

〈논 문〉

동일 평면상에서 연성된 직사각형 평판의 진동파워흐름해석

Vibration Power Flow Analysis of Coupled Co-planar Rectangular Plates

박도현* · 홍석윤** · 길현권***

Do-Hyun Park, Suk-Yoon Hong and Hyun-Gwon Kil

(1998년 6월 5일 접수 : 1998년 9월 23일 심사완료)

Key Words : Coupled Plate Structure(연성된 평판구조물), Power Flow Analysis(파워흐름해석법), Wave Transmission Approach(파동전달법), Single Fourier Series(단일급수해법), Power Transmission Coefficient(파워투과계수), Excitation Frequency(가진주파수), Internal Loss Factor(내부손실계수)

ABSTRACT

In this paper, the power flow analysis(PFA) method is applied to the prediction of the vibrational energy density and intensity of coupled co-planar plates. To cover the energy transmission and reflection at the joint of the plates, the wave transmission approach is introduced with the assumption that all the incident waves are normal to the joint. By changing the frequency ranges and internal loss factors, we have obtained the reliable PFA results, and compared them with the analytical exact solutions.

1. 서 론

선박, 항공기, 자동차를 비롯한 제반 산업기계 및 건축물과 같은 복합구조물의 고주파 영역에서의 진동현상은 소음 발생의 주요 원인이 되기 때문에 관심의 초점이 되고 있다. 저주파 영역에서의 진동해석에는 운동방정식을 기반으로 하는 유한요소법(finite element method)⁽¹⁾이, 고주파 영역에서는 통계적 에너지해석법(statistical energy analysis)⁽²⁾이 널리 사용되고 있으나 통계적 에너지해석법의 경우 가진되는 모드수가 많아야 하는 제한조건 때문에 가진주파수폭이 좁고 모드밀도가 크지 않은 중주파수

영역에서의 진동해석에는 적합하지 못하며 구조물 각 요소(subsystem)내에서의 진동에너지의 공간적인 분포를 알 수 없으므로 구조요소내의 부분적인 감쇠처리나 파워입력등을 고려하기가 힘들다는 단점이 있다. 유한요소법의 경우 주파수가 증가할수록 주파수와 공간의 미소 변화에도 진동변위가 민감하게 변하기 때문에 구조물을 더욱 작은 요소(element)로 나누거나 절점(node)의 수를 증가시켜야 하므로 고주파 영역에서 많은 계산시간을 요하는 단점이 있다.^(3~8)

유한요소법과 통계적 에너지해석법이 고주파 영역에서 가지는 한계점들을 보완하기 위해 여러 근사법들이 연구되어 왔는데, Belov등⁽⁹⁾이 제안한 파워흐름해석법(Power Flow Analysis, PFA)은 진동파워가 열처럼 에너지가 높은 곳에서 낮은 곳으로 흐른다는 전제로부터 얻어진 고유의 에너지지배방정식을 기반으로 하며 고주파 영역에서 진동에너지의 공간

* 정회원, 서울대학교 대학원 조선해양공학과

** 정회원, 서울대학교 공과대학 조선해양공학과

*** 정회원, 수원대학교 공과대학 기계공학과

적인 분포와 전달경로등을 제시함은 물론 중주파수 영역에까지 확대 적용될 수 있는 방법으로 인식되었다. Nefske와 Sung⁽³⁾은 파워흐름해석법을 보의 횡진동에 적용하였고 Wohlever와 Bernard⁽⁸⁾는 보의 횡진동과 종진동에 대한 에너지지배방정식을 제시하였다. Bouthier와 Bernard^(4~6)는 이차원 박막(membrane)과 평판의 횡진동에 대한 에너지지배방정식을 제시하여 파워흐름해석법을 이차원 구조물의 진동해석에 적용하였다. 일반적으로 복합구조물들을 구성하는데 있어서 가장 많이 사용되는 부재중의 하나가 평판요소이므로 평판구조물에 대한 진동해석은 동적 구조물 진동해석에 대단히 중요한 비중을 차지한다고 할 수 있다.

본 논문에서는 중고주파수 영역에서 진동하는 직사각형 평판요소로 이루어진 복합구조물의 진동에너지 밀도와 진동파워흐름의 분포를 알아 보기 위해, 동일 평면상에서 동적 특성이 서로 다른 평판요소들로 나란히 연결된 평판구조물에 대하여 파워흐름해석법을 적용하였다. 이때 평판요소간의 임피던스 차이에 의한 진동파워의 반사와 투과를 고려하기 위해 연결부분에서의 평판을 무한평판으로 치환하는 파동 전달법(wave transmission approach)^(7,10)을 도입하였다. 구해진 에너지 밀도와 파워는 진동변위로 표현되는 평판의 횡진동 운동방정식으로부터 얻어지는 해석적인 엄밀해[부록 참조]와 비교하였고 이로부터 파워흐름해석법의 유용성과 더불어 가진주파수와 내부손실계수등이 결과에 미치는 영향을 살펴 보았다.

2. 파워흐름해석법에 의한 진동해석

2.1 평판의 횡진동에 대한 에너지지배방정식^(4~6)

구조물의 단위부피요소로 입력되는 진동파워 Π_{in} 은 정상상태($\partial/\partial t=0$)일 경우 요소 표면을 통해 외부로 전달되는 파워 q 와 내부에서 손실되는 파워 p_{diss} 의 합이 된다.

$$\nabla \cdot q + p_{diss} = \Pi_{in} \quad (1)$$

만약 요소내의 에너지 밀도 e 에 비해 내부손실에너지가 작으면 한주기에 대한 평균 손실파워는 다음과 같이 가정할 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$p_{diss} = \eta \omega e \quad (2)$$

여기서 ω 는 진동주파수이고 η 는 구조감쇠에 의한 내부손실계수이다. 한편 파워흐름해석법에서는

진동에너지가 열에너지의 흐름처럼 에너지 밀도가 높은 곳에서 낮은 곳으로 전달된다고 가정하는데 Bouthier와 Bernard^(4~6)는 평판의 횡진동 운동방정식[부록 식 (1) 참조]에서 원거리영역(far-field)성분의 해만을 가지고 내부손실계수가 작다고 가정하여 에너지 밀도와 인텐시티를 구한 다음 이들을 주기와 파장에 대해 시간 및 공간 평균을 취해서 다음과 같은 에너지전달관계를 유도하였다.

$$q = -\frac{c_g^2}{\eta \omega} \nabla e \quad (3)$$

여기서 q 는 원거리영역성분의 주기와 파장에 대한 시간 및 공간평균된 평판의 진동인텐시티이고 c_g 는 굽힘파의 군속도로서 전파속도의 2배이다.

마지막으로 에너지평형법칙을 나타내는 식 (1)에 에너지손실관계인 식 (2)와 에너지전달관계인 식 (3)을 대입하면 다음과 같이 열전도방정식과 유사한 2차편미분방식의 형태인 평판의 횡진동에 대한 에너지지배방정식을 구할 수 있다.

$$-\frac{c_g^2}{\eta \omega} \nabla^2 e + \eta \omega e = \Pi_{in} \quad (4)$$

여기서 e 는 주기와 파장에 대해 시간 및 공간평균한 평판의 진동에너지 밀도이다.

2.2 연성된 평판구조물의 파워흐름해석

Fig. 1(a)은 동일 평면상에서 동적 특성이 서로 다른 두 개의 직사각형 평판이 나란히 연결된 평판구조물이 가장자리가 모두 단순지지되어 있고 한 평판에 단일주파수의 횡방향 점가진력 $F e^{j\omega t}$ 이 작용하고 있는 경우를 보여준다. 이를 에너지와 파워의 차원에서 살펴보면 Fig. 1(b)처럼 가진력에 의해 파워가 입력되고 구조물의 가장자리에는 더 이상 연결된 부재가 없기 때문에 외부로 흘러나가는 파워는 없다고 생각한다. 이때 평판구조물 전체를 파워가 입력되는 위치와 평판요소간의 연결부분을 기준으로 세 영역(①,②,③)으로 나누면 각 영역에서의 진동에너지 밀도는 모두 식 (5)와 같은 제차(homogeneous)편미분방정식의 해가 되어 쉽게 구할 수 있다.

$$-\frac{c_{gi}^2}{\eta \omega} \nabla^2 e_i + \eta \omega e_i = 0 \quad (5)$$

그리고 각 영역에서의 인텐시티와 에너지 밀도와의 상관관계는 다음과 같다.

$$q_i = -\frac{c_{gi}^2}{\eta \omega} \nabla e_i \quad (6)$$

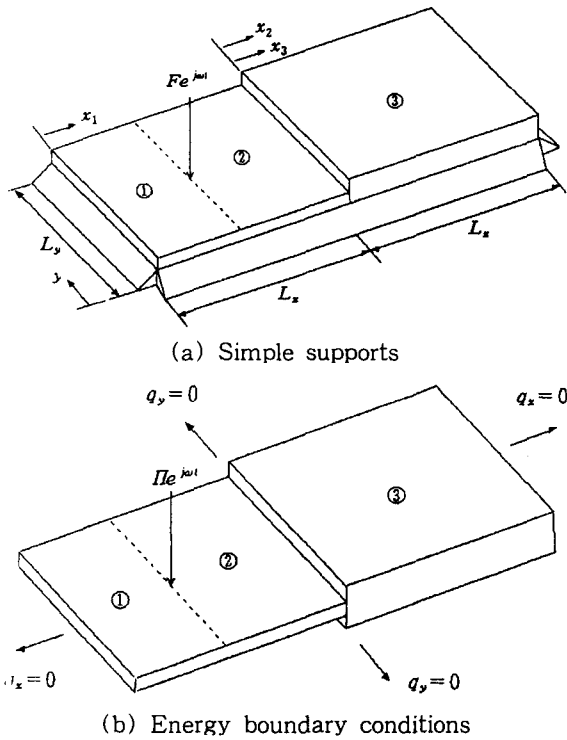


Fig. 1 Boundary conditions of coupled plate structures.

여기서 i 는 영역 ①, ②, ③을 나타내고 e_i 와 q_i 는 해당 영역 i 에서의 에너지 밀도와 인텐시티의 원거리영역 성분으로서 시간과 공간에 대한 평균값이다. c_{gi} 는 영역 i 에서의 급힘파의 군속도이다.

식 (5)의 일반해를 구하기 위하여 해석적인 방법의 하나로 실제값에 빨리 수렴한다고 알려진 Lévy 형태의 단일급수(Lévy-type solution)⁽¹¹⁾를 이용하였다. 먼저 x 축에 평행한 경계선 $y=0$ 와 $y=L_y$ 가 모든 영역에서 더 이상 연결된 부재가 없기 때문에 흘러나가는 파워는 없다고 가정하였다. 따라서 에너지 밀도는 식 (7)과 같이 y 에 관한 cosine의 급수로 표현할 수 있다.

$$e_i(x_i, y) = \sum_{n=0}^{\infty} e_{in}(x_i) \cos k_n y \quad (7)$$

여기서 $e_{in}(x_i)$ 는 영역 i 에서 에너지 밀도 $e_i(x_i, y)$ 급수의 n 번째 성분의 계수이고 k_n 은 $n\pi/L_y$ 이다. 식 (7)을 식 (5)에 대입하면 다음과 같이 $e_{in}(x_i)$ 에 관한 관계식을 얻는다.

$$-\frac{d^2 e_{in}(x_i)}{dx_i^2} + (k_n^2 + \Phi_i^2) e_{in}(x_i) = 0 \quad (8)$$

여기서 Φ_i 는 $\eta\omega/c_{gi}$ 이다. 식 (8)은 x 에 관한 2차 상미분방정식이므로 다음과 같이 $e_{in}(x_i)$ 의 일반해를 구할 수 있다.

$$e_{in}(x_i) = e_{in}^+(x_i) + e_{in}^-(x_i) \quad (9)$$

여기서 $k_n^2 + \Phi_i^2$ 를 λ_{in}^2 라 하면

$$e_{in}^+(x_i) = A_{in}^+ \exp(-\lambda_{in} x_i) \quad (10)$$

$$e_{in}^-(x_i) = A_{in}^- \exp(\lambda_{in} x_i) \quad (11)$$

로 표현된다. 위첨자로 표시된 +와 -는 + x 방향과 - x 방향으로의 에너지 전달을 의미한다.

식 (7), 식 (9), 식 (10), 그리고 식 (11)을 식 (6)에 대입하면 영역 i 에서의 x 방향 인텐시티 성분 $q_{ix}(x_i, y)$ 와 y 방향 성분 $q_{iy}(x_i, y)$ 의 일반해도 다음과 같이 얻어진다.

$$q_{ix}(x_i, y) = \sum_{n=0}^{\infty} q_{ixn}(x_i) \cos k_n y \quad (12)$$

$$q_{iy}(x_i, y) = \sum_{n=1}^{\infty} q_{iyn}(x_i) \sin k_n y \quad (13)$$

여기서 $q_{ixn}(x_i)$ 는 $q_{ix}(x_i, y)$ 급수의 n 번째 성분의 계수이며 식 (9)와 유사한 형태로 표현할 수 있다.

$$q_{ixn}(x_i) = q_{ixn}^+(x_i) - q_{ixn}^-(x_i) \quad (14)$$

$$q_{ixn}^+(x_i) = \frac{c_{gi}^2}{\eta\omega} \lambda_{in} e_{in}^+(x_i) \quad (15)$$

$$q_{ixn}^-(x_i) = \frac{c_{gi}^2}{\eta\omega} \lambda_{in} e_{in}^-(x_i) \quad (16)$$

$q_{iyn}(x_i, y)$ 급수의 n 번째 성분의 계수인 $q_{iyn}(x_i)$ 도 위 식들처럼 표현하면 다음과 같다.

$$q_{iyn}(x_i) = q_{iyn}^+(x_i) + q_{iyn}^-(x_i) \quad (17)$$

$$q_{iyn}^+(x_i) = \frac{c_{gi}^2}{\eta\omega} k_n e_{in}^+(x_i) \quad (18)$$

$$q_{iyn}^-(x_i) = \frac{c_{gi}^2}{\eta\omega} k_n e_{in}^-(x_i) \quad (19)$$

한편, 점가진력에 의한 입력파워도 에너지 밀도와 마찬가지로 y 에 관한 cosine의 급수로 전개되어야 한다. 만약 크기가 Π 인 파워가 (x_o, y_o) 의 위치에 입력된다면 입력파워는 식 (20)처럼 표현될 수 있다.

$$\Pi\delta(x-x_0)\delta(y-y_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pi_n(x) \cos k_n y \quad (20)$$

이때 (x_0, y_0) 는 가진력이 작용하는 위치이고, $\Pi_n(x)$ 는 급수의 n 번째 성분의 계수인데 n 의 값에 따라 다음과 같은 값을 갖는다.

$$\Pi_n(x) = \begin{cases} \frac{\Pi}{L_y} \delta(x-x_0) & (n=0) \\ \frac{2\Pi}{L_y} \cos k_n y_0 \delta(x-x_0) & (n \neq 0) \end{cases} \quad (21)$$

지금까지 진동에너지 밀도와 인텐시티의 일반해를 y 에 관한 급수로 구하였으며 다음은 각 영역에서의 미지수 $A_{1n}^+, A_{1n}^-, A_{2n}^+, A_{2n}^-$ 그리고, A_{3n}^+, A_{3n}^- 을 결정하기 위해 에너지와 파워의 경계조건들을 이용한다. 먼저 y 축에 평행한 평판구조물의 좌우 양단의 경계선 $x_1=0$ 와 $x_3=L_x$ 에서 더 이상 연결된 부재가 없으므로 흘러나가는 파워가 없다는 조건으로부터 다음의 관계식들을 얻는다.

$$q_{1x}(0, y) = 0, \quad q_{3x}(L_x, y) = 0 \quad (22)$$

또한 파워가 입력되는 위치 즉 영역 ①과 영역 ②의 경계선 $x_1=x_0, x_2=x_0-L_x$ 에서는 에너지 밀도의 연속성과 파워의 평형조건을 만족해야 한다.

$$e_1(x_0, y) = e_2(x_0-L_x, y) \quad (23)$$

$$q_{2x}(x_0-L_x, y) = q_{1x}(x_0, y) + \Pi\delta(y-y_0) \quad (24)$$

여기서 입력파워 Π 는 다음 식 (25)로부터 구할 수 있다.

$$\Pi = \frac{1}{2} |F|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{Z} \right\} \quad (25)$$

Z 는 가진력이 작용하는 위치에서의 임피던스인데 파워흐름해석법에서는 다음과 같이 무한평판의 임피던스⁽¹⁰⁾를 이용한다.

$$\operatorname{Re}\{Z\} = 8(D\rho h)^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

여기서 D, ρ, h 는 평판의 굽힘강성, 밀도, 두께를 각각 의미한다.

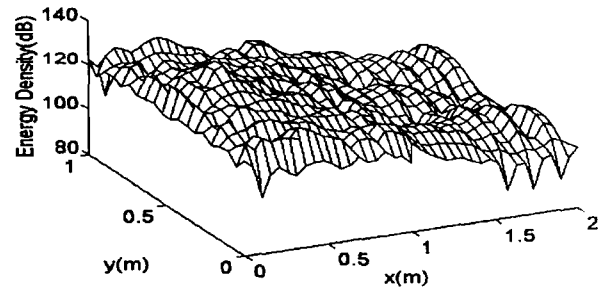
마지막으로 평판요소간의 연결부분 즉 영역 ②와 영역 ③의 경계선 $x_2=0, x_3=0$ 에서는 두 평판이 서로 동적 특성이 다르기 때문에 진동파워의 투과와 반사가 발생한다. 연결부분으로부터 영역 ②와 영역

③으로 흘러나가는 파워 성분 q_{2x}^- 와 q_{3x}^+ 는 영역 ②와 영역 ③으로부터 연결선으로 들어오는 파워 성분 q_{2x}^+ 와 q_{3x}^- 의 부분적인 반사와 투과에 의해 결정되는데 이는 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽⁷⁾

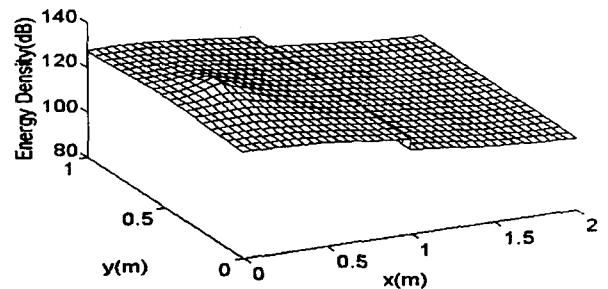
$$q_{2x}^-(0, y) = \gamma_{22} q_{2x}^+(0, y) + \tau_{32} q_{3x}^-(0, y) \quad (27)$$

$$q_{3x}^+(0, y) = \tau_{23} q_{2x}^+(0, y) + \gamma_{33} q_{3x}^-(0, y) \quad (28)$$

여기서 γ_{ij} 는 영역 i 에서 연결선으로 입사되는 입사파의 파워에 대한 반사파의 파워 비로 표현되는 파워반사계수이고 τ_{ij} 는 영역 i 에서 연결선으로 입사되는 입사파의 파워에 대한 영역 j 로 투과된 파동에 의한 파워 비로 표현되는 파워투과계수를 나타내는데 이들은 입사파의 연결부분에 대한 입사각에 따라 서로 다른 값을 갖는다. 단일주파수로 가진되는 경우 연결부분상에서의 입사각의 분포를 알면 반사계수와 투과계수를 결정할 수 있다. 그러나 입사각의 분포를 파악하기는 쉽지 않으며 해당되는 계수값들을 일일이 고려해야 하므로 계산 과정은 대단히 복잡해진다. 따라서 이러한 계산량을 줄이기 위해서는 대표할만한 입사각 또는 파워투과계수를 제안할



(a) Exact solution



(b) PFA solution

Fig. 2 The energy density distributions of coupled aluminum plates when $f=2000$ Hz, $\eta=0.2$, $h_1=1$ cm, $h_2=2$ cm, $L_x=L_y=1$ m

필요가 있다. 본 연구에서는 모든 파동이 연결부분에서 수직으로 입사한다고 가정하고 연결부분에서의 평판을 무한평판으로 치환하는 파동전달법을 도입하여 이때의 파워투과계수를 대표값으로 사용하였다.

식 (22)~(28)의 경계조건들을 이용하여 일반적으로 n 번째 성분의 미지수들을 결정함으로써 각 영역에서의 시간 및 공간에 대한 평균 에너지 밀도와 인텐시티를 구할 수 있다.

3. 계산 결과 및 분석

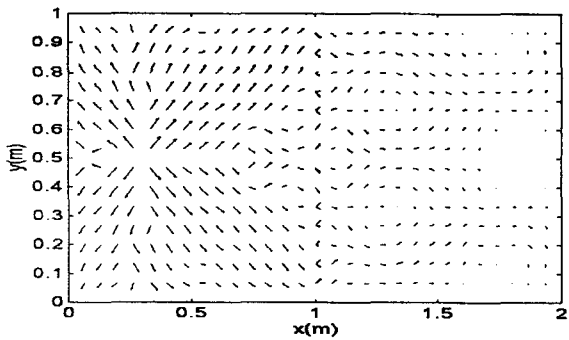
탄성계수 $E=7.1 \times 10^{10}$, 포아송비 $\nu=0.33$, 밀도 $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$ 이고 두께의 차이가 2배인 두개의 알루미늄 평판요소로 구성된 구조물이 Fig. 1(a)처럼 가장자리가 모두 단순지지되어 있고 횡방향 점가진력이 왼쪽 평판내에 단일주파수로 작용하는 경우 파워흐름해석법을 적용하여 이로부터 얻어진 결과

(PFA solution)들을 가진주파수와 내부손실계수등을 변화시키면서 평판의 횡진동 운동방정식에서 유도된 엄밀해(exact solution)와 비교해보았다.

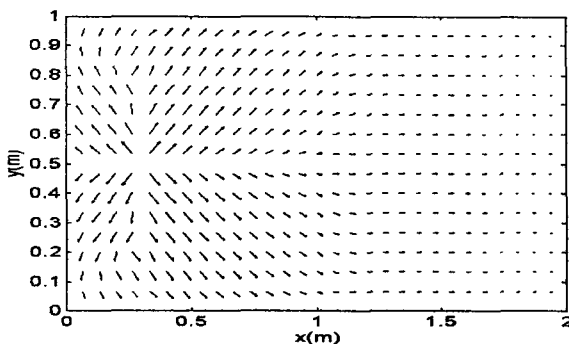
본 연구에서는 파워흐름해석법과 엄밀해의 단일급수에 각각 20개와 50개의 항을 적용하여 참값에 충분히 수렴하는 결과들을 계산하였고 이들은 Fig. 2~8에 보였다.

3.1 에너지의 공간적인 분포와 전달경로

먼저 Fig. 2와 3은 가진주파수가 2000 Hz이고 내부손실계수가 0.2일 때 진동에너지 밀도의 공간적인 분포와 파워의 전달경로를 나타낸 것인데 두 평판요소를 각각 x 와 y 방향으로 19등분해서 살펴보았다. Fig. 2(a)는 진동에너지의 국소적인 변화를 보여주었고 Fig. 2(b)에서는 가진력이 작용하는 위치로부터 멀어질수록 진동에너지가 전반적으로 감소하고 평판요소간의 연결부분에서 평판의 두께 차이에 의한 에너지의 불연속⁽⁷⁾이 관찰되었다. 고주파수의 진

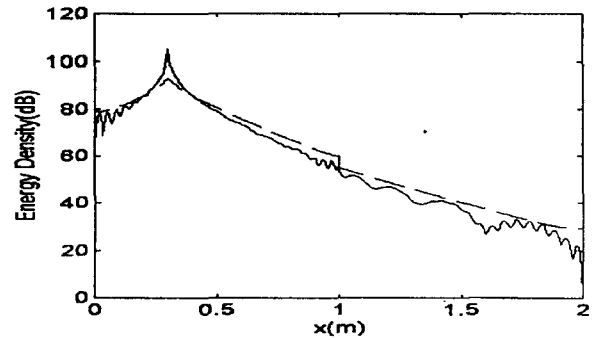


(a) Exact solution

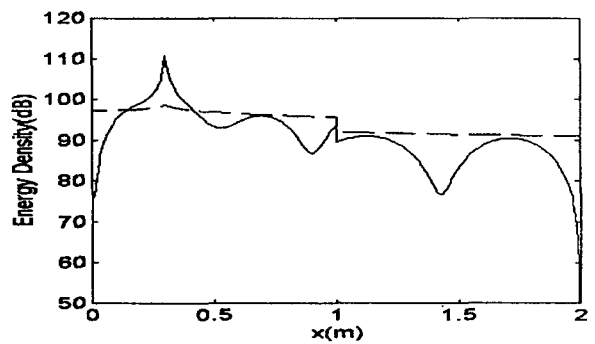


(b) PFA solution

Fig. 3 The intensities of coupled aluminum plates when $f=2000 \text{ Hz}$, $\eta=0.2$, $h_l=1 \text{ cm}$, $h_r=2 \text{ cm}$, $L_x=L_y=1 \text{ m}$



(a) $f=20000 \text{ Hz}$



(b) $f=200 \text{ Hz}$

Fig. 4 The energy density distributions of coupled aluminum plates along the $y=0.5 \text{ m}$ when $\eta=0.2$, $h_l=1 \text{ cm}$, $h_r=2 \text{ cm}$, $L_x=L_y=1 \text{ m}$.
—: exact solution, ----: PFA solution

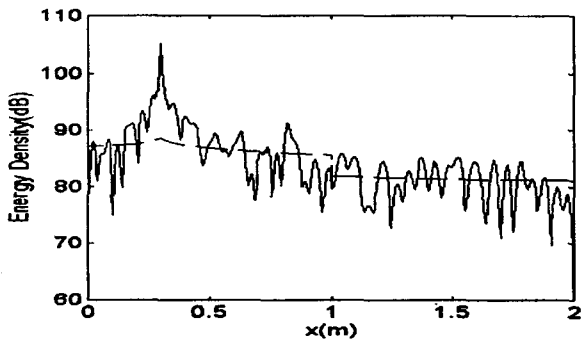
동 응답은 일반적으로 공간상의 변화가 심하고 실제적인 문제에서 대단히 불확실하게 나타나기 때문에 응답의 국소적인 변화보다 구조물 전반에 걸친 변화를 살피는 것이 더욱 바람직하다.^(4,5,8) Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)를 비교해보면 파워흐름해석법에 의한 결과가 고주파 영역에서 진동에너지의 전반적인 분포를 잘 예측한다는 것을 알 수 있다.

한편 가진력에 의해 구조물 내부로 입력된 진동파워는 다양한 경로를 통해 전달된다. 고주파 영역에서 효과적인 제진 설계를 하기 위해서는 진동파워의 지배적인 경로를 예측하는 것이 중요하다. Fig. 3(a)와 Fig. 3(b)의 결과들을 살펴보면 파워흐름해석법이 진동파워의 지배적인 전달경로 예측에 유용하게 사용될 수 있음을 할 수 있다.

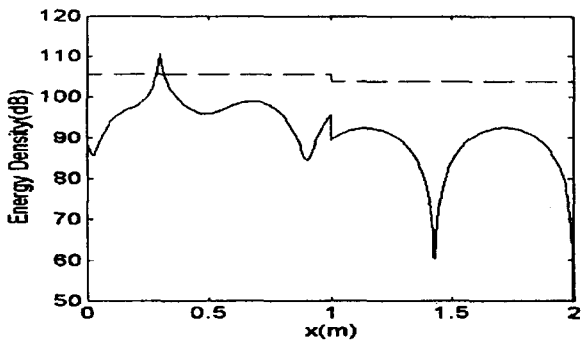
3.2 파워흐름해석법과 엄밀해의 크기 비교

Fig. 4~8은 가진점을 지나고 x 축에 평행한 직선 상에서 파워흐름해석법에 의해 예측된 에너지 밀도

와 엄밀해의 크기를 비교한 것이다. 왼쪽 평판의 두께가 오른쪽 평판보다 더 얇은 경우를 살펴보면 Fig. 4로부터 내부손실계수가 0.2일 때 20000 Hz의 고주파 영역에서 파워흐름해석법으로부터 얻어진 결과와 엄밀해가 전반적으로 비슷하였고 200 Hz에서도 파워흐름해석법이 진동에너지의 분포를 어느정도 잘 예측한다는 것을 알 수 있다. 내부손실계수를 0.02로 낮추면 Fig. 5(a)로부터 20000 Hz의 고주파 영역에서 여전히 파워흐름해석법에 의해 에너지 밀도의 분포가 잘 예측되었지만 Fig. 5(b)를 보면 200 Hz에서는 파워흐름해석법에 의한 결과가 전반적으로 조금 크게 나타남을 알 수 있다. 그러나 Fig. 5(b)에 비해 Fig. 6(a)는 두 평판의 두께가 일률적으로 5분의 1로 줄었고 Fig. 6(b)는 평판의 가로와 세로의 길이를 각각 4배씩 증가했는데 이들을 살펴보면 파워흐름해석법과 엄밀해의 오차가 줄어들었음을 알 수 있다. 이로부터 구조물이 크거나 얇은 경우 파워흐름해석법이 유용하게 적용될 수 있는 주파

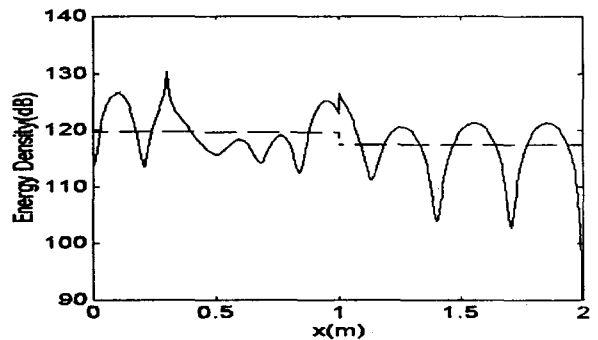


(a) $f=20000$ Hz

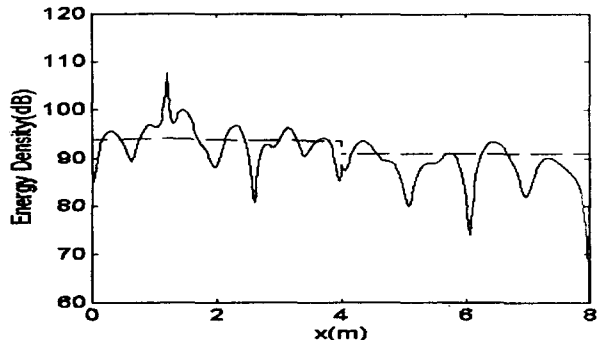


(b) $f=200$ Hz

Fig. 5 The energy density distributions of coupled aluminum plates along the $y=0.5$ m when $\eta=0.02$, $h_l=1$ cm, $h_r=2$ cm, $L_x=L_y=1$ m, —: exact solution, ----: PFA solution

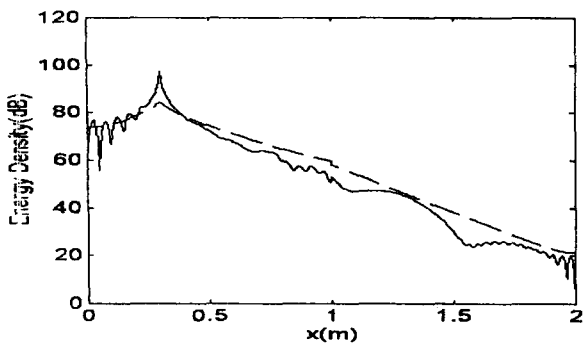


(a) $h_l=2$ mm $h_r=4$ mm $L_x=L_y=1$ m

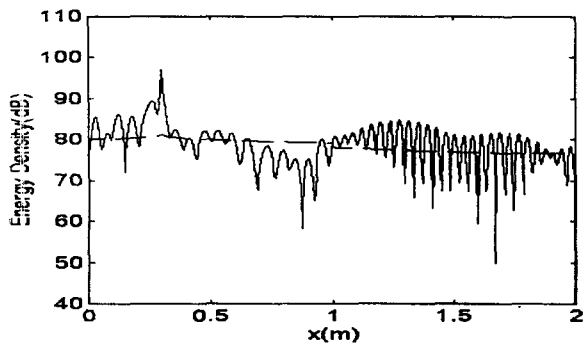


(b) $h_l=1$ cm $h_r=2$ cm $L_x=L_y=4$ m

Fig. 6 The energy density distributions of coupled aluminum plates along (a) $y=0.5$ m and (b) $y=2$ m when $f=200$ Hz, $\eta=0.02$ —: exact solution, ----: PFA solution



(a) $\eta = 0.2$

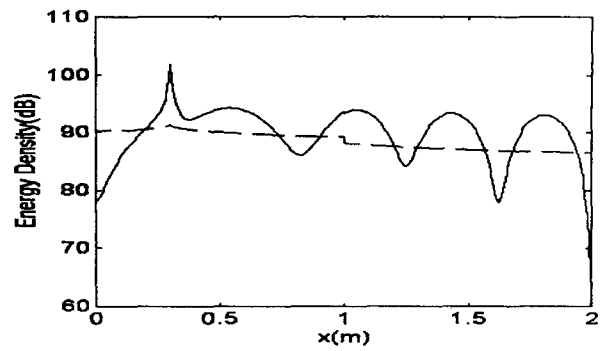


(b) $\eta = 0.02$

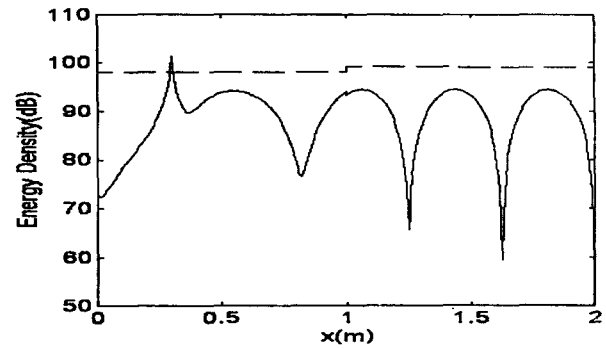
Fig. 7 The energy density distributions of coupled aluminum plates along the $y=0.5$ m when $f=20000$ Hz, $h_l=2$ cm, $h_r=1$ cm $L_x=L_y=1$ m
—: exact solution, ----: PFA solution

수의 범위가 더욱 낮아질 수 있음을 예상할 수 있다. 마찬가지로 Fig. 7과 8로부터 왼쪽 평판의 두께가 더 두꺼운 경우에도 주파수가 높거나 내부손실계수가 클수록 파워흐름해석법에 의한 결과가 더욱 정확할 것으로 예상할 수 있다. 일반적으로 주파수가 높고 감쇠가 크면 진동하는 구조물의 성질이 무한차원의 구조물에 가까워지는데 파워흐름해석법과 엄밀해 사이에 발생하는 오차의 원인은 파워흐름해석법이 무한평판의 임피던스를 이용하여 가진력에 의한 입력파워를 계산하고 파워투과계수를 구하기 위해 도입된 파동전달법이 연결부분에서의 평판을 무한평판으로 확장하여 생각하기 때문인 것으로 예측된다.^(7,10)

한편 에너지 지배방정식을 유도하기 위해 평판의 횡진동 운동방정식에서 원거리영역성분의 일반해만을 고려하기 때문에 가진점이나 불연속적인 연결부분 및 가장자리와 같은 근접장(near-field)에서는 원칙적으로 파워흐름해석법에 의해 예측된 결과가



(a) $\eta = 0.2$



(b) $\eta = 0.02$

Fig. 8 The energy density distributions of coupled aluminum plates along the $y=0.5$ m when $f=200$ Hz, $h_l=2$ cm, $h_r=1$ cm $L_x=L_y=1$ m
—: exact solution, ----: PFA solution

잘 맞지 않는데 Fig. 4~8을 보면 파워흐름해석법이 잘 적용될 수 있는 경우에도 가진점부근에서 근접장파를 고려한 엄밀해가 더 크게 나타남을 알 수 있다. 평판의 가장자리에서는 오히려 엄밀해가 더 작게 나타나는데 이는 엄밀해의 분포에서 알 수 있듯이 근접장파의 영향보다 공간상의 주기적인 특성이 더 큰 원인인 것으로 예상된다. 굽힘파의 에너지 밀도가 주기적인 특성을 가지는 이유는 위치에너지와 운동에너지의 공간적인 위상이 서로 같아서 이들의 합인 전체 에너지 밀도가 조화성분을 그대로 유지하기 때문인데 파워흐름해석법에서는 에너지 지배방정식을 유도하기 위해 에너지 밀도와 인텐시티를 한파장에 대해 공간 평균을 취함으로써 이러한 조화성분을 배제하였다.^(4~8)

4. 결 론

단일주파수로 가진되고 두께가 다른 직사각형 평

판요소들로 연성된 복합구조물의 진동에너지의 분포와 진동파워의 전달경로를 예측하기 위해 파워흐름 해석법을 적용해보았다. 아울러 평판요소간의 연성으로 인한 진동파워의 부분적인 투과와 반사를 고려하기 위해 파동전달법을 도입하여 수직으로 입사하는 파동의 파워투과계수를 이용하였다. 구해진 결과들은 평판의 횡진동 운동방정식으로부터 유도된 엄밀해와 비교하였고 이로부터 파워흐름해석법이 중주파 영역에서 연성된 평판구조물의 진동에너지 분포와 진동파워 전달경로의 예측에 유용하게 사용될 수 있음을 확인하였다. 그리고 주파수가 높거나 내부손실계수가 클수록 결과가 더욱 정확하였는데 이는 무한평판의 특성이 파동전달법과 입력파워의 계산에 적용되었기 때문인 것으로 예상되었다. 파워흐름해석법은 에너지를 기본 변수로 하기 때문에 구조요소내의 지배적인 파워의 전달경로를 쉽게 파악할 수 있어서 구조물의 재진설계에도 효과적일 것으로 예상되었다. 한편 Lévy해 형태의 단일급수해법을 파워흐름해석법에 적용하였고, 고주파 영역에서 구조물이 일정 주파수대역을 가지고 가진되는 경우 주파수에 대한 평균적인 결과를 얻기 위해 사용되어 왔던 파워흐름해석법을 단일주파수 진동문제에 확대 적용하였다는 점에서 본 연구의 다른 의미를 찾을 수 있었다.

평판으로 구성된 복합구조물들은 임의의 각을 가지고 여러면으로 연성된 경우가 보다 일반적인 특성을 보여주므로 향후 이에 대한 연구가 이루어져야 하며 더 나아가 밀폐형 평판구조물의 진동과 이로 인한 소음을 해석하기 위해 파워흐름해석법의 연구가 더욱 이루어져야 할 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 수중음향특화연구센터 연구과제의 일부분으로서 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) O.C. Zienkiewicz, 1977, "The Finite Element Method," 3rd ed., McGraw-Hill, London.
 (2) R.H. Lyon, 1975, "Statistical Analysis of Dynamic Systems: Theory and Applications," MIT Press.
 (3) D.J. Nefske, S.H. Sung, 1989, "Power Flow

Finite Element Analysis of Dynamic Systems : Basic Theory and Application to Beams," J. Vib. Acoustics, Stress and Reliability in Design, 111, pp. 94~100.
 (4) O.M. Bouthier, R.J. Bernhard, 1992, "Models of Space-Averaged Energetics of Plates," AIAA J., 30(3), pp. 616~623.
 (5) O.M. Bouthier, R.J. Bernhard, 1995, "Simple Models of the Energetics of Transversely Vibrating Plates," J. Sound Vib., 182(1), pp. 149~164.
 (6) O.M. Bouthier, R.J. Bernhard, C. Wohlever, 1990, "Energy and Structural Intensity Formulations of Beam and Plate Vibrations," 3rd International Congress on Intensity Techniques, pp. 37~44.
 (7) P.E. Cho, 1993, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures," Ph.D. Dissertation, Purdue University.
 (8) J.C. Wohlever, R.J. Bernhard, 1992, "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams," J. Sound Vib., 153(1), pp. 1~19.
 (9) V.D. Belov, S.A. Rybak, B.D. Tartakovskii, 1977, "Propagation of Vibrational Energy in Absorbing Structures," J. Soviet Physics Acoustics, 23(2), pp. 115~119.
 (10) L. Cremer, M. Heckl, E.E. Ungar, 1973, Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, Berlin.
 (11) D.J. Gorman, 1982, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plates," Elsevier, New York.
 (12) S. Timoshenko, W. Woinowski-Krieger, 1959, "Theory of Plates and Shells," 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
 (13) J.D. Palmer, E.J. Williams, C.H.J. Fox, 1992, "High Frequency Power Flow in Structures," 10th IMAC, pp. 701~707.
 (14) R.S. Langley, 1995, "On the Vibrational Conductivity Approach to High Frequency Dynamics For Two-Dimensional Structural Components," J. Sound Vib., 182(4), pp. 637~657.
 (15) 길현권, 홍석윤, 1997, "보형상의 복합구조물 진동의 파워흐름해석", 대한조선학회 추계학술대 회논문집, pp. 530~534.

부 록

Fig. 1(a)로부터 두평판을 세 영역으로 나누면 각 영역에서 평판의 운동방정식은 다음과 같다.

$$D_{ci} \nabla^4 w_i + (\rho h)_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서 w_i 는 각 영역에서의 횡방향 진동변위이고 D_{ci} 는 평판의 굽힘강성(bending stiffness)으로서 비부감쇠가 있기 때문에 복소수 형태로 표현된다. 한편 x 축에 평행한 경계선 $y=0$ 와 $y=L_y$ 가 모든 영역에 걸쳐 단순지지되어 있으므로 식 (1)의 일반해는 y 에 대한 sine의 단일급수로 나타낼 수 있다.⁽¹¹⁾

$$w_i(x_i, y) = \sum_{n=1}^{\infty} w_{in}(x_i) \sin k_n y \quad (2)$$

여기서 $w_{in}(x_i)$ 는 급수의 n 번째 성분의 계수이다. 이를 운동방정식 식 (1)에 대입하면 $w_{in}(x_i)$ 의 x 에 관한 4차상미분방정식을 얻을 수 있는데 이로부터 $w_{in}(x_i)$ 의 일반해는 다음과 같다.

$$w_{in}(x_i) = C_i^+ \exp(-\alpha_{in} x_i) + C_i^- \exp(\alpha_{in} x_i) + D_i^+ \exp(-\beta_{in} x_i) + D_i^- \exp(\beta_{in} x_i) \quad (3)$$

여기서 $\alpha_{in}^2 = k_n^2 + k_i^2$, $\beta_{in}^2 = k_n^2 - k_i^2$ 이고 k_i 는 영역 i 에서의 굽힘파의 파동수(wave number)이다. 그리고 평판구조물에 작용하는 가진력 역시 y 에 대한 sine의 단일급수로 나타내져야 한다.

$$F \delta(x-x_o) \delta(y-y_o) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(x) \sin k_n y \quad (4)$$

$$F_n(x) = \frac{2}{L_y} F \sin k_n y_o \delta(x-x_o) \quad (5)$$

식 (3)에 있는 영역 i 에서의 미지수 C_i^+ 와 C_i^-

그리고 D_i^+ 와 D_i^- 를 결정하기 위해서는 평판구조물의 경계조건을 사용해야 하는데 먼저 좌우 양단의 경계선 $x_1=0$ 와 $x_3=L_x$ 은 단순지지되어 있으므로 변위와 굽힘모멘트가 없다. 그리고 가진력이 작용하는 위치와 두 평판이 연결된 부분에서는 인접한 두 영역에 대해 변위의 연속성, 각도의 일치성, 수직방향의 힘과 모멘트의 평형조건이 만족되어야 한다.

경계조건으로부터 미지수들을 결정하면 각 영역에서의 횡방향 진동변위 w_i 를 구할 수 있다. 따라서 에너지 밀도와 인텐시티의 엄밀해는 다음과 같이 횡방향 진동변위와의 관계식으로부터 얻어진다.^(5-7,12)

$$e_i = \frac{D_i}{4} \left\{ \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial y^2} + 2\nu_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial y^2} + 2(1-\nu_i) \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i \partial y} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial x_i \partial y} \right\} + \frac{(\rho h)_i}{4} \frac{\partial w_i}{\partial t} \frac{\partial w_i^*}{\partial t} \quad (6)$$

$$q_{ix} = \frac{1}{2} Re \left\{ -Q_{xxi} \frac{\partial w_i^*}{\partial t} + M_{xxi} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial x_i \partial t} + M_{xyi} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial y \partial t} \right\} \quad (7)$$

$$q_{iy} = \frac{1}{2} Re \left\{ -Q_{yyi} \frac{\partial w_i^*}{\partial t} + M_{yyi} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial y \partial t} + M_{xyi} \frac{\partial^2 w_i^*}{\partial x_i \partial t} \right\} \quad (8)$$

$$\text{여기서 } M_{xxi} = -D_{ci} \left\{ \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} + \nu_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right\} \quad (9)$$

$$M_{yyi} = -D_{ci} \left\{ \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} + \nu_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \right\} \quad (10)$$

$$M_{xyi} = M_{yx} = -D_{ci} (1-\nu_i) \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i \partial y} \quad (11)$$

$$Q_{xxi} = -D_{ci} \left\{ \frac{\partial^3 w_i}{\partial x_i^3} + \nu_i \frac{\partial^3 w_i}{\partial x_i \partial y^2} \right\} \quad (12)$$

$$Q_{yyi} = -D_{ci} \left\{ \frac{\partial^3 w_i}{\partial y^3} + \nu_i \frac{\partial^3 w_i}{\partial x_i^2 \partial y} \right\} \quad (13)$$

여기서 e_i 는 평판에서 굽힘파의 시간평균된 에너지 밀도이고 q_{ix} 와 q_{iy} 는 각각 시간평균된 인텐시티의 x 방향성분과 y 방향성분이다.