^1(x, y) = \phi(x)\phi(y),$$

$$\Psi^2(x, y) = \phi(x)\phi(y),$$

$$\Psi^3(x, y) = \phi(x)\phi(y),$$

이들은 각 Resolution에서 영상의 수평, 수직, 대각선 방향의 Detail 정보를 표현한다.

3. 의료영상의 잡음제거

3.1 웨이블릿 기반 잡음제거 기술의 개요

앞의 그림 1에서 X는 잡음제거를 위한 입력 영상, \tilde{X} 는 잡음이 제거된 출력영상을 의미한다고 가정했을 때 잡음제거를 위한 방법의 개요는 다음과 같다. 먼저 주어진 영상을 웨이블릿 변환한다. 웨이블릿 변환은 선형 Operator에 해당된다. 그런 다음 웨이블릿 변환된 영상에 잡음제거를 위한 어떠한 Processing을 가한다. 이 Processing은 선형이던지 아니면 비선형이던지 상관이 없다. 이러한 과정을 통하여 새로 얻은 영상을 역 웨이블릿 변환하여 잡음이 제거된 영상을 획득한다. 웨이블릿 변환과 마찬가지로 역 웨이블릿 변환도 선형 Operator에 해당된다.

한편, 웨이블릿 변환을 사용하지 않는 기존의 일반적인 선형 Filter들은 그 근본적인 개념이 Lowpass Filtering에 있었다. 그 이유는 대부분의 잡음 성분은 영상에 있어서 사실상 고주파수 성분에 해당되기 때문에, Lowpass Filtering을 통하여 고주파수 성분에 해당되는 잡음을 제거할 수 있다는 것이다. 그러나 이러한 방법을 적용하게 되면 잡음과 마찬가지로 고주파수 성분에 해당되지만, 실제로는 중요한 정보를 내포하고 있는 경계선과 같은 성분들도 제거가 되는 치명적인 문제점이 존재한다. 당연한 결과로 잡음이 많이 제거될수록 영상에 있어서의 Blurring효과도 크게 나타난다. 사람의 시각이 경계선 정보에 민감한 것을 감안할 때, 이는 반드시 극복되어야 할 문제인 것이다 [1, 2]. 특히 Lowpass Filter를 아주 잘 설계하여, 제거할 수 있는 주파수 성분을 엄밀하게 조절할 수 있다고 할지라도, 과연 어떤 주파수 성분이 잡음에 해당되고, 어떤 주파수 성분이 경계선 정보에 해당되는지를 판별하는 것은 불가능하다. 즉, 주파수만을 이용하여 영상의 잡음 정보와 경계선 성분을 분리한다는 것은 엄밀한 의미에서 보자면 불가능하다는 것이다 [1, 2].

반면에 웨이블릿 변환을 이용한 영상의 잡음 제거 기술의 경우에는 경계선 성분과 잡음 성

분의 분리 기준으로 주파수를 사용하지 않고, 그 대신 웨이블릿 변환된 영상의 Amplitude를 사용한다는 것에 그 특징이 있다[2]. 즉, 똑같은 고주파 성분에 해당되더라도 경계선의 Amplitude는 잡음의 Amplitude에 비하여 그 값이 크다는 것을 이용하면, 경계선과 잡음을 구별할 수 있게 되고, 따라서 잡음제거 성능을 기존의 방법들에 비하여 상당히 향상시킬 수 있다는 뜻이다.

본 연구에 적용된 웨이블릿 시스템은 Biorthogonal Anti-Symmetric 웨이블릿 시스템이었는데, 이는 경계선 검출 능력을 극대화하기 위한 것이다[8]. 그리고, Spatial Correlation을 고려하기 위하여 웨이블릿 변환후의 Down Sampling을 수행하지 않은 Redundant한 웨이블릿 시스템을 사용하였다[9].

3.2 기호의 기본 정의

지금부터의 논의를 위한 기본적인 기호 정의는 다음과 같다. 그리고, 편의상 1차원 신호에 대하여 이론을 전개하겠다는 것을 밝혀둔다. $f(x)$ 는 잡음이 삽입되기 이전의 원래 영상신호를 의미한다. $n(x)$ 는 원래의 영상에 삽입될 Additive White Gaussian 잡음을 의미한다. $I(x)$ 는 $f(x)+n(x)$ 를 의미하는데, 바로 웨이블릿 Filter에 입력될 신호를 말한다. $O(x)$ 는 $I(x)$ 를 웨이블릿 Filtering해서 얻은 결과 영상을 의미한다. 그리고, a, b, a', b' 에 대하여 아래와 같이 정의한다.

$$W_2^1 I(x) = W_2^1(f(x) + n(x)) = W_2^1 f(x) + W_2^1 n(x) \equiv a + b = O_1(x)$$

$$W_2^2 I(x) = W_2^2(f(x) + n(x)) = W_2^2 f(x) + W_2^2 n(x) \equiv a' + b' = O_2(x)$$

3.3 $O_1(x)$ 와 $O_2(x)$ 의 Scale 통일

위에서, 주어진 잡음 첨가 신호를 Scale1과 Scale2에서 각각 웨이블릿 변환하여 결과 신호인 $O_1(x)$ 와 $O_2(x)$ 를 얻었다. 이제 $O_1(x)$ 와 $O_2(x)$ 를 Amplitude의 범위가 0~255사이가 되도록 Amplitude의 Scale을 변환한다. 이 변환에 아래의 식을 사용한다.

$$\frac{255}{\max(a+b)} O_1(x) = \frac{255a}{\max(a+b)} + \frac{255b}{\max(a+b)}$$

$$\frac{255}{\max(a'+b')} O_2(x) = \frac{255a'}{\max(a'+b')} + \frac{255b'}{\max(a'+b')}$$

그런데, 기존의 연구결과에 의하면 $\max(a) \gg \max(b)$, $\max(a') \gg \max(b')$ 임을 알 수 있다[8, 9]. 즉, $\max(a+b) \cong \max(a)$, $\max(a'+b') \cong \max(a')$ 라는 것을 의미한다. 따라서 위에서 말한 $O_1(x)$, $O_2(x)$ 을 Scale 변환한 결과인 $SO_1(x)$, $SO_2(x)$ 를 다음과 같이 새로 고쳐 쓸 수 있다.

$$\frac{255}{\max(a(x))} a(x) + \frac{255}{\max(a(x))} b(x) = ka(x) + kb(x) = SO_1(x)$$

$$\frac{255}{\max(a'(x))} a'(x) + \frac{255}{\max(a'(x))} b'(x) = k'a'(x) + k'b'(x) = SO_2(x)$$

3.4 Spatial Correlation D

Spatial Correlation D는 아래와 같이 정의한다.

$$D(x) = SO_1(x) \times SO_2(x) = kk' [a(x)a'(x) + b(x)b'(x) + a'(x)b(x) + b'(x)a(x)]$$

그런데, 본 연구진은 많은 잡음 첨가 영상에 대하여 수학적 해석과 수리통계학적인 분석을 통하여 유용한 이론적 결과를 얻을 수 있었다. 지면의 제약으로 여기에 소개하지 못하지만 차후에 다른 논문을 통하여 발표할 계획이다. 이제 여기에서 본 연구진이 얻은 새로운 이론적인 결과를 적용하면 아래와 같이 새롭게 해석된 Spatial Correlation D를 얻게 된다.

$$D = \begin{pmatrix} kk' a(x)a'(x), & x \in \text{Neighborhoods_of_Edges} \\ kk' b(x)b'(x), & x \in \text{Neighborhoods_of_Edges} \end{pmatrix}$$

3.5 잡음제거를 위한 새로운 Algorithm

본 논문에서는 생략되었지만, 많은 이론적인 연구 결과를 종합하여 구현된 본 연구진의 Algorithm은 아래와 같다.

① 주어진 잡음삽입 영상을 Scale1과 Scale2에서 각각 웨이블릿 변환하고 Amplitude Scale을 0~255로 재조정된 결과인 $SO_1(x, y)$, SO_2

(x, y) 를 구한다.

② $SO_2(x, y)$ 영상에서 영역의 크기가 16×16 Pixels이면서, 분산값의 크기가 100 미만인 영역을 추출한다. 이 영역에는 경계선 정보가 없다.

③ 이 영역 내에서 $D(x)$ 의 최대값을 구하고, 그 값의 두 배를 $\max(kk'b(x)b'(x))$ 로 설정한다.

④ 전체의 x 정의역 중에서 $D(x) \leq \max(kk'b(x)b'(x))$ 인 x 의 영역에 대하여 $O_1(x)$ 를 0으로 만든다.

⑤ 위의 과정에서 잡음과 함께 잘려나간 경계선의 가장자리 값들을 복원하여 $New-O_1(x)$ 를 얻는다.

⑥ 위에서 구한 $New-O_1(x)$ 를 역 웨이블릿 변환하여 잡음이 제거된 목표영상을 얻는다.

3.6 실험 결과

아래의 실험에서 사용된 잡음은 표준편차가 4인 Additive White Gaussian 잡음이다. 괄호 안은 PSNR값을 의미한다.



그림 2 Brain 원영상

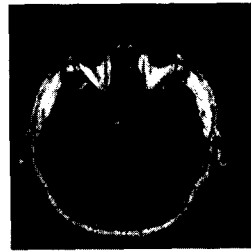


그림 3 잡음삽입영상

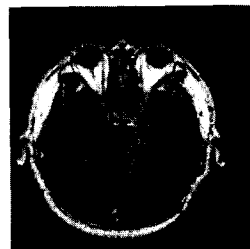


그림 4 본 연구(27.63)

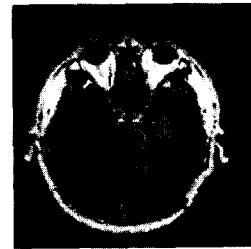


그림 5 Wiener(25.45)

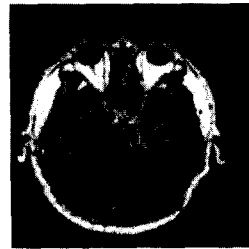


그림 6 Averaging(27.2)



그림 7 Gaussian(26.36)



그림 8 Median(27.51)

4. 의료영상의 경계선 검출

4.1 의료영상의 경계선 검출 알고리즘

웨이블릿 변환을 이용하게 되면 잡음제거와 경계선 검출은 거의 동일한 방법을 적용할 수 있다는 것을 앞 절에서 설명하였다. 본 연구진이 개발한 의료영상의 경계선 검출기술은 앞에서 제시한 잡음제거 알고리즘의 일부분을 수정하여 다음과 같이 구축할 수 있다.

①~⑤는 앞의 알고리즘과 동일

⑥ Threshold를 25로 하여 $New-O_1(x)$ 를 이진화(Binarization)시킨 $New-Bin-O_1(x)$ 를 얻는다.

⑦ $New-O_1(x)$ 에서 극대값에 해당되지 않는 좌표 x 에 있는 $New-Bin-O_1(x)$ 의 값을 모두 0으로 놓는다.

⑧ 위의 과정을 통하여 얻은 "New-Bin- $O_1(x)$ "에 Thinning-Skeleton 기술을 적용한다.

⑨ 고립된 점들을 모두 지운다. 그러면 최종적으로 원하는 경계선들을 검출할 수 있게 된다.

4.2 실험 결과

아래의 그림 9는 위의 그림 2에 경계선 검출

기술을 적용한 결과이다. 그리고 그림 11에서 그림 15까지는 표준편차 8의 Additive White Gaussian 잡음이 삽입된 그림 10에 대해서 각각 Sobel, Stochastic, Zero-Crossing, Canny, 그리고 웨이블릿 기반 경계선 검출 기술들을 적용 비교한 것이다. 웨이블릿을 기반으로 한 기술은 다른 기술들에 비하여 잡음에 매우 강하다는 것을 알 수 있다.



그림 9 본 연구 결과



그림 10 잡음삽입영상



그림 11 Sobel

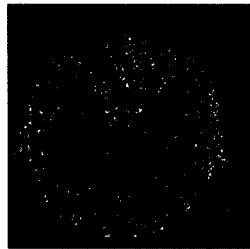


그림 12 Stochastic

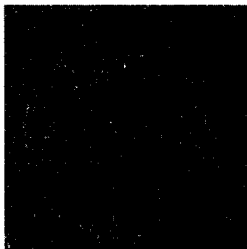


그림 13 Zero-Crossing



그림 14 Canny

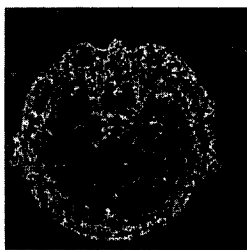


그림 15 본 연구 결과

5. 의료영상의 압축

영상압축기술에서는 국제표준인 JPEG이 가장 널리 이용되는 방법이다[11]. 그러나, 일반적으로 JPEG을 이용한 압축비율이 0.25bpp 정도에 이르게 되면, 압축된 영상은 원래의 영상에 비하여 심한 훼손과 왜곡을 보여준다[11]. 이러한, JPEG의 한계를 극복하기 위한 방법의 하나로 웨이블릿 변환을 이용한 영상압축기술이 많이 연구되고 있다[5].

실제로 웨이블릿 변환을 이용한 영상압축은 DCT를 이용하는 JPEG보다 일반적으로 월등한 성능을 보여준다[5]. 본 연구진에서는 이미 영상의 동질성이라는 새로운 개념과 함께 기존의 웨이블릿 변환을 이용하여, 영상들이 동질성을 가지는 특정한 응용분야에서 더욱 뛰어난 성능을 보여주는 새로운 영상압축기술을 제시하였으며, 본 논문에서는 그 결과만을 기술하고자 한다[10].

표 1 영상의 종류, 압축비, 그리고 PSNR값

	웨이블릿 변환	JPEG
Brain	(0.25bpp), 31.58(dB)	(0.25bpp), 27.33(dB)
	(0.125bpp), 31.11(dB)	(0.125bpp), 24.62(dB)
Head (1)	(0.25bpp), 32.72(dB)	(0.25bpp), 28.55(dB)
	(0.125bpp), 32.00(dB)	(0.125bpp), 25.39(dB)
Head (2)	(0.2bpp), 33.47(dB)	(0.25bpp), 30.65(dB)
	(0.125bpp), 32.97(dB)	(0.125bpp), 26.71(dB)



그림 16 본 연구결과 (0.125bpp)

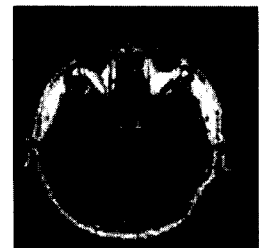


그림 17 JPEG (0.125bpp)

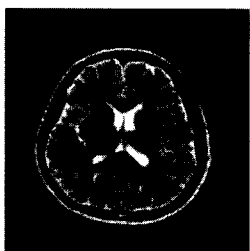


그림 18 Head(1)
(원래영상)

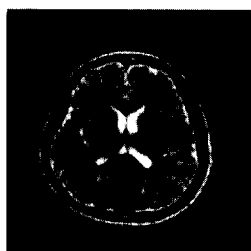


그림 19 본 연구결과
(0.125bpp)

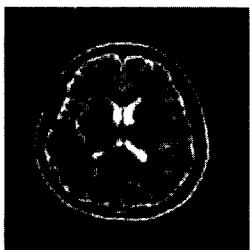


그림 20 JPEG
(0.125bpp)

6. 의료단층영상의 처리(PET를 중심으로)

6.1 PET 영상의 원리

적절한 물리화학적 특성을 지니는 물질을 인체 내에 투여하면 인체내의 특정부위에서 양전자(Positron)를 방출하게 되는데, 한 개의 양전자는 주위의 전자(Electron)와 결합하여 두 개의 광자(Photon)가 생성된다. 생성된 두 개의 광자는 각각 511keV의 에너지를 가지고 서로 반대방향으로 날아간다. 이때, 동시(Coincidence) 검출 회로라 부르는 장치에 의해 두 개의 대응하는 검출기가 동시에 511keV의 에너지를 가지는 광자들을 감지하면 이들이 지나게 되는 궤적을 알 수 있으며 이를 이용하면 양전자의 방출 위치가 두 개의 광자에 의해 정의되는 직선상의 한 점이라는 사실을 알 수 있다. 여러 개의 검출기는 관심 있는 부위를 감싸게 되며 이들에 의해 선적분 사영(Projection) 자료를 얻을 수 있으며, 이는 영상재생 알고리즘에 의하여 단면(Slice)에서의 양전자분포로 대변되는 투입된 물질의 활동분포를 구할 수 있게 된다. 이를 시각적으로 표현하면 PET 영

상이 재생되는 것이다.

위에 기술한 내용은 PET의 기본적인 원리를 설명한 것이지만 이는 X선을 이용한 CT(Computer Aided Tomography)의 경우와 동일하다. 즉, PET는 CT에서 사용한 X선 대신 양전자를 이용했다는 것을 제외하면 기본적인 단층영상처리에서는 동일한 이론이 적용된다[4]. 즉, 본 논문에서 제시하는 기술은 모든 종류의 단층영상에 적용 가능하다는 뜻이다.

현재 의료 영상재생을 위한 상업용 기계들은 대부분 Fourier 변환이 바탕이 되는 Filtered Back Projection 알고리즘의 변형된 형태들을 사용하고 있으며, 영상재생에 대하여 전통적으로 연구되고 있는 통계적 방법으로는 EM 알고리즘에 기초한 최대가능성 방법, 직교열전개(Orthogonal Series Expansion) 방법, 반복대수(Iterative Algebraic)방법 등이 있다. [12]는 영상재생을 포함한 여러 선형역문제들에 대하여 Singular Value Decomposition(SVD)을 이용한 로그밀도추정법을 제안하고 그 통계적 이론으로 최소최대성질(Minimaxity)을 규명하였다. 관련된 연구로는 [13~21] 등이 있다.

6.2 WVD를 이용한 PET 영상재생 기법

동위원소들의 분포를 나타내는 밀도함수를 f 라 가정하고, 이를 따르는 데이터를 (X_m, Y_m) , $m=1, \dots, n$ 이라 하자. 영상재생에서는 이들의 위치를 직접 알 수 없고, 각 점을 지나는 직선 위에 있다는 정보만 가지게 된다. 즉, 우리가 얻을 수 있는 정보는 밀도함수 g 로 부터 얻은 자료 $Z_m = (\theta_m, U_m)$, $m=1, \dots, n$ 인데, g 는 f 의 Radon 변환에 의해 얻어진다. 여기서 Radon 변환은, $Z = (\theta, u)$ 라 하면

$$g(\theta, u) = P_\theta f(u) = \int f(u \cos \theta + v \sin \theta, -u \sin \theta + v \cos \theta) dv$$

로 정의된다.

영상재생 문제에 있어서 웨이블릿 domain에서 필요한 정보는 f 의 웨이블릿 계수 $\langle \psi_{k,s}, f \rangle$ 이다. 그러나 일반적으로 $[\psi_{k,s}, Pf] \neq \langle \psi_{k,s}, f \rangle$, $k \in \mathbb{Z}^2$ 이다.

그러므로 $c_{k,s}(Pf) = \langle \psi_{k,s}, f \rangle$ 을 만족하는 선형 Functional을 구한다. 다시 말하면, 잡음이

없는 자료에 대해 선형 Functional $c_{j,k}$ 는 f 의 웨이블릿 계수를 계산할 수 있게 한다. 영상이 2차원이므로 이차원 Tensor Product 웨이블릿 기저를 사용하는데 이들은 첨자 $j, k = (k_x, k_y)$ 및 방향첨자 $\epsilon \in \{0, 1, 2, 3\}$ 로 표현된다. 여기서 0, 1, 2, 3은 각각 평활 부분, 수평, 수직, 대각선 방향을 나타낸다. 우리가 필요로 하는 선형 Functional은 위에서 언급했듯이 $c_{j,k}^\epsilon(Pf) = \langle \psi_{j,k}^\epsilon, f \rangle$ 을 만족해야 하는데 $c_{j,k}^\epsilon$ 는 Riesz 표현소(representers)를 가진다. 이때 표현소 $\gamma_{j,k,\epsilon}$ 는 $\gamma_{j,k,\epsilon}(u, \theta) = 2^j \gamma_{0,0,\epsilon}(2^j u - \cos \theta k_x - \sin \theta k_y)$ 로 나타낼 수 있고, 이를 Vaguelette이라 부른다. 또한 이들은 Mother Representers $\gamma_{0,0,\epsilon}$ 의 Dilation 형태로 나타내어지며, 이들을 위에서 언급한 Meyer 웨이블릿을 사용하였을 경우의 Riesz 표현소들은 그림 21과 같은 모양이 된다.

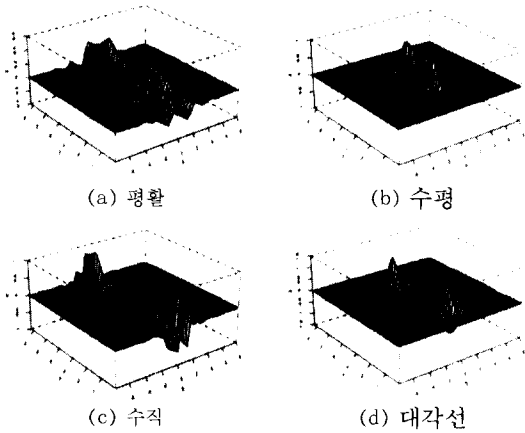


그림 21 $\gamma_{0,0,\epsilon}$ 의 모양

이제 자료 Z_1, \dots, Z_2 에 대한 Empirical Process를

$$Y_n(\cdot) = n^{-1} \sum_{i=1}^n \delta_{Z_i}(\cdot)$$

로 정의하자.

$$c_{j,k,\epsilon}(Y_n) = \int \gamma_{j,k,\epsilon}(u) Y_n(du)$$

라 하면 영상재생은

$$\hat{f}_n = \sum \tau_j(c_{j,k,\epsilon}(Y_n)) \psi_{j,k,\epsilon}$$

형태로 나타낼 수 있다. 여기서 $\tau_j(\cdot)$ 는 웨이블릿 계수의 절대 값이 작은 것은 0으로 하는 함수이다.

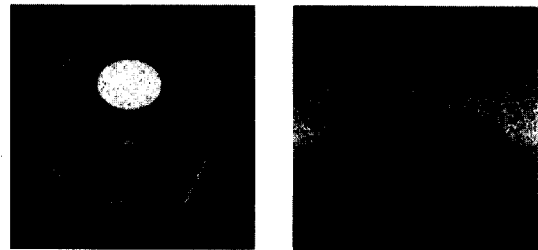
6.3 모의 실험

한편, PET 영상재생에서는 데이터의 크기가 대단히 큰 관계로 위의 방법을 직접적으로 적용하기는 계산상의 어려운 점이 있다. 따라서 계산속도를 줄이기 위하여 다음의 알고리즘 ①~⑤를 수행한다.

- ① 데이터를 여러 개의 작은 사각형으로 나눔.
- ② 그 사각형에 속하는 자료의 개수를 계산함.
- ③ WVD 방법에 의한 계수, $c_{j,k,\epsilon}(Y_n)$ 를 계산함.
- ④ Threshold의 값은, $t_j = \sqrt{2 \log(\#(c_{j,k,\epsilon}(Y_n)))} \cdot \hat{\sigma}_j$ 함수 $\tau_j(t)$ 는 만일 $|t| > t_j$ 이면 $\tau_j(t) = t$ 이고, 그렇지 않으면, $\tau_j(t) = 0$. 이때 $\hat{\sigma}_j = \text{Mean Absolute Deviation}(c_{j,k,\epsilon}(Y_n))$.

⑤ 식 $\hat{f}_n = \sum \tau_j(c_{j,k,\epsilon}(Y_n)) \psi_{j,k,\epsilon}$ 에서와 같은 표현으로 영상을 재생함.

보통의 밀도 추정문제에 대하여 간단한 모의 실험을 통하여 이 방법의 성능을 연구한 결과에 의하면, 이 방법을 PET 영상에 적용하면 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 기대하며, 추가적으로 PET 자료의 생성구조를 Poisson 과정으로 가정하고 이 방법을 적용할 수 있다.



(가) 원영상 (나) 사영된 결과영상

그림 22

그림 22는 사람의 머리 내부를 단순하게 설계한 단층영상의 대표적인 예로써 PET 자료의 생성구조를 Poisson과정으로 가정하고, 계산속도를 줄이기 위한 ①~⑤의 알고리즘에 기초하여 모의실험을 한 Phantom그림이다. 그

림 22의 (가)는 직접적으로 머리의 내부를 관측할 수 있다는 가정 하에 생성된 자료에 대한 그림이고, (나)는 간접적으로 자료를 얻게되는 그림이다. 또한 아래의 그림 23은 그림 22(나)의 자료를 바탕으로 위에서 언급한 ①~⑤의 알고리즘에 의해 재생된 영상이다. 재생에 사용된 계수는 전체 계수중 10.43%이다.

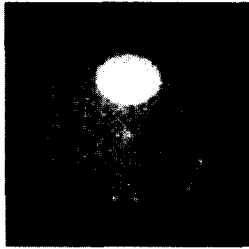


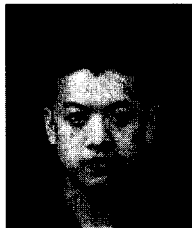
그림 23 재생된 영상

참고문헌

- [1] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and subband coding*, Prentice-Hall, 1995.
- [2] C. S. Burrus, R. A. Gopinath, and H. Guo, *Introduction to wavelets and wavelet transforms : A Primer*, Prentice-Hall, 1998.
- [3] L. Prasad and S. S. Iyengar, *Wavelet analysis with applications to image processing*, CRC Press, 1997.
- [4] A. Aldroubi and M. Unser, *Wavelets in medicine and biology*, CRC Press, 1996.
- [5] <http://www.jpeg.org>.
- [6] I. Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets", *Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 41, no. 7, pp. 909-996, 1988.
- [7] S. G. Mallat, "Multiresolution approximation signal decomposition : The wavelet representation", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 11. 674-693, 1989.
- [8] H. Y. M. Liao, M. T. Ko, J. W. Hsieh, and K. C. Fan, "A new wavelet-based edge detector via constrained optimization", *Image and Vision Computing*, vol.15, Iss7, pp. 511-527, 1997.
- [9] Yansun Xu, J. B. Weaver, D. M. Healy, Jr., and J. Ju, "Wavelet transform domain filters: A spatilly selective noise filtration technique", *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 3, no. 6, November 1994.
- [10] 이해성, 지연숙, 박국남, 변혜란, 유지상, 구자용, "웨이블릿 변환과 영상의 동질성을 이용한 영상압축", '98 봄 학술발표논문집(B), 제25권, 1호, 한국정보과학회, 1998
- [11] K. R. Rao and J. J. Hwang, *Techniques & standards for image, video & audio coding*, p.323-356, Prentice-Hall, 1996.
- [12] J. Y. Koo and H. Y. Chung, "Log-density estimation in linear inverse problems", *Ann. Statist.*, Vol. 26, No. 1, pp. 335-362, 1998.
- [13] C. J. Stone and J. Y. Koo, "Log spline density estimation", *Contemporary Mathematics*, vol. 59, pp. 1-15, 1986.
- [14] J. Y. Koo, "Bivariate B-splines in tensor logspline density estimation", *Comput. Statist. Data Anal.*, vol. 21, pp. 31-42, 1996.
- [15] J. Y. Koo and W. C. Kim, "Wavelet density estimation by the approximation of log-densities", *Stat. Prob. Lett.*, vol. 26, pp. 271-278, 1994.
- [16] J. Y. Koo and B. U. Park, "B-spline deconvolution based on EM algorithm", *J. Statist. Comput. Simul.*, vol. 54, pp. 275-288, 1996.
- [17] J. Y. Koo, C. Kooperberg and J. Park, "Log spline density estimation under truncation and censoring", *Scandinavian Journal of Statistics*, 1998, To appear.
- [18] J. Y. Koo, "Log spline deconvolution-in Besov space", *Sacanian Journal of*

Statistics, 1998.

- [19] D. L. Donoho, "Nonlinear solution of linear inverse problems by wavelet-wavelet decomposition", Appl. Comput. Harmon. Anal., vol. 2, pp. 101-126, 1995.
- [20] J.-Y. Koo and W.-C. Kim, "Inhomogeneous Poisson intensity estimation via information projections onto wavelet subspaces", manuscript, 1998.
- [21] E. D. Kolaczyk, "A wavelet shrinkage approach to tomographic image reconstruction", J. Amer. Statist. Asso., vol. 91, pp. 1079-1090, 1996.



이 해 성

1995 연세대학교 물리학과 졸업 (이학사)
 1995~1997 삼성코닝(주) 연구소 근무(연구원)
 1997~현재 연세대학교 대학원 인지과학과 석사과정 재학중

관심분야: 웨이블릿 기반 영상처리, 웨이블릿 이론 및 응용, 신호처리, 컴퓨터 비전, 인공지능

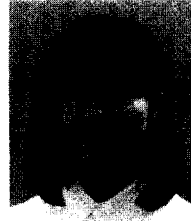
E-mail: geneel@aipiri.yonsei.ac.kr



변 혜 란

1980 연세대학교 수학과 졸업 (이학사)
 1983 연세대학교 대학원 수학과 졸업(이학석사)
 1987 Univ. of Illinois, Computer Science(M.S.)
 1993 Purdue Univ., Computer Science(Ph.D.)
 1994~1995 한림대학교 정보공학과 조교수
 1995~1998 연세대학교 컴퓨터과학과 조교수

1998~현재 연세대학교 컴퓨터과학과 부교수
 관심분야: 인공지능, 영상인식, 영상처리
 E-mail: hrbyun@aipiri.yonsei.ac.kr



관심분야: 웨이블릿을 이용한 함수추정, 신호처리 및 의료영상재생(PET)
 E-mail: hspark@fisher.hallym.ac.kr

박 현 숙

1992 한림대학교 통계학과 졸업 (이학사)
 1994 한림대학교 대학원 통계학과 졸업(이학석사)
 1995~1996 한림대학교 통계학과 시간강사
 1996~현재 한림대학교 대학원 통계학과 박사과정 재학중
 1997~1998 한림대학교 환경·생명과학연구소(연구원)

구 자 용



관심분야: 함수추정론, 스플라인 및 웨이블릿의 통계적 응용, 영상 재생, 역문제
 E-mail: jykoo@sun.hallym.ac.kr

1984 서울대학교 계산통계학과 졸업(이학사)
 1986 University of California, Berkeley(M.S.)
 1988 University of California, Berkeley(Ph.D.)
 1988~1994 한림대학교 통계학과 조교수
 1994~1995 Stanford University 방문교수
 1995~현재 한림대학교 통계학과 부교수

유 지 상



관심분야: 웨이블릿기반 영상처리, 영상압축, 컴퓨터 비전 및 그래픽스, 비선형 신호처리
 E-mail: jsyoo@daisy.kwangwoon.ac.kr

1985 서울대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1987 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
 1993 Purdue Univ.(Ph.D.)
 1993~1994 현대전자산업(주) 선임연구원
 1994~1997 한림대학교 전자공학과 조교수
 1997~현재 광운대학교 전자공학과 조교수