

## 진공네트워크 압력분포 해석의 일반화

인 상 렬

한국원자력연구소  
(1998년 11월 27일 접수)

### Generalization of the pressure profile analysis in a vacuum network

S. R. IN

Korea Atomic Energy Research Institute  
(Received November 27, 1998)

**요 약** - 형태와 진공특성이 다른 여러 용기와 도관들로 구성된 진공네트워크의 압력분포를 계산할 때 단면이 서로 틀린 요소들의 연결부에서 입출구효과에 의해 발생하는 압력강하를 기체가 흐르는 방향에 상관없이 자동적으로 고려할 수 있는 경계조건을 만들었다. 또 원추형 도관처럼 단면이 변화하는 요소를 포함하고 있는 경우 시스템이 방향성을 가지지 않도록 도관 내에서의 압력강하를 보정하는 방법에 대해 소개한다. 개발된 경계조건을 간단한 예제 진공시스템에 적용하여 입자평형식에 근거를 둔 연립방정식을 작성하고 해를 구하는 과정을 구체적으로 설명한다.

**Abstract** - A boundary condition reflecting automatically, regardless of the direction of the gas flow, the pressure drop due to the entrance and exit effect occurred at a connection of two elements with different cross-sections in calculating the pressure profile of a vacuum network composed of many chambers and pipes which have different shape and vacuum properties was developed. The method of correcting the pressure drop in an element of varying cross-section like a cone was also introduced to keep the system free from directionality. The developed boundary conditions are applied as an example to a linear composed vacuum system to show how to make a set of simultaneous equations based on the particle balance equation and how to obtain its solution.

### 1. 서 론

대형 진공시스템은 용기, 도관, 배기펌프 등 기하학적 구조와 진공특성이 다른 여러 구성요소들이 서로 연결되어 하나의 네트워크(network)를 구성하고 있다. 진공시스템의 단위요소들과 전체 시스템의 진공특성은 콘덕턴스와 기체부하(표면방출, 누설, 기체주입 등) 및 배기성능에 의해 좌우된다. 고유의 기체원과 배기조건을 가지고 있는 단위요소들로 이루어진 복합시스템의 압력분포를 일시에 구하는 것은 쉽지 않다. 먼저 각 단위요소들의 압력분포함수를 구하고 경계조건을 사용해 연결부에서의 압력값을 결정하는 과정을 거쳐야 한다.

진공시스템을 구성하는 한 단위요소의 압력분포계산은 기본적으로 다음과 같은 입자평형식을 이용한다.

$$C(x) \frac{d^2P(x)}{dx^2} = Q(x) - S(x)P(x) \quad (1)$$

이때  $C(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $S(x)$ 는 각각  $x$  지점에서 단위길이당 콘덕턴스, 기체부하 및 배기속도이며  $P(x)$ 는  $x$  지점에서의 압력이다. 도관의 콘덕턴스와 기체방출률 및 배기속도의 분포가 상수 또는 단순한 함수꼴로 표현될 때 입자평형식을 해석적으로 풀어 압력분포를 수식화하는 것이 가능하다. 따라서 실제 용기나 도관을 형상화하여 수식의 계수값들을 결정하기만 하면 압력분포를 손쉽게 계산할 수 있다. 한편 다수의 요소들이 모여 진공시스템을 구성하고 있을 때는 단위요소들 안에서의 자세한 압력분포보다 경계면에서의 값을 위주로 한 시스템 전체의 압력분포를 구하는 것이 중요하다. 복합 진공시스템의 압력분포를 구하는 방법으로 이미 계산한 각 단위요

소의 입출구 압력값으로 부터 얻은 전달함수(transfer function)를 이용하여 연립방정식과 행렬식을 만들고 이를 푸는 방식이 많이 사용된다[1-4].

각 단위요소들의 전달함수를 모아 연립방정식을 만들 때 요소들 사이의 연결부에 적용하는 경계조건에 따라 아주 다른 식이 만들어지고 계산된 압력분포값도 틀려진다. 용기나 도관들을 서로 연결할 때 단면이 같지 않으면 입출구효과(entrance and exit effect)를 보정해 주어야 하지만 방향성이 있어 이를 수식화하는 것이 어렵기 때문에 보통 이를 무시하고 유량과 압력이 연속이라는 경계조건을 가지고 해를 구하는 것이 보통이다. 이 논문에서는 이런 문제점을 해소하고 입출구효과를 자동적으로 고려할 수 있는 경계조건을 제시한다. 또 원추형 도관처럼 단면이 일정하지 않은 도관이 포함되어 있는 경우에도 방향성이 나타나지 않도록 도관 내에서의 압력강하를 보정하는 방법에 대해 설명한다. 끝으로 예제 진공시스템에 이들 개념을 적용하여 압력분포를 계산하는 과정을 구체적으로 소개한다.

## 2. 진공네트워크에서 압력분포 계산

### 2.1 직선도관의 입출구효과

Fig. 1처럼 단면의 오리피스 컨덕턴스가  $C_0$ 인 직선도관의 양쪽에 매우 큰 용기가 놓여져 있을 경우 편의상 왼쪽에서 오른쪽으로의 기체유량을  $Q_0$ 라고 할 때 도관 내의 임의의 위치에 가상단면을 생각하면 이 면의 왼쪽에서 오는 기체량은 오른쪽에서 오는 것 보다 항상  $Q_0$  만큼 많다. 이런 관계를 오른쪽으로의 압력  $P_1$ 와 왼쪽으로의 압력  $P_2$ 를 사용하여 나타내면  $Q_0 = C_0 (P_1 - P_2)$ 가 되므로  $P_1$ 는  $P_2$ 보다  $Q_0/C_0$ 만큼 크다. 따라서 두 용기의 압력을 각각  $P_1$  및  $P_2$ 라고 할 때 먼저 도관의 입구 단면( $x=0$ )에서 오른쪽으로의 압력  $P_{0\rightarrow}$ 와 왼쪽으로의 압력  $P_{\leftarrow 0}$ 을 구하면  $P_{0\rightarrow} = P_1$  및  $P_{\leftarrow 0} = P_2 - Q_0/C_0 = P_1 - Q_0/C_0$ 이다.

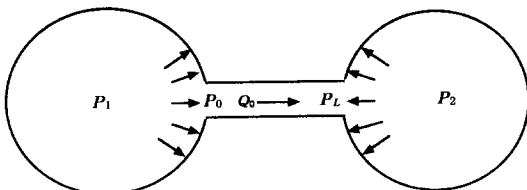


Fig. 1. 두 용기를 연결하는 도관에서의 입출구효과 및 압력강하. 압력이 각각  $P_1, P_2$ 인 두용기를 연결하는 직선도관에서 기체의 흐름  $Q_0$ 가 있을 때 입출구효과에 의해 도관의 입출구 압력  $P_0$  및  $P_L$ 은  $P_1$  및  $P_2$ 와 같지 않다.

$C_0$ 이다.

마찬가지로 도관의 출구( $x=L$ )에서 왼쪽으로의 압력은 오른쪽 용기의 압력과 같아서  $P_{L\leftarrow} = P_2$ 이고, 오른쪽으로의 압력은  $P_{L\rightarrow} = P_2 + Q_0/C_0 = P_1 + Q_0/C_0$ 이다. 만일 진공압력계를 사용하여 압력분포를 측정하는 경우 측정하는 방향에 따라 관의 입구(왼쪽으로의 압력을 측정하는 경우) 또는 출구(오른쪽으로의 압력을 측정하는 경우)에서 급격한 압력강하가 나타난다.

이와같이 기체흐름이 있을 때 가상단면에서 느끼는 압력은 자연적으로 이방성을 띄게 되고 압력의 정의를 혼돈스럽게 만든다. 압력을 가상단면이 아니라 도관벽면에 수직인 값으로 정의하면 이는 오른쪽과 왼쪽압력의 평균값으로 주어질 것이다. 이 경우 도관 입구와 출구 양쪽에 모두  $Q_0/2C_0$ 의 압력강하가 일어난다. Fig. 2는 이상의 내용을 잘 설명해주고 있다. 그림에서 점선은 오른쪽 또는 왼쪽으로의 압력이고 실선은 평균압력이다. 만일 임의의 도관에 대해 Monte Carlo 계산을 해 보면 실험을 하지 않아도 이 그림과 같은 결과를 재현할 수 있다.

### 2.2 직선도관들의 경계면에서 입출구효과

잘 아는 대로 여러 직선도관들로 구성된 복합도관의 컨덕턴스 계산에 관한 다음과 같은 일반규칙이 있다. 즉 크고 작은 다양한 단면의 도관들을 연결할 때 전체도관의 저항(컨덕턴스의 역)  $1/C$ 를 계산하려면 각 단위도관의 저항을 모두 합치되 ①첫 번째 도관은 항상 입구저항이 포함되어 있는 채로, ②다음 도관들은 연결부에서 단

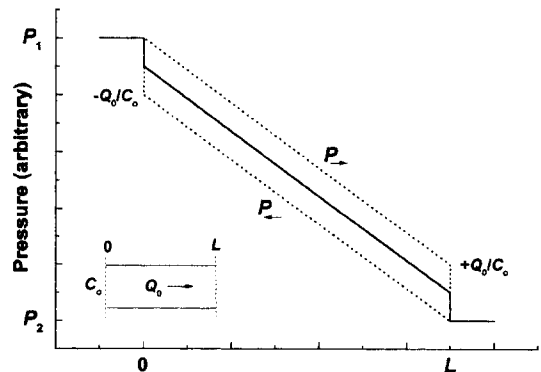


Fig. 2. 직선도관의 입출구에서 압력변화. 점선은 오른쪽 또는 왼쪽 한 방향으로의 압력이고 실선은 양 방향의 평균압력이다. 오른쪽으로의 압력  $P_{\rightarrow}$ 은 출구에서 압력강하가 있고 왼쪽으로의 압력  $P_{\leftarrow}$ 은 입구에서 압력강하가 있다. 결국 평균압력은 입출구 모두에서 반반씩 압력강하가 일어난다.

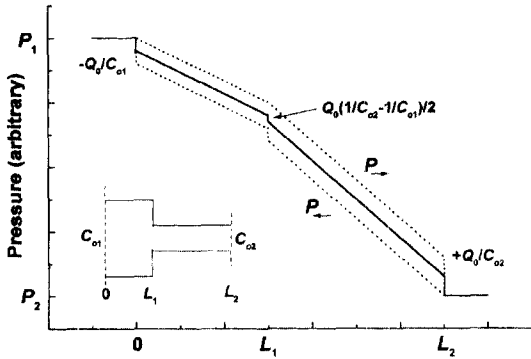


Fig. 3. 단면이 다른 두 직선도관의 연결부에서 발생하는 압력차. 점선은 오른쪽 또는 왼쪽 한 방향으로의 압력이고 실선은 양 방향의 평균압력이다. 오른쪽으로의 압력  $P_+$ 은 출구에서만 압력강하가 있고 왼쪽으로의 압력  $P_-$ 은 입구와 도관 연결부 두 곳에서 압력강하가 있다. 평균압력은 입출구 및 연결부 세 곳으로 나뉘어 압력강하가 일어난다.

면이 더 큰 쪽의 입구저항은 제거하고 계산한다. 이상의 원리를 반복적으로 적용하여  $N$  개의 요소를 가진 복합도관의 일반적인 콘덕턴스식을 써보면 다음과 같다.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \sum_{j=2}^N \left( \frac{1}{C_j} - \frac{1}{C_{oj}} \right) C_{ojk} = \max(C_{o(j-1)j} | C_{ojk}) \quad (2)$$

$C_{ojk}$ 는  $j-1$ 번째 도관과  $j$ 번째 도관의 연결부분에서 붙어 있는 두 단면의 오리피스 콘덕턴스  $C_{o(j-1)j}$ 와  $C_{ojk}$ 중 큰 값을 가리킨다.

두 용기를 연결하고 있는 도관이 짧은 직선도관과 같은 직선도관을 이어서 만든 것일 때 기체유량이  $Q_0$ 이면 식 (2)를 이용하여 Fig. 3과 같은 압력분포를 얻는다. 점선은 역시 오른쪽 또는 왼쪽 한 방향으로의 압력이고 가운데 실선은 도관벽에서 측정되는 압력의 분포다. 이 그림은 기체가 오른쪽으로 흐를 때를 가정한 것이지만 흐름이 왼쪽으로 있을 때도 그 방향으로 두 도관의 연결부에서 같은 크기의 압력강하가 일어난다. 따라서 복합도관중 임의의 연결부에서 나타나는 압력강하는 다음처럼 정의할 수 있다.

$$\Delta P_j = \frac{Q_0}{2} \left| \frac{1}{C_{ojk}} - \frac{1}{C_{o(j-1)j}} \right| \quad (3)$$

이 식의 오른쪽항은  $Q_0$ 가 양수면 항상 양수다. 즉 기체가 흐르는 방향으로 압력강하가 일어난다.

**2.3 단면이 일정하지 않은 도관이 들어있는 진공시스템**

식 (2)를 기계적으로 적용하여 Fig. 4와 같은 복합도

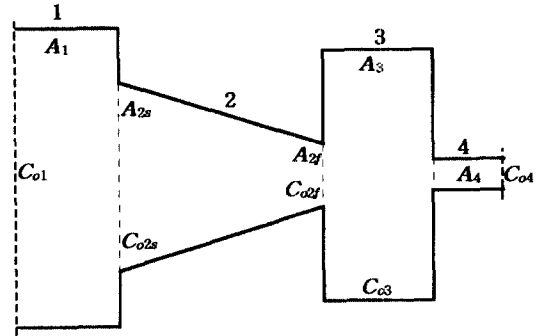


Fig. 4. 복합도관의 콘덕턴스 계산. A는 단면의 면적이고 C는 단면의 오리피스 콘덕턴스다. 첨자중 숫자는 도관의 번호이고 s 및 f는 단면이 변하는 도관의 양쪽 단면을 구별하고 있다.

관에 대해 임의의 방향으로 콘덕턴스를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_{o1}} \right) + \left( \frac{1}{C_3} - \frac{1}{C_{o3}} \right) + \left( \frac{1}{C_4} - \frac{1}{C_{o3}} \right) \quad (4)$$

만일 이 식을 입구효과가 들어가지 않은 도관만의 콘덕턴스  $C_p$ 에 관한 식으로 고치려면 직선도관일 때는 문제가 없으나 단면이 일정하지 않을 때  $C_p$ 가 실제로는 방향성을 가지고 있으므로 주의가 필요하다. 예를 들어 2번 도관의 콘덕턴스는  $1/C_2 = 1/C_{o2s} + 1/C_{o2f} = 1/C_{o2s} + 1/C_{o2f}$ 로 표현되므로  $C_{p2} \neq C_{o2}$ 이다(화살표는 흐름의 방향을 나타낸다). 따라서  $C_p$ 가 얼마인지 결정할 수 없는데 이는 다음과 같은 방법으로 해결할 수 있다

연속적으로 단면이 변하는 도관의 경우 미세한 직선도관들의 조합으로 볼 수 있다. 이때 도관의 콘덕턴스  $C$ 를 미세도관들의 콘덕턴스  $C_{pk}(k=1, 2, 3, \dots)$  및 오리피스 콘덕턴스로 표현할 수 있는데 식 (2)를 단면이 단조변화하는 미세도관들의 조합에 반복적용하면 단면이 증가하는 방향이거나 감소하는 방향이거나 상관없이  $1/C = 1/C_{om} + \sum 1/C_{pk} = 1/C_{om} + 1/C_p(C_{om}$ 은 도관중 작은 단면을 갖는 입구의 오리피스 콘덕턴스다)이다[5]. 이를 다시 식 (2)에 반영하면

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{p1}} + \frac{1}{C_{o1}} + \sum_{j=2}^N \left( \frac{1}{C_{pj}} + \frac{1}{C_{ojm}} - \frac{1}{C_{ojk}} \right)$$

$$C_{ojm} = \min(C_{ojs} | C_{ojf})$$

를 얻는다.  $C_{ojm}$ 는  $j$ 번째 도관의 양쪽 입구의 오리피스 콘덕턴스  $C_{ojs}$ 와  $C_{ojf}$  중 작은 값이며  $C_{ojs}$ 는 식 (2)에 정의되어 있다. 참고로 이 식을 Fig. 4에 적용하면

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \left( \frac{1}{C_{p1}} + \frac{1}{C_{o1}} \right) + \left( \frac{1}{C_{p2}} + \frac{1}{C_{o2f}} - \frac{1}{C_{o1}} \right) \\ &+ \left( \frac{1}{C_{p3}} + \frac{1}{C_{o3}} - \frac{1}{C_{o3}} \right) + \left( \frac{1}{C_{p4}} + \frac{1}{C_{o4}} - \frac{1}{C_{o3}} \right) \\ &= \frac{1}{C_{p1}} + \left( \frac{1}{C_{p2}} + \frac{1}{C_{o2f}} \right) + \frac{1}{C_{p3}} \\ &+ \left( \frac{1}{C_{p4}} + \frac{1}{C_{o4}} - \frac{1}{C_{o3}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

과 같은 식을 얻는데 식 (4)와 표현만 다를 뿐 결국은 같은 값을 제공한다.

원추형 도관처럼 단면이 단조적으로(monotonically) 변하는 도관이 두 용기 사이에 들어가 있는 경우 압력강하는 식 (5)에서  $C_{of} < C_{os}$ 라고 가정할 때( $C_{of} > C_{os}$ 라고 해도 상관없다)

$$\Delta P = \frac{Q_0}{C} = \frac{Q_0}{C_p} + \frac{Q_0}{C_{of}} \quad (7)$$

이다. 한편 입출구 양쪽에서 측정되는 압력강하를 고려하여 식 (7)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\Delta P = (\Delta P)_p + \frac{Q_0}{2C_{os}} + \frac{Q_0}{2C_{of}} \quad (8)$$

이때  $(\Delta P)_p$ 는 도관자체에서의 압력강하다. 식 (7)과 (8)을 비교하면  $(\Delta P)_p$ 는 방향에 상관없이

$$(\Delta P)_p = Q_0 \left[ \frac{1}{C_p} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_{of}} - \frac{1}{C_{os}} \right) \right] \quad (9)$$

로 계산된다. 오른쪽 작은 괄호는 보정항으로 그 값은 항상 양수다.

## 2.4 전달함수와 경계조건

입자평형식을 사용하여 기체방출이 있다든지 흡착이 있다든지 하는 여러 상황에서 단위요소의 압력분포를 구할 수 있지만 남은 문제는 단위요소들에 관한 해를 많

은 요소들이 유기적으로 연결된 복합 시스템에 어떻게 적용하여 통일된 식과 해를 얻느냐 하는 것이다.

식 (1)과 같은 입자평형식을 풀면 어떤 단위요소의 입구에서 압력과 유량을  $P_s$  및  $Q_s$ 라고 할 때 출구에서의 값  $P_f$  및  $Q_f$ 를 다음과 같이  $P_s$ 와  $Q_s$ 의 선형적 조합으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_f &= a_1 P_s + a_2 Q_s + a_3, \\ Q_f &= b_1 P_s + b_2 Q_s + b_3 \end{aligned} \quad (10)$$

이것은 다음과 같이 행렬식으로 표현할 수도 있다.

$$\begin{pmatrix} P_f \\ Q_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_s \\ Q_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

이 식에서  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}$ 는 입구와 출구변수를 연결하는 일종의 전달함수다. 복합시스템을 필요에 따라 많은 단위요소들로 나눌 수 있는데 단위요소가 되기 위해서는 결국 출구의 압력과 유량이 입구의 압력 및 유량에 관한 1차 방정식으로 표현되어야 한다.

이런 요소들이 다수 연결된 전체 시스템에 식 (10)을 반복 적용하여 압력  $P$ 와 유량  $Q$ 에 관한 연립방정식을 만들고 적절한 경계조건을 사용해서 방정식을 풀어 압력과 유량의 분포를 구할 수 있다.  $N$ 개의 단위요소들로 이루어진 진공 시스템에 대해 다음과 같은 연립방정식이 성립한다.

$$\begin{aligned} P_{f1} &= a_{11} P_{s1} + a_{21} Q_{s1} + a_{31} \\ Q_{f1} &= b_{11} P_{s1} + b_{21} Q_{s1} + b_{31} \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ P_{fj} &= a_{1j} P_{sj} + a_{2j} Q_{sj} + a_{3j} \\ Q_{fj} &= b_{1j} P_{sj} + b_{2j} Q_{sj} + b_{3j} \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ P_{fN} &= a_{1N} P_{sN} + a_{2N} Q_{sN} + a_{3N} \\ Q_{fN} &= b_{1N} P_{sN} + b_{2N} Q_{sN} + b_{3N} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)를 풀기 위해 다음과 같은 경계조건들을 사용한다. ①기체방출과 배기가 없는 경계면에서는 단면의 연속성에 상관없이 유량값은 항상 연속이고 도관의 연결이 연속적(연결부에서 단면이 같다)일 때는 압력값도 연속이다. ②도관의 연결이 불연속적일 때는 정확한 계산을 원한다면 경계에서 입출구효과를 보정하여 압력강하를 계산해주어야 한다. 불연속적 경계에서는 흐름의 방향에 따라 수학적으로 압력강하가 있을 수도(넓은 쪽

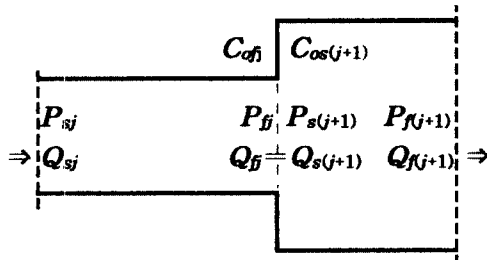


Fig. 5. j번째 도관과 j+1번째 도관의 연결부에서 압력 및 유량의 변화. 유량은 어느 경우이나 연속인 반면 단면이 불연속이면 항상 압력차가 있다.

에서 좁은 쪽으로 흐를 때) 있고 없을 수도(좁은 쪽에서 넓은 쪽으로 흐를 때) 있어서 흐름의 방향까지도 결정해야 하는 경우 일반적인 식을 세울 수가 없다. 이미 언급한 대로 압력을 벽에 수직인 방향으로 정의하면 흐름의 방향에 상관없이 경계면에서 압력강하를 식 (3)과 같이 놓을 수 있다. ③ 단면이 단조 감소 또는 증가하는 도관의 경우 도관 자체의 압력강하는 식 (9)와 같다.

경계조건 ①과 ②를 수식화하면 다음과 같다(Fig. 5).

$$\begin{aligned}
 P_{fj} &= P_{s(j+1)} + \Delta P_{j+1} = P_{s(j+1)} + Q_{fj} \alpha_j \\
 &= P_{s(j+1)} + (b_{1j} P_{sj} + b_{2j} Q_{sj} + b_{3j}) \alpha_j, \\
 Q_{fj} &= Q_{s(j+1)}, \\
 \alpha_j &= \frac{1}{2} \left| \frac{1}{C_{off}} - \frac{1}{C_{as(j+1)}} \right| \quad (13)
 \end{aligned}$$

이때  $\Delta P_{j+1}$ 은 j와 j+1번째 요소 사이의 압력강하이므로  $\alpha_j$ 는 기하학적 구조로부터 계산가능한 값으로 항상 양수다.  $C_{off} = C_{as(j+1)}$ 이면 당연히  $\alpha_j = \Delta P_{j+1} = 0$ 이다. 압력강하  $\Delta P$ 는 고정좌표계에서 Q의 방향에 의해 부호가 결정된다. 그러나 항상 상류쪽에서 하류쪽으로 압력강하가 일어난다.

단위요소 한개당 미지수는 네개, 방정식은 두개 생긴다. 또 연결부에서 두개의 경계조건을 얻는다. 전체 시스템을 구성하고 있는 단위도관이 N개면 전체 미지수가 4N개이고 식은 2N개가 만들어지며 경계조건은 2N-2개가 만들어진다. 만일 시스템이 폐회로를 이루고 있으면 예를 들어  $P_N = P_1 + \Delta P_1$  및  $Q_N = Q_1$ 이므로 경계조건이 두개 더 늘어난다. 시스템이 개회로일 때는 양단에서 두개의 경계조건이 더 필요하다.

모든 출구변수는 경계조건 식 (13)을 통해 그 다음 도관의 입구변수로 치환될 수 있다(또는 그 역도 성립). 따라서  $P_{sj} \equiv P_j$ ,  $Q_{sj} \equiv Q_j$ 로 놓으면 식 (12)는 입구변수에 관한 식으로 정리된다. 미지수가 반으로 줄어드는 셈이

다. 이 식을 변수는  $P_1, Q_1, P_2, Q_2, \dots, P_N, Q_N$ 순으로, 계수는  $A_k (k=1 \sim 2N)$ , 또 상수는  $B_k$  형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 B_1 &= A_{11}P_1 + A_{12}Q_1 - P_2 + 0Q_2 + 0P_3 + \dots \\
 B_2 &= A_{21}P_1 + A_{22}Q_1 + 0P_2 - Q_2 + 0P_3 + \dots \\
 &\dots \\
 B_{2j-1} &= 0P_1 + 0Q_1 + \dots + A_{(2j-1)(2j-1)}P_j + A_{(2j-1)2j}Q_j \\
 &\quad - P_{j+1} + 0Q_{j+1} + 0P_{j+2} + \dots \\
 B_{2j} &= 0P_1 + 0Q_1 + \dots + A_{2j(2j-1)}P_j + A_{2j2j}Q_j + 0P_{j+1} \\
 &\quad - Q_{j+1} + 0P_{j+2} + \dots \\
 &\dots \\
 B_{2N-3} &= 0P_1 + 0Q_1 + \dots + A_{(2N-3)(2N-3)}P_{N-1} \\
 &\quad + A_{(2N-3)(2N-2)}Q_{N-1} - P_N + 0Q_N \\
 B_{2N-2} &= 0P_1 + 0Q_1 + \dots + A_{(2N-2)(2N-3)}P_{N-1} \\
 &\quad + A_{(2N-2)(2N-2)}Q_{N-1} - 0P_N + 0Q_N \\
 *B_{2N-1} &= -P_1 + 0Q_1 + \dots \\
 &\quad + A_{(2N-1)(2N-1)}P_N + A_{(2N-1)2N}Q_N \\
 *B_{2N} &= 0P_1 - Q_1 + \dots \\
 &\quad \dots + A_{2N(2N-1)}P_N + A_{2N2N}Q_N \quad (14)
 \end{aligned}$$

값이 0인 항도 어떤 변수의 자리인가를 나타내기 위해 0이 곱해져 있는 형태로 표현했다. 폐회로일 때는 \*표한 두 식이 사용되며 그렇지 않을 때는 시스템의 양 끝단에서 주어진 두개의 경계조건으로 두 식을 보충하거나 미지수를 두개 줄여야 한다.

한편 주시스템의 어느 부분에 부시스템이 가지처럼 연결되어 있으면(Fig. 6) 적절한 경계조건을 이용해 주시스템 관련 식들과 부시스템 관련 식들을 연결하여 하나의 연립방정식을 만들 수 있다. 이때 식 (12)와 같은

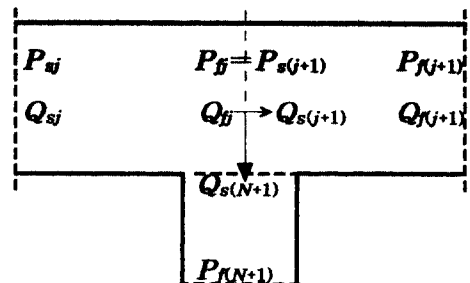


Fig. 6. N개의 요소로 구성된 주시스템에 가지처럼 부시스템이 붙어있을 때 압력 및 유량의 변화. 부시스템의 요소번호는 N+1에서 시작한다. 부시스템 입구에서 압력강하가 있고 유량은 주시스템과 부시스템으로 나뉜다.

방식으로 가지쪽의 입자평형식은

$$\begin{aligned}
 P_{f(N+1)} &= a_{1(N+1)}P_{s(N+1)} + a_{2(N+1)}Q_{s(N+1)} + a_{3(N+1)}, \\
 Q_{f(N+1)} &= b_{1(N+1)}P_{s(N+1)} + b_{2(N+1)}Q_{s(N+1)} + b_{3(N+1)} \quad (15)
 \end{aligned}$$

과 같고 주시스템과 부시스템 사이에는 다음과 같은 경계조건이 성립한다.

$$\begin{aligned}
 P_{fj} &= P_{s(j+1)} = P_{s(N+1)} + \Delta P_{N+1}, \\
 Q_{fj} &= Q_{s(N+1)} + Q_{s(j+1)} \quad (16)
 \end{aligned}$$

$\Delta P_{N+1}$ 은 가지도관의 입구에서 압력강하값이다. 식 (14)는 가지에 연결된 단위도관의 수 만큼 식이 늘어날 뿐이다.

이제 벡터  $B=[B]$ ,  $X=[P_s, Q_s]$  및 행렬  $A=[A_{ij}]$ 를 정의하면 식 (14)는 다음처럼 표현된다.

$$A \cdot X = B \quad (17)$$

이 행렬식의 해는 양변에 역행렬을 곱해주면 된다.

$$X = A^{-1} \cdot B \quad (18)$$

이런 행렬식의 해법에 관해서는 개발되어 있는 전산 프로그램을 쉽게 이용할 수 있다. 구성요소가 많지 않을 때는 소거법을 사용하여 연립방정식을 직접 푸는 것도 어렵지 않다.

### 3. 예제 진공시스템의 압력분포계산

2장에서 설명한 복합 진공시스템에서의 압력분포 계산에 대한 해법을 적용하여 Fig. 7과 같은 가상적 직선형 진공시스템에서 압력분포를 구해보자. Table 1은 이 시스템의 각종 제원을 정리한 것이며 Table 2는 계산에 사용할 각 부분의 압력 및 유량의 관계식을 요약한 것이다.

이제 각 부분의 압력 및 유량 사이의 관계를 차례대로 기술하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P_{1'} &= P_1 - 1.092 \times 10^{-2} Q_1 - 2.731 \times 10^{-5} \\
 &= P_2 + 5.848 \times 10^{-2} Q_{1'}
 \end{aligned}$$

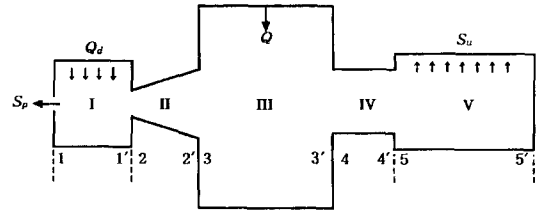


Fig. 7. 여러 원통형 용기와 도관들이 연결되어 있는 복합 진공시스템. I번 도관에는 단위길이당  $Q_d$ 의 균일기체방출이 있으며 V번 도관은 단위길이당  $S_s$ 의 균일배기작용이 있고 III번 도관에는 중간에  $Q$ 의 국부적 기체유입이 있다.

$$\begin{aligned}
 Q_{1'} &= Q_1 + 5 \times 10^{-3} = Q_2 \\
 P_{2'} &= P_2 - 1.687 \times 10^{-1} Q_2 = P_3 + 1.462 \times 10^{-2} Q_2 \\
 Q_{2'} &= Q_2 + Q_3 \\
 P_{3'} &= P_3 - 2.731 \times 10^{-3} Q_3 - 1.366 \times 10^{-4} \\
 &= P_4 + 1.462 \times 10^{-2} Q_{3'} \\
 Q_{3'} &= Q_3 + 1 \times 10^{-1} = Q_4 \\
 P_{4'} &= P_4 - 4.924 \times 10^{-2} Q_4 = P_5 + 1.028 \times 10^{-2} Q_{4'} \\
 Q_{4'} &= Q_4 = Q_5 \\
 P_{5'} &= 1.053 P_5 - 2.14 \times 10^{-2} Q_5 \\
 Q_{5'} &= 1.053 Q_5 - 5.088 P_5 \quad (19)
 \end{aligned}$$

이 식의 각 줄 오른쪽 첫째 항은 전달함수로부터 온 것이며 둘째 항은 연결부의 경계조건에서 온 것이다. 이제 식 (19)에서 마지막 두 식을 시스템 양단에서 경계조건  $Q_1 = -S_p P_1 = -2P_1$  및  $Q_5 = 0$  (또는  $Q_5 = 4.832 P_5$ )으로 대체하고 출구변수 ( $P_s, Q_s$ )들을 소거하여  $10 \times 10$  행렬식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix}
 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -0.00694 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & -0.1833 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.01735 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.05952 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.832 & -1
 \end{pmatrix}$$

Table 1. 예제 진공시스템의 각종 제원.

배기 및 기체방출속도	구조[m]	전도계수[m <sup>3</sup> /s] 수소, 20°C일 때
$S_p$ 2 m <sup>3</sup> /s	$D_i/L_i$ 0.5/0.5	$C_{pi}/C_{oi}$ 91.54/86.45
$Q_d$ 10 <sup>-2</sup> Pa·m <sup>3</sup> /m·s	$D_{ii}, D_{ij}/L_{ii}$ 0.15, 0.3/0.5	$C_{pi}/C_{oi}, C_{o2}$ 8.3/7.78, 31.12
$Q$ 10 <sup>-1</sup> Pa·m <sup>3</sup> /s	$D_{iii}/L_{iii}$ 1/1	$C_{pi}/C_{oi}$ 366.16/345.82
$S_s$ 5 m <sup>3</sup> /m·s	$D_{iv}/L_{iv}$ 0.3/0.5	$C_{pi}/C_{oi}$ 20.31/31.12

$S_p$ : 외부 배기속도,  $Q_d$ : I번 용기의 단위길이당 기체방출속도,  $Q$ : III번 용기의 기체유입량,  $S_s$ : V번 도관벽의 단위길이당 배기속도,  $D$ : 직경,  $L$ : 길이,  $C_p$ : 도관 콘덕턴스,  $C_o$ : 오리피스 콘덕턴스,  $C_u$ : 단위길이 콘덕턴스(=  $C_p L$ )

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \\ P_2 \\ Q_2 \\ P_3 \\ Q_3 \\ P_4 \\ Q_4 \\ P_5 \\ Q_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.197 \times 10^{-4} \\ -5 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 1.599 \times 10^{-3} \\ -1 \times 10^{-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

예제는 간단하여 행렬식을 사용하지 않고 연립방정식을 직접 풀 수도 있다. 구한 해(압력  $P$  및 유량  $Q$  값들)를 정리하면 Table 3과 같다. 또 Fig. 8은 이 값들을 사용해서 예제 진공시스템의 압력분포를 개략적으로 그린 것이다. 원추형 도관(II) 및 기체분포방출(I) 또는 분포배기(V)가 있는 용기 내에서의 정확한 압력분포는 생략했다. III번 용기의 기체유입 지점을 중심으로 양쪽 방향에 압력의 기울기가 있고 유량의 부호가 바뀐다. 용기와 도관들의 모든 연결부에는 무시할 수 없는 압력의 점프가 존재한다.

참고로 계산모델을 좀더 단순화하여 한 용기 안에서는 압력이 균일하다고 가정하면 다음과 같은 식을 얻는다. 식에서 압력은 I, III, V번 용기에서만 생각하고 단순

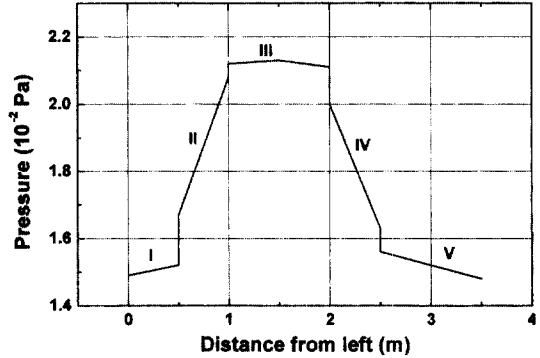


Fig. 8. 예제 진공시스템의 압력분포. III번 용기의 기체유입부를 중심으로 압력의 기울기와 흐름의 방향이 바뀐다. 최대 압력값(III번 용기 중간)은  $P_m = P_3 - Q_3/2C_{pIII}$  (Fig. 7 및 본문의 표 참조)로 계산했다.

Table 3. 예제 진공시스템의 압력 및 유량분포 계산결과

$P_1$	$P_{1'}$	$P_2$	$P_{2'}$	$P_3$	$P_{3'}$	$P_4$	$P_{4'}$	$P_5$	$P_{5'}$
1.49	1.52	1.67	2.08	2.12	2.11	2.00	1.63	1.56	1.48
$Q_1$	$Q_{1'}$	$Q_2$	$Q_{2'}$	$Q_3$	$Q_{3'}$	$Q_4$	$Q_{4'}$	$Q_5$	$Q_{5'}$
-2.98	-2.48	-2.48	-2.48	-2.48	7.52	7.52	7.52	7.52	0
$P[10^{-2} \text{ Pa}], Q[10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}]$									

Table 2. 예제 진공시스템 각 부분의 압력 및 유량의 관계식

구분	압력 및 유량 관계식 <sup>1)</sup>	경계에서의 압력차 $\Delta P$ $P_i = P_{i+1} + \Delta P$	유량의 경계조건
I	$P_{1'} = P_1 - \frac{Q_1}{C_{pI}} - \frac{Q_d L_I}{2C_{pI}}$ $Q_{1'} = Q_1 + Q_d L_I$	$\frac{Q_{1'}}{2} \left( \frac{1}{C_{o2}} - \frac{1}{C_{oI}} \right)$	$Q_{1'} = Q_2$
II	$P_{2'} = P_2 - \frac{Q_2}{C_{pII}} - \frac{Q_2}{2} \left( \frac{1}{C_{o2}} - \frac{1}{C_{o2'}} \right)^2$ $Q_{2'} = Q_2$	$\frac{Q_{2'}}{2} \left( \frac{1}{C_{o2}} - \frac{1}{C_{oIII}} \right)$	$Q_{2'} = Q_3$
III	$P_{3'} = P_3 - \frac{Q_3}{C_{pIII}} - \frac{Q}{2C_{pIII}}$ $Q_{3'} = Q_3 + Q$	$\frac{Q_{3'}}{2} \left( \frac{1}{C_{oIV}} - \frac{1}{C_{oIII}} \right)$	$Q_{3'} = Q_4$
IV	$P_{4'} = P_4 - \frac{Q_4}{C_{pIV}}$ $Q_{4'} = Q_4$	$\frac{Q_{4'}}{2} \left( \frac{1}{C_{oIV}} - \frac{1}{C_{oV}} \right)$	$Q_{4'} = Q_5$
V	$P_{5'} = P_5 \cosh \alpha L_V + \frac{Q_5}{C_{uV}} \sinh \alpha L_V$ $Q_{5'} = Q_5 \cosh \alpha L_V + C_{uV} \alpha P_{5'} \sinh \alpha L_V$ $\alpha = \sqrt{S_u / C_{uV}}$	0 <sup>2)</sup>	$Q_{5'} = Q_{1'}^3$
양단	$Q_1 = -S_p P_1, Q_{5'} = 0$		

1) 각 관계식들은 주어진 조건에서 식 (1)을 풀어 해를 구한 것이다.  
2) 식 (9)를 사용하고 있다.  
3) 참고사항으로 5'과 1지점이 연결되는 폐회로의 경우에만 성립한다.

도관들은 콘덕턴스 값으로만 나타나 있다.

$$\begin{aligned} Q_I - P_I S_I - C_{pII}(P_I - P_{III}) &= 0 \\ Q_{II} + C_{pII}(P_I - P_{III}) - C_{pIV}(P_{III} - P_V) &= 0 \\ C_{pIV}(P_{III} - P_V) - P_V S_V &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

이때  $Q_I = Q_d L_b$ ,  $S_I = S_p$ ,  $Q_{II} = Q$ ,  $S_V = S_d L_V$ 이다. 이 곳에서는 입출구효과를 고려하지 않고  $C_{pII}$  및  $C_{pIV}$ 를 그대로 사용했다. 이 식을 풀면  $P_I = 1.47 \times 10^{-2}$ ,  $P_{III} = 1.85 \times 10^{-2}$ ,  $P_V = 1.49 \times 10^{-2}$  Pa이다. 앞서의 정확한 계산값들에 비해 다소 낮은 값을 나타내는 이유는 용기 자체의 저항(콘덕턴스의 역수)이 무시되었기 때문이다. 진공시스템 설계에 있어서 때에 따라 이런 정도의 정확도면 문제가 없는 경우도 많다.

문제를 극단적으로 단순화하여 전체 시스템을 한 덩어리로 생각하면 총기체방출을  $Q_T$ 라 하고 총배기속도를  $S_T$ 라 할 때 평균압력  $P_T = Q_T \div S_T$ 가 된다. 이것은 시스템의 진공성능을 예측하는 가장 기초적인 방법이다. 앞의 예에서  $Q_T = 0.105 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ 이고  $S_T = 7 \text{ m}^3/\text{s}$ 이므로  $P_T = 1.5 \times 10^{-2}$  Pa이다. 오차는 역시 저항을 무시하는데 기인하므로 길고 좁은 관으로 연결되어 있는 시스템에서는 이런 간단한 계산은 적절한 압력 예상값을 제공하지 못한다.

## 4. 결 론

다양한 크기의 용기 및 도관들로 구성된 진공 네트워크의 압력분포를 계산할 때 각 단위요소들 사이의 연결부에서 입출구효과에 의해 발생하는 압력강하를 반영할 수 있도록 경계조건을 만들었다. 또 원추형 도관과 같이 단면이 단조 증가 또는 감소하는 도관이 들어 있을 때 콘덕턴스는 방향성이 없어야 한다는 원칙이 깨지지 않도록 도관의 압력강하값을 보정하는 방법에 대해서도 기술했다.

개발한 경계조건을 간단한 예제 진공시스템에 적용하여 연립방정식과 행렬식을 만들고 이를 풀어 압력과 유량분포를 구하는 과정을 기술했다.

## 참고문헌

- [1] T. Ikeguchi, M. Matsumoto and S. Ueda, *J. Vac. Soc. Jpn.* **31**, 424 (1988).
- [2] K. Kanazawa, *J. Vac. Sci. Technol.* **A6**, 3002 (1988).
- [3] Y. Saito, K. Kakihara and G. Horikoshi, *Vacuum* **44**, 535 (1993).
- [4] R. Kerseven, "Calculation of Pressure Profiles in the ELETTRA Vacuum Chamber", ST/M-89/22(1989)
- [5] F. Yu-Guo, *Vacuum* **31**, 319 (1981).