

< 논 문 >

구조동역학 문제에서 전단계 오차추정치를 이용한 자동시간간격 조정 알고리즘

An Automatic Time Stepping Algorithm Using a Prior Error Estimator in Structural Dynamics

조 은 형* · 정 진 태**
Eun-Hyoung Cho and Jintai Chung

(1999년 9월 10일 접수 : 1999년 10월 30일 심사완료)

Key Words : Prior Error Estimator (전단계 오차추정치), Time Step Control (시간간격제어), Time Integration Method (시간적분법), Structural Dynamics (구조동역학)

ABSTRACT

A prior error estimator which is solving structural dynamic problems and which is based on the generalized- method, is developed. Since the proposed error estimator is computed with only previous information, the time step size can be adaptively selected without the feedback mechanism. This paper shows that the automatic time stepping algorithm using the error estimator performs an efficient time integration. To verify its efficiency, several examples are numerically investigated.

1. 서 론

구조물의 동적거동은 일반적으로 편미분방정식 형태의 지배방정식과 초기조건 그리고 경계조건을 포함하는 초기치-경계치 문제로 모델링된다. 이러한 문제를 유한요소법으로 해석할 때 먼저 공간상에서의 이산화 과정을 통해 다음과 같은 시간에 관한 행렬-벡터 방정식을 얻는다.

$$M \ddot{x}(t) + C \dot{x}(t) + K x(t) = f(t) \quad (1)$$

여기서, M , C 와 K 는 각각 질량, 감쇠와 강성행렬을 나타내며, $f(t)$ 는 외부하중벡터 그리고 $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$, $x(t)$ 는 각각 가속도, 속도, 변위벡터를 나타낸다.

* 한양대 대학원 정밀기계공학과

** 한양대 공학대 기계공학과

초기치문제는 $x(t)$ 에 관한 지배방정식 (1)과 초기 조건

$$x(0) = x_0 \quad (2)$$

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0 \quad (3)$$

으로 이루어진다. 위식에서 x_0 와 \dot{x}_0 는 주어진 초기 변위와 속도이다.

다음으로 공간상에서 이산화된 시간에 대한 상미분 방정식 (1)에 시간적분법(time integration method)을 적용하면 구조물의 동적거동에 대한 수치해를 얻을 수 있다. 시간적분법을 사용함에 있어서 가장 중요하게 고려되는 것은 시간간격의 선택이다. 왜냐하면 수치해의 정확도 및 계산비용이 시간간격의 선택에 크게 의존하기 때문이다. 따라서 시간적분과정 중 수치해의 정확도를 최대화하며 계산비용을 최소화시키는 최적화된 시간간격의 선택

이 중요하다. 계산과정에서 이러한 최적화된 시간간격의 자동결정 방법에 대한 연구가 꾸준히 진행되어 왔다.

Felippa와 Park⁽¹⁾는 모든 자유도에 대해 증분가속도와 증분변위들 사이의 비로부터 걸보기 최고주파수(apparent highest frequency)를 계산하고 이를 이용한 시간간격제어방법을 소개하였으며, Park와 Underwood^(2,3)는 중심차분법에 걸보기 최고주파수 개념을 적용하여 매 시간당 자동으로 시간간격을 결정하는 방법을 제안했는데 이 방법은 정확도가 크게 중요시되지 않는 경우에 안정성을 확보하는 최대시간간격을 자동으로 결정해 주는 방법이다. Bergan과 Mollestad⁽⁴⁾도 걸보기최고주파수 개념과 Rayleigh 지수를 이용하여 계산된 걸보기 현재 주파수(apparent current frequency)에 바탕을 둔 자동시간간격 결정 방법을 제시하였다.

시간간격 선택에 있어서 간단한 국부오차추정치(local error estimator)를 이용하는 방식도 소개되었다. Zienkiewicz와 Xie⁽⁵⁾는 Taylor 급수전개에 의해 얻어진 엄밀해와 Newmark방법⁽⁶⁾에 의한 근사해를 비교하여 간단한 국부오차추정치를 개발하였고 이를 이용한 적응시간간격제어 알고리즘을 제안했다. 최근에 개발된 암시적 시간적분법중 일반화된 α 방법⁽⁷⁾은 Newmark방법이 해결치 못한 물리적 의미가 없는 고주파성분의 제거를 가능케 했고 무조건적 안정성과 2차 정확도가 보장된다. Hulbert와 Jang⁽⁸⁾은 일반화된 α 방법을 이용한 오차추정치와 자동시간간격 조정 알고리즘을 개발하였다. 국내에서도 일반화된 α 방법을 이용하여 간단한 벡터의 계산과 적은 저장공간을 필요로 하는 간단한 오차추정치⁽⁹⁾를 개발하였고 이를 이용한 시간간격 제어방법이 소개되었다.

본 논문에서는 국부절단오차에 대한 새로운 정의와 일반화된 α 방법을 이용하여 간단한 오차추정치를 개발하였다. 개발된 오차추정치는 일반화된 α 방법에 대한 오차추정치이므로 수치감쇠가 필요한 구조동역학 문제에 적용될 수 있다. 또한 기존의 오차추정치와 달리 이전 시간의 정보들만으로 계산이 되므로 이를 이용한 자동시간간격 조정 알고리즘은 피드백 기구(feedback mechanism)의 사용이 불필요하게 되어 계산비용을 크게 줄일 수 있다. 이의 입증을 위해 개발된 오차추정치를 이용한 자동시간간격 조정 알고리즘을 1자유도 및 다자유도 문제에 적용하였고 효율적인 시간적분을 수행함을 확인할 수 있었다.

2. 전단계 오차추정치의 개발

식 (1)에서 (3)으로 구성되는 초기치문제를 풀기 위한 일반화된 α 시간적분법은 다음식들로 표현된다.

$$M a_{n+1-\alpha_n} + C v_{n+1-\alpha_f} + K d_{n+1-\alpha_f} = f_{n+1-\alpha_f} \quad (4)$$

$$d_{n+1} = d_n + \Delta t_n v_n + \Delta t_n^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) a_n + \beta a_{n+1} \right] \quad (5)$$

$$v_{n+1} = v_n + \Delta t_n \left[(1-\gamma) a_n + \gamma a_{n+1} \right] \quad (6)$$

여기서,

$$a_{n+1-\alpha_m} = (1-\alpha_m) a_{n+1} + \alpha_m a_n \quad (7)$$

$$v_{n+1-\alpha_f} = (1-\alpha_f) v_{n+1} + \alpha_f v_n \quad (8)$$

$$d_{n+1-\alpha_f} = (1-\alpha_f) d_{n+1} + \alpha_f d_n \quad (9)$$

$$f_{n+1-\alpha_f} = (1-\alpha_f) f_{n+1} + \alpha_f f_n \quad (10)$$

윗 식에서 d_n , v_n 과 a_n 은 각각 $x(t_n)$, $\dot{x}(t_n)$ 과 $\ddot{x}(t_n)$ 의 근사치이며 $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ 은 시간 t_n 과 t_{n+1} 사이의 시간간격이다. β , γ , α_m 과 α_f 는 알고리즘 상수로 고주파영역에서의 원하는 수치감쇠의 양을 나타내는 인수 ρ_∞ 에 의해 모두 결정된다. 일반화된 α 시간적분법에 대한 자세한 내용은 참고문헌 (7)에 설명되어 있다.

시간적분 과정에서 생기는 오차를 제어하기 위해 국부절단오차(local truncation error)가 대개 사용되는데 이는 일반적으로 전체 오차(global error)를 구하기가 어렵기 때문이다. Fig. 1(a)는 기존에 사용된 국부절단오차의 개념을 그림으로 나타낸 것이다. 시간 t_{n+1} 에서의 국부절단오차는 시간 t_n 에서의 변위, 속도 및 가속도를 엄밀해로 가정하고 이 시간의 변위 및 속도를 초기조건으로 한 후 시간 t_n 에서 t_{n+1} 까지 균형방정식 (1)을 해석적으로 적분해서 계산된 엄밀해 $x(t_{n+1})$ 와 시간 t_{n+1} 에서의 근사해 d_{n+1} 와의 차로 계산된다. 이와 달리 본 논문에서는 Fig. 1(b)와 같이 국부절단오차를 새롭게 정의하고자 한다. 즉, 시간 t_{n+1} 에서의 엄밀해 $x(t_{n+1})$ 는 시간 t_{n-1} 에서의 변위, 속도 및 가속도를 엄밀해로 가정한 후 시간 t_{n-1} 에서 t_{n+1} 까지 균형방정식을 적분하여 구해지고 근사해 d_{n+1} 와 엄밀해 $x(t_{n+1})$ 의

차로 국부절단오차가 계산된다. 기존의 국부절단오차와 다른 점은 시간 t_{n-1} 에서의 근사해 d_{n-1} , v_{n-1} , a_{n-1} 을 엄밀해 $x(t_{n-1})$, $\dot{x}(t_{n-1})$, $\ddot{x}(t_{n-1})$ 로 가정한다는 것이다.

Taylor급수전개에 의해 엄밀해 $x(t_{n+1})$ 은

$$x(t_{n+1}) = x(t_{n-1}) + (\Delta t_{n-1} + \Delta t_n)\dot{x}(t_{n-1}) + \frac{1}{2}(\Delta t_{n-1} + \Delta t_n)^2\ddot{x}(t_{n-1}) + \frac{1}{6}(\Delta t_{n-1} + \Delta t_n)^3\ddot{\ddot{x}}(t_{n-1}) + O[(\Delta t_{n-1} + \Delta t_n)^4] \quad (11)$$

로 표현된다. 식 (5), (6)을 식 (7)에서 (9)에 대입한 후 이를 식 (4)에 대입하면

$$a_{n+1} = D_n^{-1} \left\{ f_{n+1-\alpha_f} - K[d_n + \Delta t_n(1-\alpha_f)v_n + \Delta t_n^2(\frac{1}{2}-\beta)(1-\alpha_f)a_n] - C[v_n + \Delta t_n \times (1-\gamma)(1-\alpha_f)a_n] - M\alpha_m a_n \right\} \quad (12)$$

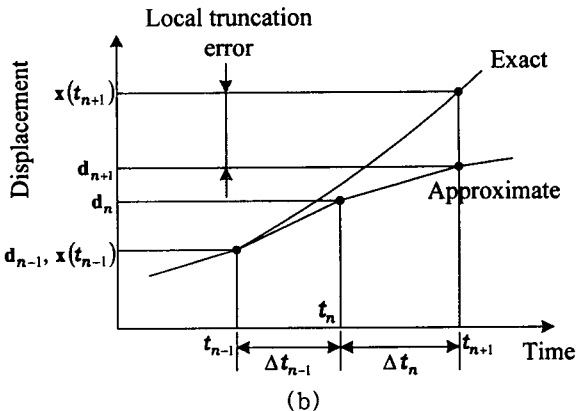
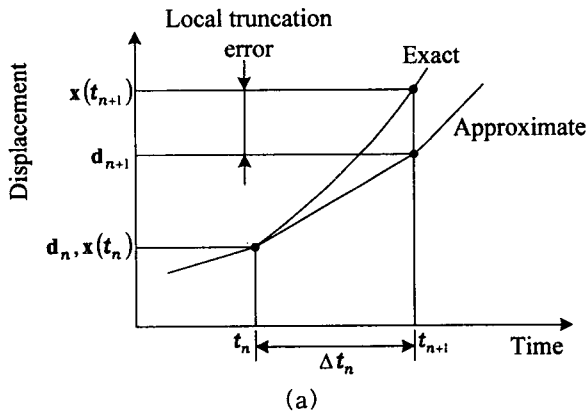


Fig. 1 Local truncation error

을 얻는다. 여기서 D_n 은

$$D_n = M(1-\alpha_f) + C\Delta t_n\gamma(1-\alpha_f) + K\Delta t_n^2\beta(1-\alpha_f) \quad (13)$$

이다. 식 (12)에서 $f_{n+1-\alpha_f}$ 는

$$f_{n+1-\alpha_f} = f_{n-1} + [\Delta t_{n-1} + (1-\alpha_f)\Delta t_n]\dot{f}_{n-1} + \frac{1}{2}[\Delta t_{n-1} + (1-\alpha_f)\Delta t_n]^2\ddot{f}_{n-1} + \frac{1}{6}[\Delta t_{n-1} + (1-\alpha_f)\Delta t_n]^3\ddot{\ddot{f}}_{n-1} + O\{[\Delta t_{n-1} + (1-\alpha_f)\Delta t_n]^4\} \quad (14)$$

로 급수전개된다. 식 (12)의 유도방법과 유사하게 d_{n-1} , v_{n-1} , a_{n-1} 을 가지고 d_n , v_n , a_n 을 구하면 식 (12) 또한 d_{n-1} , v_{n-1} , a_{n-1} 로 나타내어지고 이를 식 (5)에 넣어 정리하면 근사해 d_{n+1} 를 구할 수 있다. 이제 t_{n+1} 에서의 국부오차를 구하기 위해 근사해 d_{n+1} 를 구성하는 d_{n-1} , v_{n-1} , a_{n-1} 을 위에서 언급한 바와 같이 엄밀해 $x(t_n)$, $\dot{x}(t_n)$ 과 $\ddot{x}(t_n)$ 로 바꾼 다음 이 식에서 식 (11)를 빼면

$$D_n D_{n-1} [d_{n+1} - x(t_{n+1})] = \frac{1}{6} M^2 \ddot{\ddot{x}}(t_{n-1}) \Delta t_{n-1}^3 \sum_{i=1}^4 c_i r_{n-1}^{i-1} (\rho_\infty + 1)^4 + O(\Delta t_{n-1}^4) \quad (15)$$

을 얻는다. 여기서

$$r_{n-1} = \frac{\Delta t_n}{\Delta t_{n-1}} \quad (16)$$

$$c_1 = 8 - 10\rho_\infty + 3\rho_\infty^2 + 2\rho_\infty^3 - \rho_\infty^4 \quad (17)$$

$$c_2 = 6 - 9\rho_\infty - 3\rho_\infty^2 + 9\rho_\infty^3 - 3\rho_\infty^4 \quad (18)$$

$$c_3 = -3\rho_\infty + 3\rho_\infty^2 + 3\rho_\infty^3 - 3\rho_\infty^4 \quad (19)$$

$$c_4 = 8 - 10\rho_\infty + 3\rho_\infty^2 + 2\rho_\infty^3 - \rho_\infty^4 \quad (20)$$

이다. 식 (15)의 양변에 $(D_n D_{n-1})^{-1}$ 을 곱하고 우변을 Δt_{n-1} 에 대해 전개하면

$$d_{n+1} - x(t_{n+1})$$

$$= \frac{1}{6} \ddot{x}(t_{n-1}) \Delta t_{n-1}^3 - \frac{\sum_{i=1}^4 c_i r_{n-1}^{i-1}}{(\rho_\infty + 1)^2 (\rho_\infty - 2)^2} + O(\Delta t_{n-1}^4) \quad (21)$$

을 얻게 된다. 일반화된 α 방법은 변위의 시간에 대한 3차 미분 $\ddot{x}(t_{n-1})$ 에 대한 정보가 없기 때문에 $\ddot{x}(t_{n-1})$ 을 다음과 같이 선형으로 근사화할 수 있다.

$$\ddot{x}(t_{n-1}) = \frac{a_n - a_{n-1}}{\Delta t_{n-1}} + O(\Delta t_{n-1}) \quad (22)$$

식 (21), (22)로부터 시간 t_{n+1} 에서의 국부오차는 다음식으로 계산된다.

$$e_{n+1} = \frac{1}{6} \Delta t_{n-1}^2 (a_n - a_{n-1}) \sum_{i=1}^4 \rho_i r_{n-1}^{i-1} \quad (23)$$

여기서 계수 $\rho_i (i=1, 2, 3, 4)$ 는

$$\rho_1 = \rho_4 = \frac{4 - 3\rho_\infty + \rho_\infty^3}{2 + 3\rho_\infty - \rho_\infty^3} \quad (24)$$

$$\rho_2 = -\frac{3(\rho_\infty - 1)^2}{(\rho_\infty - 2)^2 (\rho_\infty + 1)} \quad (25)$$

$$\rho_3 = -\frac{3(\rho_\infty - 1)^2 \rho_\infty}{(\rho_\infty - 2)^2 (\rho_\infty + 1)} \quad (26)$$

이다.

위와 달리 시간 t_n 에서의 근사해 d_n , v_n , a_n 을 엄밀해 $x(t_n)$, $\dot{x}(t_n)$ 과 $\ddot{x}(t_n)$ 로 가정하고 시간 t_{n+1} 에서의 국부절단오차를 계산한 식은 다음과 같다.

$$e_{n+1} = \Delta t_n^2 \left\{ \frac{1}{(1 + \rho_\infty)^2 (2 - \rho_\infty)} - \frac{1}{6} \right\} (a_{n+1} - a_n) \quad (27)$$

식 (23)과 (27)을 비교하면 식 (23)은 시간 t_{n+1} 에서의 국부오차를 구하기 위해 그 시간에서의 정보는 필요없고 이전 시간의 a_{n-1} 과 a_n 을 알면 계산이 가능하다. 그러나 식 (27)의 경우는 시간 t_{n+1} 에서의 정보 a_{n+1} 을 알아야 그 시간에서의 국부오차의 계산이 가능하다. 그러므로 식 (23)이 자동시간간격 조정 알고리즘에서 오차추정치로 사용된다면 식 (27)을 사용하는 경우와 달리 피드백 기구를 사용하

여 시간간격을 선택하는 과정이 필요없게 된다. 즉, 계산비용에 있어서 큰 이득이 기대된다. 식 (27)의 오차추정치를 후단계 오차추정치(posterior error estimator)라 하고 식 (23)의 오차추정치는 전단계 오차추정치(prior error estimator)라 불러 이 두 값을 구별할 수 있다.

3. 자동시간간격 조정 알고리즘

자동시간간격 조정 알고리즘은 오차추정치의 L_2 -기준치(L_2 -norm)를 사용하여 매 시간단계에서 오차의 크기가 일정 기준을 넘지 않도록 하면서 계산비용을 최소화하는 시간간격을 자동으로 결정해 준다. 기존의 알고리즘은 L_2 -기준치가 규정된 오차범위를 벗어날 때 귀환(feedback)하여 최적 시간간격을 계산한 후 그 시간간격을 가지고 오차추정치를 다시 구해 오차를 평가하는 적응시간간격제어(adaptive time stepping)의 과정을 수반한다. 그러나 여기서 개발된 전단계 오차추정치의 L_2 -기준치가 자동시간간격 조정 알고리즘에 사용된다면 시행착오식의 적응시간간격제어를 수행하는 피드백기구의 사용이 불필요하게 된다. 식 (21)에서 알 수 있는 바와 같이 국부오차의 수렴율은 $O(\Delta t^3)$ 이기 때문에 시간 t_{n+1} 에서의 시간간격은 다음 식으로 결정된다.

$$\Delta t_{n+1} = \left(\frac{\varepsilon}{\|e_{n+1}\|} \right)^{1/3} \Delta t_n \quad (28)$$

여기서 ε 는 허용오차이고 $\|e_{n+1}\|$ 는 시간 t_{n+1} 에서의 국부오차의 L_2 -기준치이다.

매 시간단계에서의 오차의 크기는 이전 물리량들에 의해 결정되고 식 (28)에 의해 시간간격이 자동으로 결정되어 피드백과정이 없는 시간적분이 수행된다. 이는 매 시간단계당 오차가 일정 기준을 넘지 않도록 제어하는 과정이 없으므로 계산시간에 있어서 큰 이득이 있게 된다.

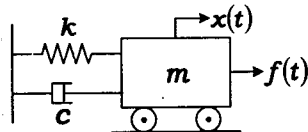
4. 수치예제

4.1 일자유도 문제

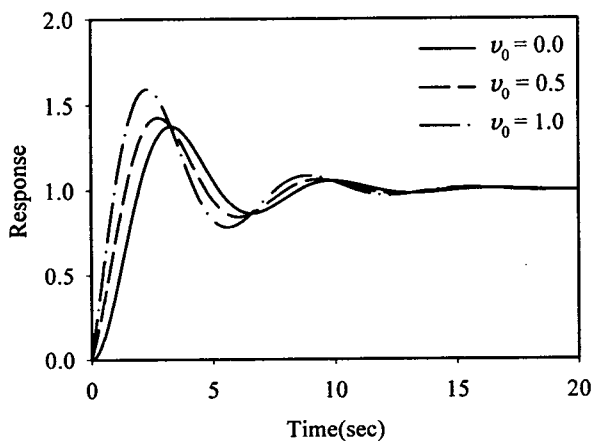
개발된 오차추정치의 효율성을 검증하기 위해 먼저 다음의 1자유도 문제를 대상으로 하였다. Fig. 2(a)에 주어진 1자유도 감쇠진동 문제는 질량, 스프

링 및 감쇠계수가 각각 1, 1, 0.6이고, 의 값은 1이다. Fig. 2(b)는 초기조건으로 과 는 0, 0.5, 1일 때의 시간응답을 도시한 것이다. 이제 고정 시간간격을 사용한 경우와 전단계 및 후단계 오차추정치를 이용한 적응시간간격제어에 대해 RMS(root mean square)를 계산하여 각각의 시간적분 계산결과를 비교하고자 한다. Fig. 2(b)에서 주어진 초기속도 0인 경우 위의 세 경우의 RMS값을 일정하게 하고 각각의 시간간격수를 비교하여 효율성을 평가한다. Fig. 3은 이에 대한 결과 그래프이다. 후단계 오차추정치를 이용한 경우의 자동시간간격 조정 알고리즘은 초기 시간간격을 0.1 sec로 하고 허용오차 ϵ 을 0.001로 하여 적응시간간격제어를 수행하였고 이때의 RMS값은 0.005234이다. 고정시간간격을 사용한 경우 이와 같은 RMS값을 갖기 위한 고정시간간격은 0.343 sec이고 전단계 오차추정치를 이용한 경우는 초기시간간격을 0.0001 sec, 허용오차 ϵ 는 0.00161로 해야 한다. 각각의 경우 총 시간간격의 수는 후단계 및 전단계 오차추정치를 사용한 경우의 적응시간간격제어시 41이고 고정시간간격을 사용한 경우는 59로 전자의 두 경우 모두 고정시간간격을 사용한 경우보다 18단계를 줄일 수 있었다.

다음으로 Fig. 4(a)와 (b)는 초기속도가 0.5와 1인



(a) Single-degree-of-freedom model



(b) Time response for the various initial velocity

Fig. 2 Single-degree-of-freedom problem

경우에 대해 전단계 및 후단계 오차추정치를 이용한 적응시간간격 제어와 고정시간간격을 사용한 시간적

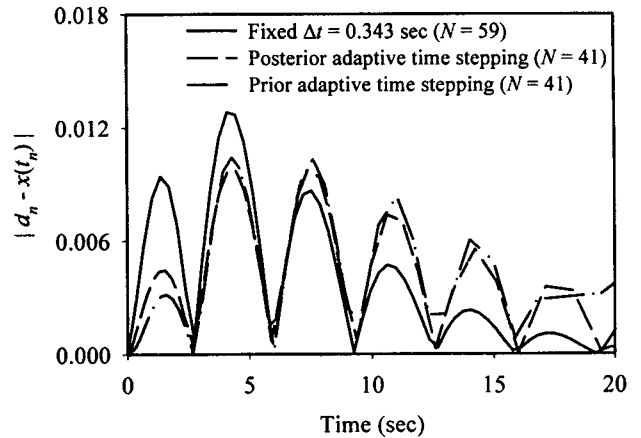
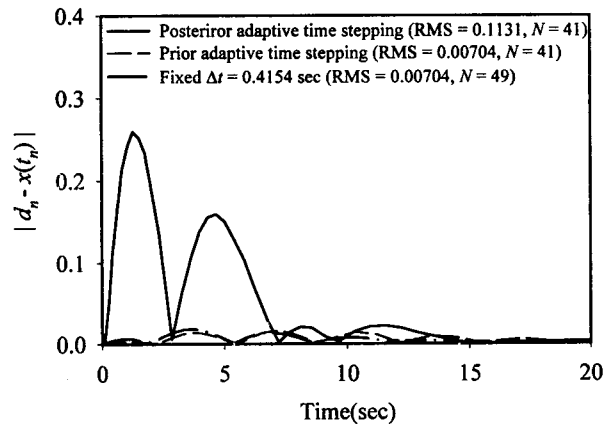
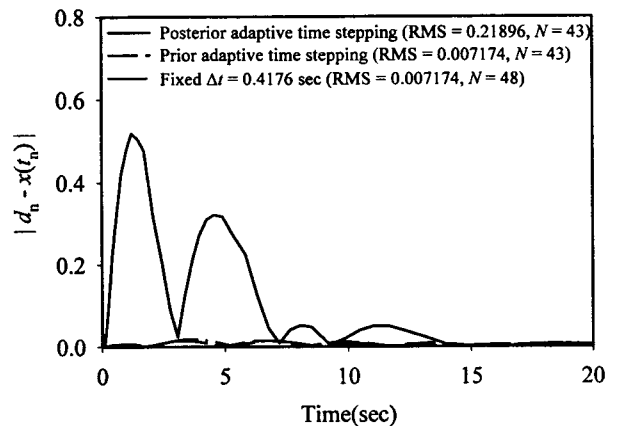


Fig. 3 Comparison of the global errors for the SDOF problem having no initial velocity



(a) $v_0 = 0.5$



(b) $v_0 = 1.0$

Fig. 4 Comparison of the global errors for the SDOF problem having initial velocity

본의 결과를 비교한 그래프이다. 먼저 전단계 오차추정치를 이용한 경우와 후단계 오차추정치를 이용한 경우는 총시간간격수를 갖게 하여 둘의 RMS값을 비교했고 고정시간간격을 사용한 경우는 전단계 오차추정치를 이용한 경우와 같은 RMS값을 갖게 하는 고정시간간격으로 시간적분을 수행했을 때 전체 시간간격수가 얼마인지를 조사했다. 결과에서 알 수 있는 바와 같이 후단계 오차추정치와 전단계 오차추정치를 사용한 적응시간간격제어의 경우 같은 시간단계수를 갖게 할 때 전자의 경우는 후자의 경

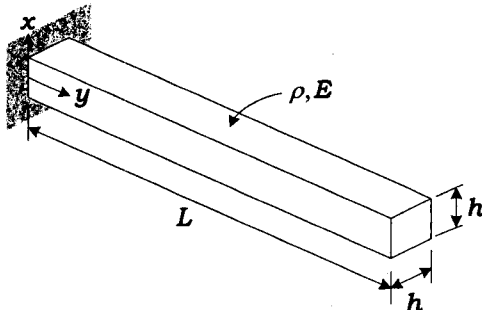
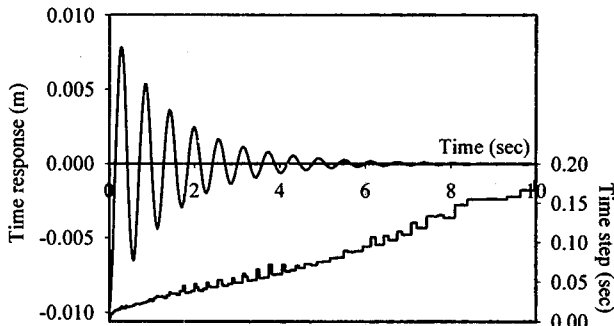
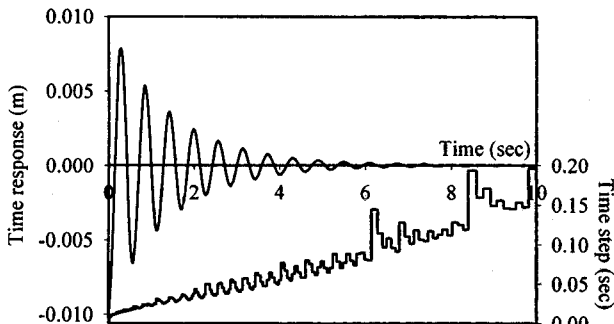


Fig. 5 Multi-degree-of-freedom problem



(a) Adaptive time stepping with the posterior error estimator



(b) Adaptive time stepping with the prior error estimator

Fig. 6 Time response and the change of time step

우에 비해 큰 전체오차를 갖는다. 또한 전단계 오차추정치를 사용한 적응시간간격제어의 경우와 고정시간간격을 사용한 시간적분의 RMS값을 같도록 할 때 전자의 경우가 총 시간단계수를 줄일 수 있음을 확인할 수 있다.

초기속도를 달리하여 시간응답의 기울기의 변화가 있는 경우 후단계 오차추정치를 이용한 자동시간간격 조정 알고리즘은 국부오차의 제어에 의해 전체오차를 줄일 수 없으나, 전단계 오차추정치를 사용한 자동시간간격 조정 알고리즘은 시간응답에 상관없이 유연성을 가져 같은 RMS값을 갖는 경우의 고정시간간격을 사용한 시간적분보다 시간단계수를 줄일 수 있다.

4.2 다자유도 문제

본 논문에서 개발된 오차추정치를 사용한 자동시간간격조정 알고리즘은 계산시간에 있어서 큰 이득이 있을거라 앞에서 예상하였는데 이의 입증을 위해 Fig. 5의 균일한 단면을 갖는 외팔보를 생각해 보자. 주어진 외팔보의 길이 L , 폭과 높이 h , 영의 계수 E 및 밀도 ρ 는 각각 3.7 m, 0.12 m, 11×10^9 N/m²와 7×10^3 kg/m³이다. 표준 유한요소해석에 의해 무한자유도의 외팔보를 100개의 2절점 요소로 이산화하여 행렬-벡터방정식을 유도하였고, 5%의 레일리(Rayleigh)감쇠라 가정하여 질량과 강성행렬로부터 비례적으로 감쇠행렬을 구하였다. 보의 끝단에 -0.01 m의 초기 정적변위를 주고 고정 시간간격을 0.01 sec로 하여 10 sec동안 자유진동시킨 경우 시간응답을 구하면 270 sec의 CPU시간이 소요된다. 이제 후단계 및 전단계 오차추정치를 이용한 자동시간간격 조정 알고리즘을 시간적분에 적용하여 각각의 효율성을 평가해 보았다. 먼저 후단계 오차추정치를 사용한 자동시간간격 조정 알고리즘은 ϵ 을 0.0001 m, γ_1, γ_2 는 각각 0.9, 1.1로 하고 초기 시간간격은 고정 시간간격을 사용한 경우와 같은 0.01 sec로 하여 시간적분을 수행하였고 개발된 전단계 오차추정치를 사용한 자동시간간격 조정 알고리즘도 ϵ 을 0.0001 m, 초기 시간간격을 0.01 sec로 하여 시간적분을 수행하고 비교하였다. Fig. 6은 10 sec동안의 시간응답과 시간간격의 변화에 대한 각각의 결과 그래프이다. 후단계 오차추정치를 사용한 경우는 총 시간간격수가 207이고 시간간격 변화의 수는 122이며 소요 CPU시간은 97 sec로 고정 시간간격을 사용한 경우보다 173 sec를 줄일 수 있었다. 전단계 오차추정치를 이용한 경우는 총 시간간격수는 225, 시

간격 변화의 수도 225이며 소요 CPU시간은 67 sec로 고정 시간간격을 사용한 경우보다 203 sec, 후 단계 오차추정치를 사용한 경우보다 30 sec를 줄일 수 있었다. 전단계 오차추정치를 사용한 경우의 시간적분은 후단계 오차추정치를 사용한 경우보다 총 시간간격수도 많고 시간간격 변화의 수도 많으나 매 시간단계당 오차추정치의 값이 주어진 오차범위에 들도록 제어하는 과정이 없으므로 계산시간을 크게 줄일 수 있는 것이다.

자유도수가 많아지면 고정 시간간격을 사용한 경우보다 적응 시간간격을 사용한 경우가 계산시간에 있어서 큰 이득이 있음을 알 수 있고 적응 시간간격의 경우도 개발된 전단계 오차추정치를 사용한 경우가 이득이 더 큼을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 기존의 오차추정치와 달리 이전 단계의 물리량으로 결정이 가능한 오차추정치를 개발하였다. 이 오차추정치를 적용한 자동시간간격 조정 알고리즘은 오차추정치가 주어진 오차범위에 들도록 제어하는 과정이 없어 계산시간에 있어서 큰 이득이 있다. 또한 이 오차추정치는 고주파영역에서 수치감쇠를 갖는 일반화된 α 방법으로부터 유도가 되었기 때문에 수치감쇠가 필요한 구조동역학 문제에 효과적으로 적용될 수 있다. 일자유도 및 다자유도 문제에 개발된 오차추정치를 사용한 자동시간간격 조정 알고리즘을 적용시켜 고정 시간간격을 사용한 경우와 후단계 오차추정치를 사용한 경우의 시간적분 결과를 각각 비교함으로써 개발된 오차추정치를 사용한 경우가 보다 효율적임을 입증하였다. 특히, 다자유도 문제의 경우 본 논문에서 개발된 오차추정치를 적용한 자동시간간격 조정 알고리즘은 계산과정에 큰 이득이 있음을 확인했다.

개발된 오차추정치를 적용한 자동시간간격 조정 알고리즘은 이미 계산된 물리량으로 다음 단계의 시간간격을 계산하여 시간응답을 구하므로 비선형 구조동역학 문제와 같은 비연속 시간응답을 보일 경우에 적용할 수 있는지에 대한 연구가 필요하다.

후 기

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(기계공학: ME96-C-25)에 의해 지원된 연구결과의 일부이며, 이에 관계자 여러분께 감사드린다.

참 고 문 헌

- (1) Felippa, C. A. and Park, K. C., 1979, "Direct Time Integration Methods in Nonlinear Structural Dynamics," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 17/18, pp. 277~313.
- (2) Park, K. C. and Underwood, P. G., 1980, "A Variable-Step Central Difference Method for Structural Dynamics Analysis Part 1. Theoretical Aspects," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 22, pp. 241~258.
- (3) Underwood, P. G. and Park, K. C., 1980, "A Variable-Step Central Difference Method for Structural Dynamics Analysis Part 2. Implementation and Performance Evaluation," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 23, pp. 259~279.
- (4) Bergan, P. G. and Mollestad, E., 1985, "An Automatic Time Stepping Algorithm for Dynamic Problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 49, pp. 299~318.
- (5) Zienkiewicz, O. C. and Xie, Y. M., 1991, "A Simple Error Estimator and Adaptive Time Stepping Procedure for Dynamic Analysis," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, pp. 871~887.
- (6) Newmark, N. M., 1959, "A Method of Computation for Structural Dynamics," *Journal of Engineering Mechanics Div., ASCE* Vol. 85(EM3), pp. 67~94.
- (7) Chung, J. and Hulbert, G. M., 1993, "A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: the Generalized-Method," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 60, pp. 371~375.
- (8) Hulbert, G. M. and Jang, I. S., 1994, "Automatic Time Step Control Algorithm for Structural Dynamics," *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, Vol. 126, pp. 155~178.
- (9) 정진태, 조은형, 오재응, 1999, "구조동역학에서 과도시간응답의 효율적 계산에 관한 연구," *대한기계학회논문집 A권*, 제 23 권, 제 8 호, pp. 1270~1276.