

< 논 문 >

전동차용 AC 견인전동기의 진동특성해석

Analysis of Rotor Dynamic Characteristics of AC Traction Motor

정춘상* · 배동진** · 신상엽** · 이충동**

Choon-Sahng Cheong, Dong-Jin Bae, Sang-Youp Synn and Choong-Dong Lee

(1998년 12월 5일 접수 : 1999년 3월 5일 심사완료)

Key Words : AC Traction Motor(교류 견인 전동기) , Material Property(물성치), Rotor Core(회전자 철심), Finite Element Method(유한요소법), Modal Testing(모달실험), Rotordynamic Analysis (회전자 동특성 해석)

ABSTRACT

An AC traction motor was developed, of which the rotor core has an unique structure, made of multi-layered silicon steel plates which were shrink-fitted to a shaft. The equivalent material properties were estimated with a newly proposed efficient method, based on the correlation between finite element analysis results and modal testing. A general rotordynamic analysis for the rotor with the equivalent material properties was carried out to evaluate the structural integrity of the virtually built-up motor.

기 호 설 명

- u_1, u_2, u_3 : 변위장
- ψ : 회전변형
- w : 변위
- ρ_1, ρ_2 : 축, 철심의 밀도
- I_1, I_2 : 축, 철심의 관성모멘트
- θ : 비틀림 회전각
- k_m : 기어 맞물림 강성
- r_p, r_g : 피니언, 기어의 반경
- k_c : 커플링 비틀림 강성
- ρ : 축의 밀도
- G : 축의 전단계수
- J : 극관성모멘트

- $[m_w], [m_\psi], [m_\theta]$: 질량행렬
- $[k_w], [k_\psi], [k_\theta]$: 강성행렬

1. 서 론

견인전동기는 출퇴근용 도시형 전철에 사용되므로 안전성 및 신뢰성이 요구된다. 견인전동기는 실외에서 작동되고 충격과 진동을 받는 대차에 취부되어 있다. 견인전동기의 회전자는 토크를 전달하고, 고관성(高慣性)을 구동하므로 비틀림 진동이 회전자의 강도특성에 영향을 준다. 도시형 전철의 경우 기동과 정지를 반복하므로 과도현상에 의한 변동응력과 피로강도에 대한 검토가 있어야 한다. 횡방향으로 자중을 받게 되고, 불평형 질량에 의한 동적인 하중을 받게 된다. 이러한 현상은 축이나 베어링의 강도나 수명에 영향을 미친다. 회전기 설계시 고려해야 할 기계적인 특성은 베어링의 강성, 조합, 위치 및 축의 형상 등에 의해 결정되는 고유진동수, 불평형

* 정회원, 현대중공업(주) 마북리연구소

** 현대중공업(주) 마북리연구소

질량에 의한 축계의 진동, 토크에 의한 축계의 비틀림 진동, 축의 피로강도(fatigue strength) 등이다. 전동기 회전자의 경우 회전자 철심은 디스크(disk)로 모델링할 수 있는데, Hayashi와 Iwatsuki⁽¹⁾는 Mindlin 이론을 적용한 원형판으로 모델링하여 디스크의 강성을 고려하였다. Shahab과 Thomas⁽²⁾는 디스크의 강성을 고려하기 위해서 3차원요소를 사용하였다. 견인전동기는 구름베어링을 사용하는데, Kraus, Blech, Braun⁽³⁾은 회전자, 베어링의 모달실험에 의해서 베어링의 강성을 계산하였다. Gargiulo⁽⁴⁾는 각 종류의 베어링에 대해서 회전요소 기하학적 치수와 가해진 외력에 대해서 간단한 함수형태로 강성과 변형을 계산하는 식을 제시하였다. Lim과 Singh⁽⁵⁾은 베어링의 변형에 대한 수식화와 수치해석을 통하여 베어링의 강성을 계산하였다. 회전자의 동특성 해석에는 유한요소법과 Lumped Parameter 방법이 있다.^(6~8) 견인전동기는 헬리컬 기어(helical gear)를 통해서 전동차 차축으로 동력이 전달되는데 비틀림 진동을 해석하기 위해서 기어의 모델링이 필요하다.^(9~12) 전동차용 견인전동기는 고관성(高慣性)의 부하를 구동하므로 비틀림진동의 고유진동수가 낮은 영역에 존재하게 되고, 기동특성에 대한 해석이 필요하다.^(13~16) 여기서는, 먼저 정적인 관점에서 축의 강도설계를 검증하고, 축에 철심이 열박음(shrink fit)되어 있는 구조물의 정확한 동특성 해석을 위해 디스크의 강성을 고려한 단순하고 효과적인 유한요소 모델을 제시하고 실험과 비교하였다. 비틀림 진동계에서는 기어 구동의 2축계에서 기동특성을 해석하고, 전체 완성된 제품의 진동을 측정하여 규격과 비교함으로써, 견인전동기 회전자의 설계 타당성을 검증하고자 했다.

2. 본 론

2.1 횡방향 진동

회전자-베어링 시스템은 축에 철심이 열박음되어 있고, 양단이 베어링으로 지지되어 있으며, 철심에는 동바(rotor bar), 엔드링(end ring), 슈링크링(shrink ring), 냉각홀(cooling hole), 클램퍼(clamper), 스파이더(spider) 등이 있어 3차원 요소로 모델링 하여야 하지만 축과 철심을 적절한 보요소로 모델링하고, 다른부분은 질량의 균형을 맞추어 주는 것으로 계의 특성을 충분히 나타낼 수 있는 것으로 보인다. 특히 전동기 회전자의 경우는 강성이 큰 축에 해당하고, 1차 모드는 베어링의 강성이 지배적이므로 축과 철심부분을 잘 모델링하는 것도 중요한 반면, 베

어링의 강성을 정확하게 계산하는 방법의 연구가 선행되어야 한다. 견인전동기는 대차에 취부되어 있으므로 외부에서 오는 진동도 상당할 것으로 생각되며, 고속 전철용 견인전동기의 경우는 직결식이므로 기어로부터 오는 진동도 상당히 큰 양일 것으로 판단되지만 본 연구에서 해석 대상 전동기가 도시형 전철용이므로 여기서는 고려하지 않는 것으로 한다. 전동기는 회전하는 시스템이므로 자이로효과를 고려해야 하지만 전동기의 회전속도 3600 rpm에 대해서 자이로 효과를 검토해 본 결과 크지 않은 것으로 나타났다⁽¹⁷⁾.

2.2 비틀림 진동

도시형 전철의 견인전동기는 유연커플링에 의해서 피니언과 연결되어 있기 때문에 횡방향의 진동보다는 비틀림 진동이 축의 안정성에 큰 영향을 미치는 것으로 보아야 할 것이다. 전동기가 기동시 기동토크에 의해서 높은 변동응력을 받게 된다. 변동응력에 의한 파괴는 일어나지 않더라도 진동의 진폭은 상당히 큰 영역을 지나게 되어, 기동과 정지를 반복하는 도시형 전철의 특성상 피로강도에 대해서 검토하였다.

2.3 수식화

(1) 횡방향 진동 수식화

전동기 회전자의 경우, 축과 적층으로 이루어진 철심으로 구성되어 있다. 축의 경우 전단변형을 고려한 보요소로 모델링하였으며, 적층철심이 열박음되어있는 부분은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 반경에 따라서 물성치가 변화하는 보요소로 모델링하였다. 철심의 영률은 유한요소법과 모달실험의 튜닝에 의해서 추출하였다.

변위장의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z, t) &= -z\psi(x, t) \\ u_2(x, y, z, t) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

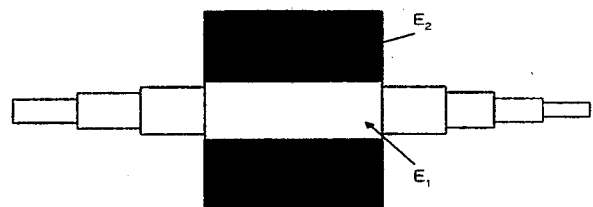


Fig. 1 Finite element model of rotor of electric motor

$$u_3(x, y, z, t) = w(x, t)$$

탄성에너지는 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xx} \epsilon_{xx} dx dy dz + \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} \epsilon_{xz} dx dy dz \quad (2a)$$

운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho [z^2 (\frac{\partial \psi}{\partial t})^2 + (\frac{\partial w}{\partial t})^2] dx dy dz \quad (2b)$$

철심이 열박음되어 있는 곳의 탄성에너지와 운동에너지는 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L [E_1 I_1 (\frac{d\psi}{dx})^2 + k G_1 A_1 \beta^2] dx + \frac{1}{2} \int_0^L [E_2 I_2 (\frac{d\psi}{dx})^2 + k G_2 A_2 \beta^2] dx \quad (3a)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_1 [I_1 (\frac{\partial \psi}{\partial t})^2 + A_1 (\frac{\partial w}{\partial t})^2] dx + \frac{1}{2} \int_0^L \rho_2 [I_2 (\frac{\partial \psi}{\partial t})^2 + A_2 (\frac{\partial w}{\partial t})^2] dx \quad (3b)$$

변위와 회전각을 다음과 같은 3절점 형상함수를 사용하여 운동에너지와 탄성에너지를 표시하면

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^3 h_i(x) w_i(t) \quad (4a)$$

$$\psi(x, t) = \sum_{i=1}^3 h_i(x) \psi_i(t) \quad (4b)$$

$$T = \frac{1}{2} \{ \dot{\mathbf{u}}(t) \}^T [m_s] \{ \dot{\mathbf{u}}(t) \} + \frac{1}{2} \{ \dot{\mathbf{u}}(t) \}^T [m_\psi] \{ \dot{\mathbf{u}}(t) \} \quad (5a)$$

$$U = \frac{1}{2} \{ \mathbf{u}(t) \}^T [k_w] \{ \mathbf{u}(t) \} + \frac{1}{2} \{ \mathbf{u}(t) \}^T [k_\psi] \{ \mathbf{u}(t) \} \quad (5b)$$

이다.

(2) 비틀림 진동 수식화

굽힘 진동의 경우, 유연커플링이므로 전동기 자체만을 모델링하여도 특성을 잘 묘사할 수 있다. 비틀림 진동의 경우는 감속기어와 부하까지도 같이 특성

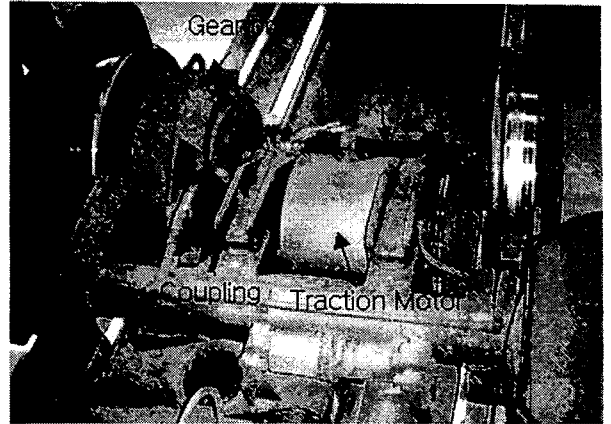


Fig. 2 Photograph of traction motor and axle

을 파악해야 한다. Fig. 2의 전동차 추진시스템을 보면 전동기축과 전동차 대차의 축으로 이루어진 2축계이다. 이를 해석하기 위해서 다축계를 해석할 수 있는 유한요소모델과 기어, 커플링, 집중관성모멘트 등의 요소를 사용하였다.

축의 비틀림 진동에 관한 운동에너지는

$$T = \frac{\rho I}{2} \int_0^l \{ \dot{\theta}(x, t) \}^2 \quad (6)$$

위치에너지는

$$U = \frac{GI}{2} \int_0^l \{ \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, t) \}^2 dx \quad (7)$$

형상함수

$$\theta(x, t) = \sum_{i=1}^3 h_i(x) \theta_i(t) \quad (8)$$

를 사용하여 에너지 항을 표시하면

$$T = \frac{1}{2} \{ \dot{\theta}(t) \}^T [m_\theta] \{ \dot{\theta}(t) \} \quad (9)$$

$$U = \frac{1}{2} \{ \theta(t) \}^T [k_\theta] \{ \theta(t) \} \quad (10)$$

이다.

기어가 있는 곳의 자유도는 $q_g = [\theta_p \ \theta_g]^T$ 이고 기어의 부가강성행렬은 다음과 같다.

$$K_G = \begin{bmatrix} k_m r_p^2 & -k_m r_p r_g \\ -k_m r_p r_g & k_m r_g^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

커플링이 있는 곳의 자유도는 $q_c = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ 이고 커플링의 부가강성행렬은

$$K_C = \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} \quad (12)$$

이다.

3. 해석결과

3.1 철심의 물성치

회전자 철심의 경우 강판의 적층압착으로 이루어져 있으므로 구체적인 기계적인 물성치가 알려져 있지 않다. 이를 해결하기 위하여 자유경계조건에 대해서 회전자 모달실험을 통해 고유진동수를 측정하고 반경방향으로 물성치가 변화하는 보요소로 회전자를 모델링하여 고유치를 구한다. 철심의 영률을 변화시켜가면서 실험치와 같아질때까지 반복하여 철심의 영률을 추출하였다. Fig. 3은 회전자를 자유경계조건에서 모달실험을 통하여 구한 주파수응답함수이다. 힘과 가속도는 전압(mV)로 측정하였고, 주파

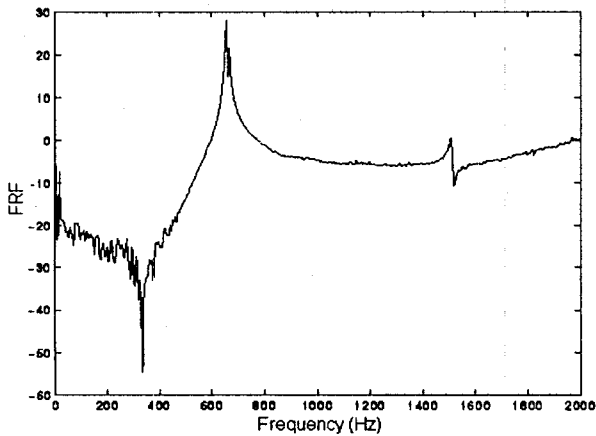


Fig. 3 Frequency response function of rotor in free boundary condition (experiment)

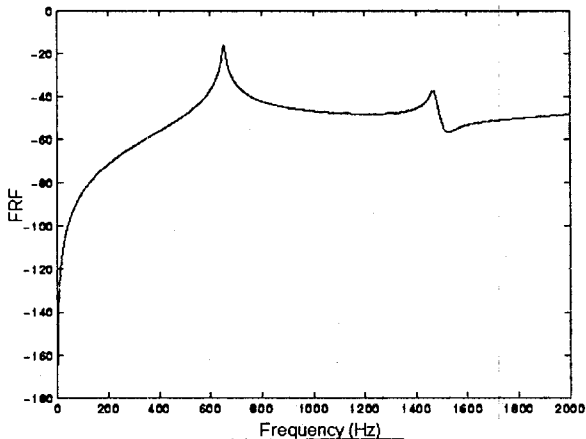


Fig. 4 Frequency response function of rotor in free boundary condition (calculated)

수응답함수는 dB로 표시하였다. 가장 높은 곳에 해당하는 진동수는 650 Hz이고 두 번째는 1500 Hz이다. Fig. 4는 반경방향으로 물성치가 변하는 보요소를 사용한 유한요소의 고유치해석을 통해서 계산한 주파수응답함수이다. 가속도(mm/s^2)와 힘(kg mm/s^2)의 비를 dB로 표시한 것이다. 첫 번째 고유진동수는 653 Hz이고, 두 번째 고유진동수는 1469 Hz이다.

3.2 축의 정적해석

자중과 토크만을 고려한 경우 최대응력은 부하측 끝단에 걸리고 안전율은 4정도이므로 정적인 관점에서는 안전한 것으로 판단된다. Fig. 5는 자중에 의한 축의 변형, 응력, 굽힘모멘트를 도시하였다. Fig. 6은 토크에 의한 축의 비틀림각, 전단응력, 모멘트를 나타내었다. 최대굽힘응력은 3.1 N/mm^2 이다. 최대 비틀림응력은 21.7 N/mm^2 이다.

3.3 회전자의 고유치해석

Table 1에 고유진동수를 표시하였다. Fig. 7에 그 모드형상을 도시하였다. Table 1은 베어링의 강성을 고려하여 회전자의 고유진동수를 나타내었다. 실험에 의하면 견인전동기의 진동은 주로 불평형 질량에 의한 것이며 그 가진 주파수는 회전주파수와 같다.⁽¹⁷⁾ 1차 고유진동수는 160 Hz이고 정격회전수는 2223 rpm이므로 공진의 위험은 없다. Fig. 7의 1차 모드 경우 피니언축과 커플링되는 부하측의 상대적 변위가 작으므로 모드형상적인 측면에서 설계가

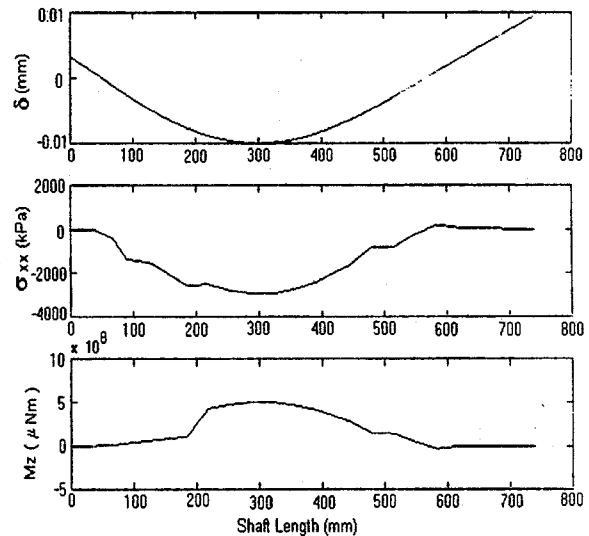


Fig. 5 Deflection, stress, moment of rotor with gravity

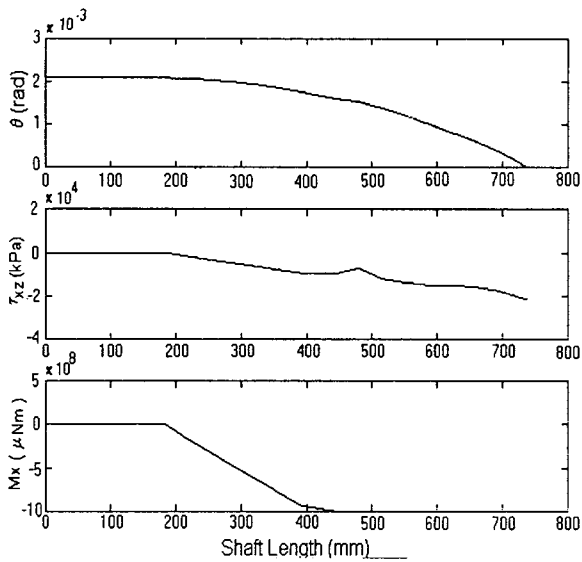


Fig. 6 Angle, stress, moment of rotor with rating torque

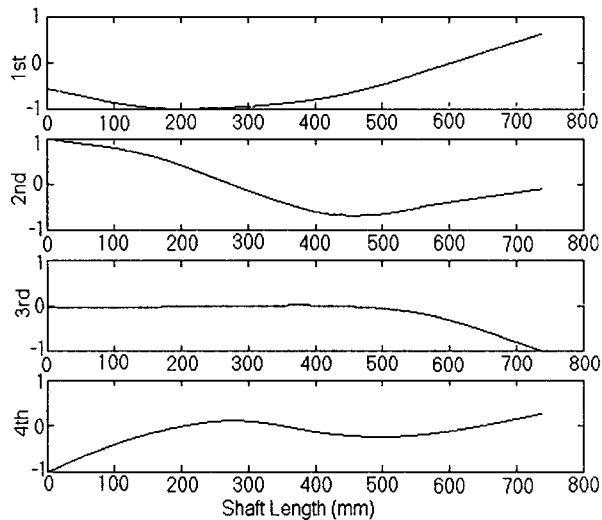


Fig. 7 Mode shapes of rotor with bearing

Table 1 Natural frequencies of rotor [Hz]

Mode #	1	2	3	4
f_n	160	454	739	1423

적절한 것으로 보인다. 여기서 반부하측 베어링의 강성은 1.39×10^8 N/m이고, 부하측 베어링의 강성은 4.65×10^8 N/m이다.

3.4 비틀림 과도응답해석

해석 대상 전동기는 전동차의 주 견인전동기로서

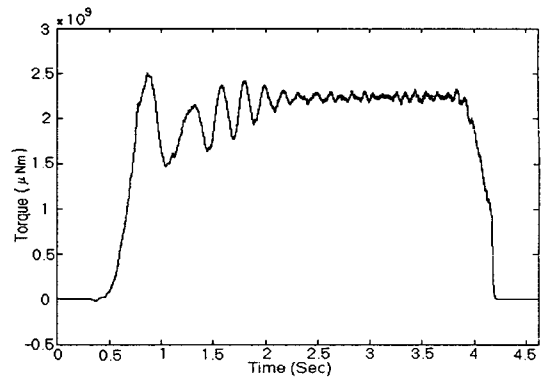


Fig. 8 Torque pattern of traction motor

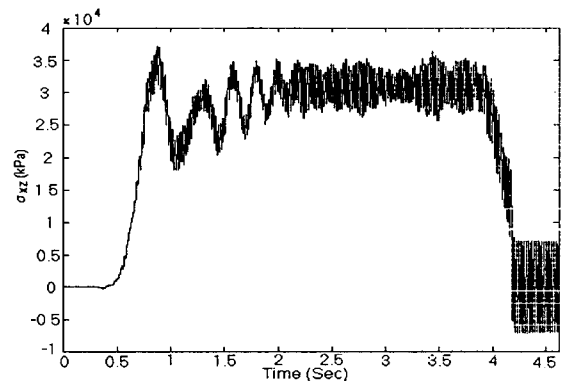


Fig. 9 Stress response of motor shaft with a specific torque pattern

인버터에 의해 구동된다. 전동기에 가해지는 토크는 전압방정식과 토크방정식을 이용해서 구할 수 있다. 전동기에 인가되는 토크는 Fig. 8과 같고 전동기 축에 걸리는 응력의 응답은 Fig. 9와 같다. 최대값은 37.138 N/mm²이다. 여기서, 기어의 맞물림 강성(mesh stiffness)은 2×10^8 N/m이고, 커플링(coupling)의 강성은 1.24×10^6 Nm이다. 응력의 변동패턴은 초기에 인가 토크의 패턴을 따라가지만 토크의 변동이 줄어들어도 축 응력의 변동은 높은 주파수로 계속된다. 기동시 적절한 제어가 되지 않을 경우 Fig. 10과 같은 토크가 인가되며, Fig. 11과 같은 응력이 발생하게 된다. 기동시 과도한 토크가 인가되어 축 자체의 파괴 위험이 있다. 최대 응력은 57.857 N/mm²이다. 축단에 걸리는 응력집중을 고려하면 응력의 값은 더 커진다. 인가되는 토크의 스펙트럼을 보면 주로 68.75 Hz 성분이 많고, 응답으로 얻은 응력의 주요 주파수는 42.5 Hz의 성분이 지배적이다.

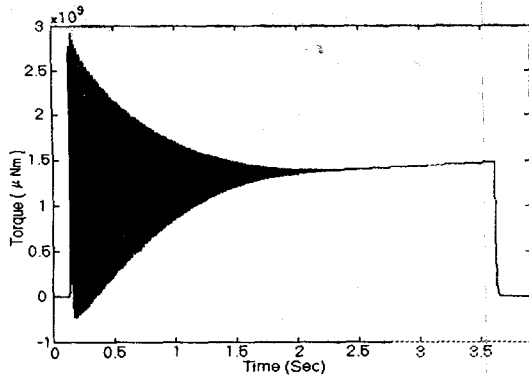


Fig. 10 Uncontrolled torque of traction motor

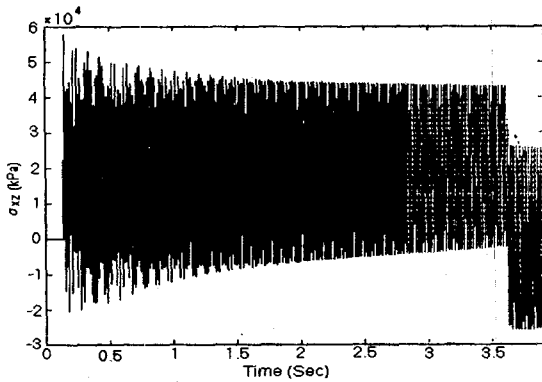


Fig. 11 Stress response of motor shaft with uncontrolled torque

3.5 전동기 무부하 진동 측정

진동의 스펙트럼을 보면 대부분의 진동은 회전주파수에서 나타나며 불평형질량에 의한 것이다. 전기자동차용 전동기등 소형 전동기의 경우 저속에서는 전기적인 가진성분이 많이 나타나고 고속으로 갈수록 불평형질량에 의한 진동이 많이 나타나는 것과는 다른 특성을 나타낸다.⁽¹⁸⁾ 전동기는 축높이가 $225 < H \leq 400$ 에 속한다. 규격⁽¹⁹⁾에 따르면 저속에서 반부하측 진동이 다른 측정점 보다 비교적 높은 것으로 나타났고 고속에서 축방향의 진동이 높게 나타난다. 현재로서는 큰 문제가 없는 것으로 판단되지만 반부하측 베어링에 대한 검토가 있어야 할 것으로 보인다.

3.6 베어링의 수명 계산

견인전동기에 사용된 베어링은 부하측의 경우 원통형 롤러베어링이고, 반부하측의 경우 깊은 홈 볼 베어링이다. 자중에 의해서 각 베어링에 걸리는 하중을 계산하고 동적인 효과를 고려하여 베어링의 수명을 계산하였다. Table 2에서 각 베어링의 수명을

Table 2 Bearing life calculation

	DE	NDE
L_s (km)	987.3×10^6	11.5×10^6
L_h (hours)	11.4×10^6	1.31×10^5

나타내었다. 견인전동기를 1일 8시간 사용하고 상시 운전은 아닌 경우로 보면 수명시간은 12,000~20,000정도이다.⁽²⁰⁾ 전동기 개발시 최적설계를 하였고, 재질을 개선하여 자중이 상당히 감소하였으므로 점검기간을 고려할 때, 베어링의 수명은 충분한 것으로 판단된다. 베어링에 있어서는 수명 뿐 아니라 윤활, 온도상승 등도 검토해야 한다.^(20,21)

4. 결 론

본 논문에서는 철심(core)이 열박음(shrink-fit)된 회전자를 모델링하는 방법을 제시하였으며, 이 모델을 이용해서 회전자 동특성을 해석하여 회전자 설계 타당성을 검증하였다.

견인전동기는 신뢰성과 안전성이 중요한 만큼 회전자와 베어링에 대한 강도와 수명에 대해서 검토하여야 한다. 회전자 축의 경우는 정적응력해석, 고유치해석, 과도응답해석, 무부하 운전중 진동측정을 하였다. 회전자 철심의 물성치를 구하기 위해서 축과 철심을 반경방향으로 물성치가 변화하는 보요소로 모델링하여 유한요소 해석결과와 모달실험 결과를 비교하였다. 두 결과는 아주 잘 일치하였다. 견인전동기는 고관성(高慣性)의 전동차를 구동하므로 비틀림진동은 낮은 고유진동수를 가지며, 전동기에 인가되는 토크를 제어하지 않을 경우, 축에는 과도한 응력이 발생한다. 이 때 응답은 전동기에 인가되는 토크의 변동 주파수 성분보다는 비틀림 진동계의 고유진동수 성분이 지배적이다. 무부하 진동시험시 진동등급은 규격에서 제한하는 범위 이내에 있는 것으로 확인하였으며, 축방향의 진동이 비교적 크게 나타나 볼베어링의 강성이 다소 부족한 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) Hayashi, I. and Iwatsuki, N., 1994, "The Theoretical Modal Analysis of a Circular Plate with a Solid Shaft.", J of Sound and Vibration, Vol. 173, No. 5, pp. 633~655.
- (2) Shahab, A. A. S. and Thomas, J., 1987,

- "Coupling Effects of Disc Flexibility on the Dynamic Behavior of Multi Disc-Shaft Systems", *J. of Sound and Vibration*, Vol. 114, No. 3.
- (3) Kraus, J. , Blech, J. J. and Braun, S. G., 1987, "In Situ Determination of Rolling Bearing Stiffness and Damping by Modal Analysis" , *J of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design* V. 109, pp. 235~240.
- (4) Gargiulo, E. P., 1980, "A Simple Way to Estimate Bearing Stiffness.", *Machine Design*, Vol. 52, pp. 107~110.
- (5) Lim, T. C. and Singh, R., 1990, " Vibration Transmission Through Rolling Element Bearing Part I : Bearing Stiffness Formu- lation", *J of Sound and Vibration*, Vol. 139, N. 2, pp. 179~199.
- (6) Nelson, H. D. and Mcvaugh J. M., 1976, "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements", *J. of Engineering for Industry*, pp. 593~600.
- (7) Lim, T. C. and Singh, R., 1991, "Vibration Transmission through Rolling Element Bearings. Part III : Geared Rotor System Studies" *J. of Sound and Vibration*, Vol. 151, pp. 31~54.
- (8) Kahraman, A. , Ozguven, H. N. , Houser, D. R. and Zakrajsek, J. J., 1992, "Dynamic Analysis of Geared Rotors by Finite Elements", *J. of Mechanical Design*, Vol. 114, pp. 507~514.
- (9) Houser, D. R. and Seireg, A., 1970, "An Experimental Investigation of Dynamic Factors in Spur and Helical Gears". *J. of Engineering for Industry*, pp. 495~503.
- (10) Neriya, S. V. ,Bhat, R. B. and Sankar, T. S., 1988, "On the Dynamic Response of a Helical Geared System Subjected to a Static Transmission Error in the Form of Deterministic and Filtered White Noise Inputs", *J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 501~506.
- (11) Cai, Y. and Hayashi, T., 1994, "The Linear Approximated Equation of Vibration of a Pair of Spur Gears (Theory and Experiment)", *J. of Mechanical Design*, Vol. 116, pp. 558~564.
- (12) Cai, Y., 1995, "Simulation on the Rotational Vibration of Helical Gears in Consideration of the Tooth Separation Phenomenon (A New Stiffness Function of Helical Involute Tooth Pair)", *J. of Mechanical Design*, Vol. 117, pp. 460~469.
- (13) Hyde, R. L. and Brinner, T. R., 1986, "Starting Characteristics of Electric Sub-mergible Oil Well Pumps", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. IA-22, No. 1, pp. 133~144.
- (14) Iwatsubo, T., Yamamoto, Y., Arii, S., Kawai, R., 昭和 60, "Transient Torsional Vibration of Electric-Rotating Mechanical System Trained by Gears (2nd Report, In Case That Gears Stiffness is Assumed to be a Spring Which Has a Backlash)", *日本機械學會論文集*, Vol. 51 No. 465, pp.1084~1089.
- (15) Shadley, J. R. , Wilson, B. L. and Dorney, M. S., 1992, "Unstable Self-Excitation of Torsional Vibration in AC Induction Motor Driven Rotational Systems", *J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, pp. 226~231.
- (16) Ran, L. , Yacimini, R. and Smith, K. S., 1996, "Torsional Vibrations in Electrical Induction Motor Drives During Start-up" *J. of Vibration & Acoustics*, Vol. 118, No. 2, pp. 242~251.
- (17) 정춘상, 배동진, 신상엽, 1997, " 전동차용 AC 견인전동기의 진동특성해석" 현대중공업 마북리 연구소 연구완료보고서.
- (18) 김관영, 정춘상, 권중록, 신상엽, 1997, " 고속 회전모터의 진동·소음분석 및 저감설계방안연구" 현대중공업 마북리 연구소 연구완료보고서.
- (19) International Electrotechnical Commission, 1996, "IEC 34-14 Rotating Electrical Machines- Part 14: Mechanical Vibration of Certain Machines with Shaft Heights 56 mm and Higher - Measurement, Evaluation and Limits of Vibration".
- (20) 이영신, 1990, "기계기술자를 위한 베어링기술", 산업도서출판공사.
- (21) Lonsdale, C. P. and Lutz, M. L., 1997, "Locomotive Traction Motor Armature Bearing Life Study" *Lubrication Engineering* Vol. 53, No. 8, pp. 12~19.