

# 최적 다변수 $H_\infty$ 제어 시스템의 설계를 위한 GA의 적용

## Application of GA to Design on Optimal Multivariable $H_\infty$ Control System

황 현 준, 김 동 완, 정 호 성, 박 준 호, 황 창 선

(Hyun-Joon Hwang, Dong-Wan Kim, Ho-Seong Jeong, June-Ho Park, and Chang-Sun Hwang)

**Abstract** : The aim of this paper is to suggest a design method of the optimal multivariable  $H_\infty$  control system using genetic algorithm (GA). This  $H_\infty$  control system is designed by applying GA to the optimal determination of weighting functions and design parameter  $\gamma$  that are given by Glover-Doyle algorithm which can design  $H_\infty$  controller in the state space. The first method to do this is that the gains of weighting functions and  $\gamma$  are optimized simultaneously by GA with tournament method. And the second method is that not only the gains and  $\gamma$  but also the dynamics of weighting functions are optimized at the same time by GA with roulette-wheel method. The effectiveness of this  $H_\infty$  control system is verified by computer simulation.

**Keywords** : optimal multivariable  $H_\infty$  control system, genetic algorithm, weighting functions, design parameter  $\gamma$

### I. 서론

1980년대 초반 G. Zames[1]에 의해 개발된  $H_\infty$  제어 이론은 주어진 가격함수의  $\infty$ -노름을 최소화하여 모델링 오차에 대한 시스템의 안정성을 보장하며 설계사양에 따른 만족스러운 명령추종성을 가지는 강인한 제어를 설계하는 것이다. 또한 1988년 K. Glover와 J. C. Doyle[2]은 상태공간에서 두개의 대수 리카티 방정식(algebraic riccati equation)을 풀어 강인한 안정성 문제의 해를 구하는 Glover-Doyle 알고리즘을 제시하였다.

최근까지  $H_\infty$  제어를 설계하기 위한 적절한 가중치 함수(weighting function)와 설계 파라메타  $\gamma$ 의 선정은 최적의 가중치 함수와  $\gamma$ 를 선정하기 위한 다수의 방법 [3]-[5]들이 발표되었음에도 불구하고 실제 적용상의 어려움 등으로 인하여 시행착오(trial-and-error)적인 방법 [4][6][7]에 크게 의존하고 있다. 실제로 최적의 가중치 함수와  $\gamma$ 를 선정하기 위한 대부분의 방법들은 특정한 조건하에서 복잡한 최적화의 과정을 요구하고 있으며 가중치 함수들과  $\gamma$  사이의 상호의존성[8]에도 불구하고 어느 한쪽을 고정시키고 최적화를 행하므로 동시최적화를 할 수 없는 결점이 있다.

1970년대 초반 J. Holland에 의해 제시된 유전 알고리즘(genetic algorithm)[9]은 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도가 큰 문자열(string)을 다음 세대에 복제함으로써 전역해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다. 유전 알고리즘은 뉴턴의 방법(Newton's method)과 같은 기존의 최적화 이론들과는 근본적으로 다른 중요한 특징을 가지고 있다. 즉 목적함수에 연속미분조건이 없으며 다수의 변수들을 하나의 문자열로 부호

화(coding)함으로써 병렬연산 및 동시최적화가 가능하다. 또한 확률적인 방법에 의해 전역탐색을 행하므로 부분 극소점에 빠질 가능성이 적다. 이러한 이유로 인해 유전 알고리즘은 최근 주목받는 최적화 기법중의 하나가 되었으며 특히 공학적인 분야에서 지능제어(intelligent control)와 결합하여 많은 적용사례[10]-[12]들이 발표되고 있다.

보일러-터빈 제어 시스템은 드럼내의 증기압(steam pressure)과 수위(drum level) 그리고 전기적 출력(electric output)을 효과적으로 제어함으로써 안정된 부하추종과 발전소의 안전 및 연료절약 등을 달성하고자 하는 시스템이다. 또한 보일러-터빈 시스템은 다변수 시스템으로서 상태변수들이 서로 결합되어 있으며 따라서 이러한 상태변수들의 결합과 모델링 오차에도 불구하고 시스템의 성능과 안정성을 보장하는 강인한 제어 시스템의 설계가 요구된다.

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수와 설계 파라메타  $\gamma$ 를 동시에 최적화함으로써 동작점의 변화에 따른 시스템의 모델링 오차 및 상태 변수들의 결합에도 불구하고 강인한 안정성과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는 모델 추종형 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템을 설계한다. 이를 위한 첫 번째 방법은 강인한 안정성을 가지는 해집단내에서 유전 알고리즘을 사용하여 설계사양에 따른 기준모델의 출력을 최적으로 추종하도록 가중치 함수의 게인(gain) 및 설계 파라메타  $\gamma$ 를 동시에 최적화하는 것이며 두 번째 방법은 게인 및 설계 파라메타  $\gamma$ 와 함께 가중치 함수의 동특성(dynamics)을 최적화하는 것이다. 한편 유전 알고리즘에 따른 복제시에는 계산량과 수렴성 등을 고려하여 룰렛휠(roulette-wheel)과 토너먼트(tournament) 방법을 각각 적절히 사용하였다. 끝으로 비선형 시뮬레이션을 통하여 설계된 다변수 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템의 성능을 비교고찰하고 그 유용성을 확인한다.

접수일자 : 1998. 6. 19., 수정완료 : 1998. 12. 22.

황현준 : 포항 1 대학 전기과

김동완 : 동명대학 전기과

정호성 : 연암공업대학 전자과

박준호, 황창선 : 부산대학교 전기공학과

II. 보일러-터빈 시스템의 선형모델

본 연구에서는 160MW급 화력발전소용 보일러-터빈 시스템에 대한 Bell과 Åström의 비선형모델을 사용하여 다변수 보일러-터빈  $H_\infty$  제어를 설계한다. 주어진 시스템은 상태변수들의 결합으로 비선형성이 강하며 일반적인 공정 시스템(process system)으로써 시스템의 응답 속도가 비교적 느리다. 보일러-터빈 시스템의 비선형모델은 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -0.0018u_2x_1^{9/8} + 0.9u_1 - 0.15u_3 \\ \dot{x}_2 &= (0.073u_2 - 0.016)x_1^{9/8} - 0.1x_2 \\ \dot{x}_3 &= (141u_3 - (1.1u_2 - 0.19)x_1)/85 \\ y_1 &= x_1, \quad y_2 = x_2 \\ y_3 &= 0.05(0.13073x_3 + 100a_{cs} + q_e/9 - 67.975) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x_1, x_2, x_3$ 는 각각 드럼 증기압[kg/cm<sup>2</sup>], 전기적 출력[MW], 드럼내의 유체밀도[kg/cm<sup>3</sup>]를,  $u_1, u_2, u_3$ 는 보일러 연료 조절기의 위치, 증기 조절밸브의 위치, 급수 조절기의 위치를 나타낸다. 또한 출력  $y_3$ 는 드럼수위[m]를 나타내며 증기의 질을 나타내는 계수  $a_{cs}$ 와 증기의 증발률[kg/sec]  $q_e$ 는 다음과 같다.

$$a_{cs} = \frac{(1 - 0.001538x_3)(0.8x_1 - 25.6)}{x_3(1.0394 - 0.0012304x_1)} \quad (2)$$

$$q_e = (0.854u_2 - 0.147)x_1 + 45.59u_1 - 2.514u_3 - 2.096 \quad (3)$$

$H_\infty$  제어를 설계하기 위한 선형모델[13]은 (1)의 비선형 모델에 대한 공칭동작점(nominal operation point)에서의 Taylor 급수 근사화를 통하여 얻는다. 본 연구에서는 중간부하점(half load point)을 공칭동작점으로 잡았으며 이 때의 상태공간모델은 다음과 같다. 단 위첨자 T는 전치(transpose)를 의미한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -2.509 \times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 6.940 \times 10^{-2} & -0.1 & 0 \\ -6.690 \times 10^{-3} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.349 & -0.15 \\ 0 & 14.155 & 0 \\ 0 & -1.398 & 1.659 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 6.34 \times 10^{-3} & 0 & 4.7 \times 10^{-3} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.253 & 0.512 & -0.014 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T, \quad u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T, \quad y = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T$$

주어진 보일러-터빈 시스템은 시스템의 노후화 및 부하의 변동으로 인해 동작점이 변할 수 있으며 이러한 동작점의 변화는 시스템의 모델링 오차로 나타난다. 모델링 오차  $E_m(s)$ 는 공칭동작점(100%)에 대한 가변동작점들(70%, 80%, 90%, 110%, 120%, 130%)[13]을 선정하여 (5)와 같은 곱셈형(multiplicative)모델로 나타낼 수 있다. 여기서  $G_o(s)$ 와  $G_e(s)$ 는 각각 공칭 및 가변동작점에서의

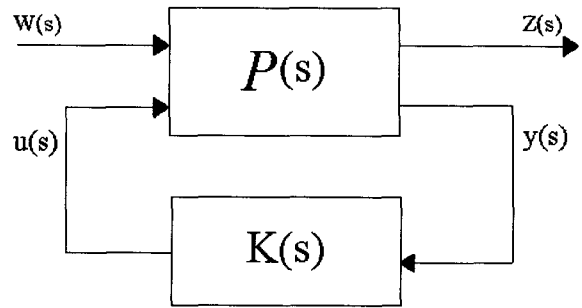


그림 1. 일반적인 제어 시스템.  
Fig. 1. General control system.

플랜트의 전달함수행렬(TFM)이다.

$$E_m(s) = [G_e(s) - G_o(s)] \times G_o(s)^{-1} \quad (5)$$

따라서 이러한 모델링 오차에 대해서도 시스템의 안정성을 보장하는 강인한 제어기의 설계가 요구된다.

III. 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템의 설계

$H_\infty$  제어이론은 주어진 가격함수의  $\infty$ -노음을 최소화하여 모델링 오차에 대한 시스템의 안정성을 보장하며 만족스러운 명령추종성을 가지는 강인한 제어를 설계하는 것이다.

그림 1은 플랜트, 구동기, 센서 등으로 이루어진 일반화 플랜트(generalized plant)  $P(s)$ 와 제어기  $K(s)$ 로 구성된 일반적인 제어 시스템이다. 여기서  $z(s), y(s), w(s), u(s)$ 는 각각 오차신호, 측정출력, 외부입력, 제어입력을 나타낸다.

일반화 플랜트  $P(s)$ 의 입출력 관계를 행렬식으로 표시하면 (6)과 같다.

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $P_{11}(s) : p_1 \times m_1, P_{12}(s) : p_1 \times m_2$

$P_{21}(s) : p_2 \times m_1, P_{22}(s) : p_2 \times m_2$

한편 그림 1에서  $u(s) = K(s)y(s)$ 의 관계가 성립하므로 이 식을 이용하여 (6)을 다시 정리하면 다음과 같은 선형분수변환(linear fractional transformation)식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} z(s) &= F_l(P, K)w(s) \\ &= [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w(s) \end{aligned} \quad (7)$$

따라서  $H_\infty$  제어문제는 그림 1의 페루프 시스템을 안정하게 하고 외부입력  $w(s)$ 와 오차신호  $z(s)$ 사이의 전달함수인 선형분수변환식  $F_l(P, K)$ 의  $H_\infty$ -노음을 최소화하는 제어기  $K(s)$ 를 선정하는 문제가 된다. 즉  $H_\infty$  제어문제는 (8)과 같다.

$$\text{minimize } \|F_l(P, K)\|_\infty \quad (8)$$

여기서  $F_l(P, K) \in RH_\infty$

단  $RH_\infty$ 는 실계수를 가지고 상태공간모델로 나타낼

수 있는 안정한 전달함수들의 집합을 의미한다.

그런데 일반적으로  $\infty$ -노음을 정확히 계산할 수 없으므로 다음과 같이 적절한 상한치  $\gamma (> 0)$ 를 주고 안정한 제어기  $K(s)$ 를 찾는다.

$$\|F_i(P, K)\|_{\infty} < \gamma \quad (9)$$

본 연구에서는 Q-매개변수화(Q-parametrization)에 의한 모델정합문제(model matching problem)[8]보다 일반성(generality)을 가지며 상태공간에서 두개의 대수 리카티 방정식을 풀어 일반화 플랜트와 같은 차수의 제어기를 조직적으로 구할 수 있는 Glover-Doyle 알고리즘[2]을 사용하여 보일러-터빈  $H_{\infty}$  제어를 설계하기로 한다.

설계된 보일러-터빈  $H_{\infty}$  제어 시스템이 만족스러운 명령추종성과 강인한 안정성을 가지기 위해서는 외란과 모델링 오차가 에너지를 가지는 저·고주파수역에서 감도(sensitivity)함수  $S(s)$  및 상보감도(complementary sensitivity)함수  $T(s)$ 의 크기를 각각 작게 해주어야 한다. 따라서 보일러-터빈  $H_{\infty}$  제어 시스템에 대한 선형분수변환식  $F_i(P, K)$ 는 (7)로부터 (10), (11)과 같은 혼합감도문제(mixed sensitivity problem)로 나타낼 수 있다. 여기서  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 는 각각 외란과 모델링 오차에 의해 결정되는 감도 및 상보감도함수의 가중치 함수이다.

$$F_i(P, K) = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)T(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)(I - S(s)) \end{bmatrix} \\ = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w(s) \quad (10)$$

$$P_{11} = \begin{bmatrix} W_1(s) \\ 0 \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} -W_1(s)G_o(s) \\ W_2(s)G_o(s) \end{bmatrix} \\ P_{21} = I, P_{22} = -G_o(s) \quad (11)$$

여기서  $W_1(s), W_2(s) \in RH_{\infty}$

$$p_1 = 6, p_2 = m_1 = m_2 = 3$$

주어진 혼합감도문제를 풀어 보일러-터빈  $H_{\infty}$  제어 시스템을 구성하기 위해서는 시스템의 충분한 해석을 통해 적절한 가중치 함수들을 선정하는 것이 중요하다. 일반적으로 가중치 함수는 외란  $D_d(s)$ 와 모델링 오차  $E_m(s)$ 에 대해 (12)와 (13)을 만족[14]하도록 모델링한다.

$$|D_d(j\omega)| \leq |W_1(j\omega)|, \text{ at low frequencies} \quad (12)$$

$$|E_m(j\omega)| \leq |W_2(j\omega)|, \text{ at high frequencies} \quad (13)$$

(5)로 주어지는 보일러-터빈 시스템의 모델링 오차  $E_m(s)$ 는 20[rad/sec]이상의 고주파수역에서 에너지를 가진다. 한편 시스템의 응답속도가 느리므로 외란의 유효 주파수도 0.05[rad/sec]이하로 비교적 낮다고 가정할 수 있다. 따라서 외란  $D_d(s)$ 는 (14)와 같이 가정한다.

$$D_d(s) = 0.02 \times \frac{1}{s} \times I_3 \quad (14)$$

여기서  $I_3$ 는 3×3의 단위행렬(unit matrix)을 나타낸다. 본 연구에서는 시스템의 응답속도와 외란제거 및 강

인한 안정성 등을 고려하여 0.15[rad/sec](0.05 < 0.15 < 20 [rad/sec])정도에서 개인교차 주파수(gain crossover frequency)  $\omega_c$ 를 가지도록 보일러-터빈  $H_{\infty}$  제어 시스템을 설계한다. 그리고 설계된 제어 시스템은 정상상태 값의 10%이내에서 최대 오버슈트를 가지도록 한다. 여기서 혼합감도문제에 따른 가중치 함수의 조건식 (12), (13) 및 위의 설계사양들을 동시에 만족하도록 여러번의 시행착오를 거쳐 선정된 가중치 함수  $W_1(s), W_2(s)$  및 설계 파라메타  $\gamma$ 는 각각 다음과 같다.

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} 0.0010 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0012 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\times \frac{(s+5)}{s^2 + (0.0001+0.05)s + (0.0001 \times 0.05)} \in RH_{\infty}$$

$$W_2(s) = \frac{50 \times (s+10)}{s+1000} \times I_3 \in RH_{\infty} \quad (16)$$

$$\gamma = 1.5 \quad (17)$$

#### IV. GA를 이용한 모델 추종형 최적 보일러-터빈 $H_{\infty}$ 제어기의 설계

최근까지  $H_{\infty}$  제어를 설계하기 위한 적절한 가중치 함수의 선정은 최적의 가중치 함수를 선정하기 위한 다수의 방법들이 발표되었음에도 불구하고 실제 적용상의 어려움 등으로 인하여 3장에서와 같은 시행착오적인 방법에 크게 의존하고 있다.

그런데 감도 및 상보감도함수 사이의 구속조건(trade-off)으로 인해 가중치 함수들사이에도 구속조건이 존재 [8]한다. 즉  $W_1(s)$ 의 계인을 크게하면 시스템의 성능이 향상되지만 안정성이 저하된다. 반대로  $W_2(s)$ 의 계인을 크게하면 안정성이 향상되고 성능은 저하된다. 한편 설계 파라메타  $\gamma$ 도  $W_2(s)$ 와 비슷한 특성을 가지며 이들 세가지 요소들이 시스템의 성능과 안정성에 미치는 영향의 정도도 각각 상이하하다. 그러므로  $H_{\infty}$  제어를 설계할 때 시행착오법에 의해 어느 한 쪽을 고정시키고 단지 개인조정만을 통해 최적의 가중치 함수와  $\gamma$ 를 선정한다는 것은 거의 불가능한 일이다. 또한 이런 이유로 가중치 함수  $W_1(s), W_2(s)$  및 설계 파라메타  $\gamma$ 의 동시최적화가 필요하다.

따라서 본 장에서는 다수의 변수들을 하나의 문자열에 부호화하여 이들 변수들에 대한 동시최적화가 가능한 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수와 설계 파라메타  $\gamma$ 를 선정함으로써 기준모델에 따른 최적의 보일러-터빈  $H_{\infty}$  제어 시스템을 설계한다.

##### 1. 유전 알고리즘

유전 알고리즘(Simple Genetic Algorithm, SGA)은 자연 유전학에 기초한 최적화 기법중의 하나로서 적자생존에 따른 확률적인 방법에 의해 최적해를 찾아가므로 기존의 최적화 방법들과는 다른 중요한 특징들을 가지고 있다. 유전 알고리즘의 특징은 다음과 같다.

- 1) 연속미분가능과 같은 목적함수에 대한 제한이 없다.

2) 문자열에 대한 부호화를 통해 다수의 변수들을 동시에 최적화할 수 있다.

3) 탐색공간내의 다수의 점들을 사용하여 병렬연산을 행하므로 전역해를 찾을 가능성이 높다.

4) 결정론적인 방법이 아닌 확률적인 방법을 사용하므로 지역극소점에 빠질 가능성이 적다.

5) 개별문자열에 대한 적합도(fitness)외에 기타의 정보가 필요치 않다.

유전 알고리즘은 복제(reproduction), 교배(crossover) 그리고 돌연변이(mutation)의 3개의 유전 연산자(genetic operator)들을 사용하여 최적화를 행한다. 유전 알고리즘에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌 [9]에 제시되어 있으므로 본 연구에서는 이를 생략한다. 또한 유전 알고리즘의 각 단계에서 필요한 문자열의 길이(m), 해집단의 크기(n), 세대수(z) 그리고 교배 확률(Pc) 및 돌연변이 확률(Pm) 등은 경험적인 방법에 의해 적절히 선정하기로 한다.

2. 가중치 함수 및 설계 파라메타  $\gamma$ 의 동시 최적화

유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수와 설계 파라메타  $\gamma$ 를 동시에 최적화하기 위해 다음과 같은 2가지 방법을 제시한다.

방법 1 : 가중치 함수의 계인과  $\gamma$ 의 동시 최적화

3장에서 선정한 가중치 함수에 다음 식들과 같이 계인 파라메타( $g_{w1i}$ ,  $g_{w2}$ )를 변수로 주고  $\gamma$ 와 함께 동시에 최적화한다.

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} w_{11}(s) & 0 & 0 \\ 0 & w_{12}(s) & 0 \\ 0 & 0 & w_{13}(s) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$= \frac{g_{w1i} \times (s + 5)}{s^2 + (0.0001 + 0.05)s + (0.0001 \times 0.05)} \times I_3$$

단  $g_{w1i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ 은 각각  $w_{1i}(s)$ 의 계인파라메타를 나타낸다.

$$W_2(s) = \frac{g_{w2} \times (s + 10)}{s + 1000} \times I_3 \quad (19)$$

여기서 각각의 탐색구간(search domain)  $D_1$ 과  $D_2$ 는 (20) 및 (21)과 같이 선정하였으며 특히 하한치  $L_1$ 과  $L_2$ 는 (12)와 (13)을 만족하도록 결정하였다.

$$D_1 : L_1 = 0.0005 \leq g_{w1i} \leq 0.01 = U_1 \quad (20)$$

$$D_2 : L_2 = 30 \leq g_{w2} \leq 100 = U_2 \quad (21)$$

설계 파라메타  $\gamma$ 에 대한 탐색구간  $D_3$ 는 (22)와 같다.

$$D_3 : 0 < L_3 = 0.5 \leq \gamma \leq 3 = U_3 \quad (22)$$

단 탐색구간의 하한치  $L_3$ 는 Glover-Doyle 알고리즘의 안정제어기 조건식 (23)[2]을 만족하는 범위내에서 적절히 결정하였다. 여기서 행렬  $D_{w1}$ 은 가중치 함수  $W_1(s)$ 의 상태공간모델식  $W_1(s) : (A_{w1}, B_{w1}, C_{w1}, D_{w1})$ 으로부터 구할 수 있다.

$$\bar{\sigma}(D_{112}) = 0 < \gamma \quad (23)$$

여기서  $D_{112} = D_{w1} = 0 \times I_3$ 이며  $\bar{\sigma}(\cdot)$ 는 최대 특이치(maximum singular value)를 나타낸다.

방법 2 : 가중치 함수의 계인, 동특성 및  $\gamma$ 의 동시 최적화

계인 파라메타와 함께 가중치 함수의 형태를 결정하는 동특성 파라메타( $p_{w1i}$ ,  $p_{w2i}$ ,  $p_{w3}$ )를 다음 식들과 같이 변수로 주고  $\gamma$ 와 함께 동시에 최적화한다.

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} w_{11}(s) & 0 & 0 \\ 0 & w_{12}(s) & 0 \\ 0 & 0 & w_{13}(s) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$= \frac{g_{w1i} \times (s + p_{w1i})}{s^2 + (0.0001 + p_{w2i})s + (0.0001 \times p_{w2i})} \times I_3$$

단  $g_{w1i}$ ,  $p_{w1i}$ ,  $p_{w2i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ 은 각각  $w_{1i}(s)$ 의 계인 및 동특성 파라메타를 나타낸다.

$$W_2(s) = \frac{g_{w2} \times (s + p_{w3})}{s + 100 \times p_{w3}} \times I_3 \quad (25)$$

여기서 동특성 파라메타  $p_{w1i}$ ,  $p_{w2i}$ ,  $p_{w3}$ 의 탐색구간  $D_4 - D_6$ 는 (26)-(28)과 같다.

$$D_4 : L_4 = 0.1 \leq p_{w1i} \leq 10 = U_4 \quad (26)$$

$$D_5 : 0 < L_5 = 0.01 \leq p_{w2i} \leq 0.5 = U_5 \quad (27)$$

$$D_6 : 0 < L_6 = 0.1 \leq p_{w3} \leq 20 = U_6 \quad (28)$$

특히 탐색구간  $D_5$ ,  $D_6$ 의 하한치  $L_5$ 와  $L_6$ 는 (29) 및 (30)과 같이 Routh-Hurwitz 안정도 판별법[15]에 의해 가중치 함수가  $RH_\infty$  집합에 속하도록 선정하였다.

$$0 < 0.0001 + p_{w2i}, 0 < 0.0001 \times p_{w2i} \quad (29)$$

$$-100 \times p_{w3} < 0 \quad (30)$$

한편 (31)-(33)으로 주어지는 계인 파라메타  $g_{w1i}$ ,  $g_{w2}$  그리고  $\gamma$ 의 탐색구간  $D_1 - D_3$ 는 상·하한치  $L_4 - L_6$ 와  $U_4 - U_6$ 를 고려하여 방법 1의 경우와 동일하게 결정하였다.

$$D_1 : L_1 = 0.0002 \leq g_{w1i} \leq 0.01 = U_1 \quad (31)$$

$$D_2 : L_2 = 35 \leq g_{w2} \leq 100 = U_2 \quad (32)$$

$$D_3 : 0 < L_3 = 0.5 \leq \gamma \leq 3 = U_3 \quad (33)$$

방법 1(방법 2)에 따라 도입된 가중치 함수의 계인, 동특성 파라메타 및  $\gamma$ 를 동시에 최적화하기 위해 이들 5개(12개)의 변수를 그림 2와 같이 하나의 문자열에 적절한 크기( $m_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 5$ (12))의 비트(bit)수로 부호화한다. 비트수  $m_j$ 로 부호화된 임의의  $j$ 번째 파라메타  $X_j$ 에 대하여 탐색구간  $D$ 와의 관계식을 유도하면 (34)와 같다.

$$X_j = L + \frac{x}{2^{m_j} - 1} (U - L) \quad (34)$$

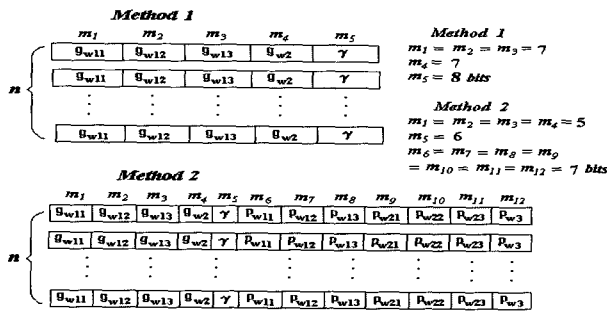


그림 2. 게인, 동특성 파라메타 및  $\gamma$ 의 부호화.  
 Fig. 2. Coding of gain, dynamics parameters and  $\gamma$ .

여기서  $x$ 는  $m_j$ 의 비트수를 가지는 2진수의 현재 정수 값이며 D의 상·하한치는 각각 U와 L이다. 따라서 탐색 구간 D는  $(2^{m_j} - 1)$ 개로 분할되고 비트수  $m_j$ 는 탐색의 정밀도(resolution)을 나타내게 된다. 일반적으로  $m_j$ 를 크게 하면 정밀탐색이 가능하지만 탐색시간이 많이 걸리므로 수렴시간 및 해집단의 크기 등을 고려하여 적절히 결정한다.

유전 알고리즘에 따른 한정된 탐색구간의 선정은 탐색의 수렴성 문제를 가져올 수 있다. 반면에 광범위한 탐색구간의 선정은 과도한 계산량의 문제를 발생시킨다. 따라서 이러한 문제들을 동시에 해결하기 위해 본 연구에서는 처음에는 문자열의 비트수를 작게하는 대신 광범위한 탐색구간을 지정하여 수차례의 무작위 탐색을 행하고 그 결과값들을 기준으로  $D_1 - D_6$ 와 같은 구체적인 탐색구간들을 다시 지정하여 보다 정밀한 탐색을 행하는 방법을 선택하였다. 또한 유전 알고리즘에 의한 제어기의 설계는 기본적으로 오프라인(off-line)상에서 행하므로 본 연구에서도 이와 같이 하였으며 따라서 무작위 탐색에 의한 실제 제어대상의 손상 등의 문제는 발생하지 않는다.

한편 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템이 가중치 함수들 및 설계 파라메타  $\gamma$ 와의 구속조건에도 불구하고 강인한 안정성을 보장하며 외란제거 및 설계사양에 따른 만족스러운 응답속도를 가지기 위해서는 주어진 탐색구간의외에 최적화에 따른 실질적인 제한조건들이 필요하다. 이를 위해 외란  $D_d(s)$ 와 모델링 오차  $E_m(s)$  및 루프전달함수(loop transfer function)  $L(s)$ 에 대해 (35) 및 (36)과 같은 제한조건(constraint)[8]들을 주어 최적화를 행한다. 단  $\sigma(\cdot)$ 는 최소특이치(minimum singular value)를 나타낸다.

$$D_d(j\omega) \leq \sigma(L(j\omega)), \text{ at } \omega \leq \omega_l \quad (35)$$

$$\bar{\sigma}(L(j\omega)) \leq E_m^{-1}(j\omega), \text{ at } \omega_h \leq \omega \quad (36)$$

여기서 상·하한치  $\omega_l$ 과  $\omega_h$ 는 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템의 응답속도( $\omega_c = 0.15[\text{rad/sec}]$ )와 외란 및 모델링 오차의 유효주파수를 고려하여 (37)과 같이 선정하였다.

$$\omega_l = 0.05 < \omega_c < 0.2 = \omega_h \quad (37)$$

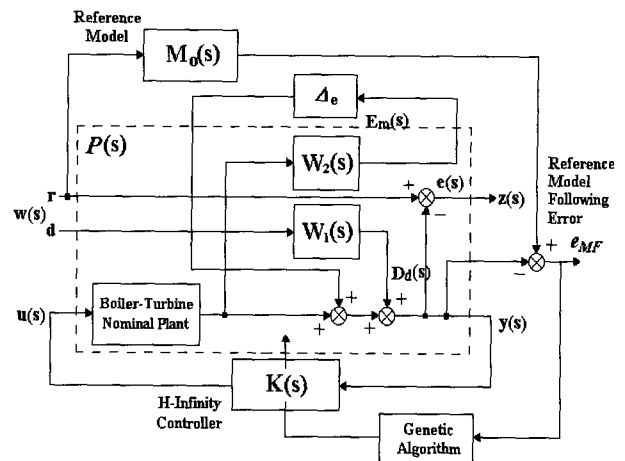


그림 3. GA를 이용한 모델 추종형 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템.  
 Fig. 3. Model following boiler-turbine  $H_\infty$  control system using GA.

일반적으로 유전 알고리즘에서 사용되는 복제 방법은 룰렛휠[9]과 토너먼트 방법[11]이 있다. 룰렛휠은 해집단 내의 각 문자열에 대한 적합도와 전체 적합도에 대한 비율로 룰렛휠을 분할하여 다음 세대에 복제될 문자열을 선택한다. 이 방법은 계산량은 적으나 수렴성이 떨어진다. 반면에 토너먼트 방법은 해집단내에서 적절한 수( $1 < r < n$ )의 문자열을 임의로 선택하고 각 문자열의 적합도를 서로 비교하여 그 중 적합도가 가장 큰 문자열을 다음 세대에 복제하는 것으로 룰렛휠에 비하여 수렴성은 좋으나 계산량이 많다. 따라서 방법 1의 경우에는 수렴성을 높이기 위해 토너먼트( $r = 2/5 \times n$ ) 방법을 사용하였으며 방법 2의 경우에는 비트수의 증가로 인해 상대적으로 계산량이 많으므로 수렴속도가 빠른 룰렛휠을 사용하였다.

본 연구에서는 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템이 설계 사양에 따른 최적의 명령추종성을 가지도록 (38)과 같이 적절한 기준모델(reference model)을 선정 후 그림 3과같이 유전 알고리즘을 사용하여 플랜트의 출력이 기준모델의 출력을 추종하도록 하였다. 기준모델은 최적의 명령추종성 및 설계사양에 따른 시스템의 응답속도 등을 고려하여 대역폭(bandwidth)  $\omega_b$ 가  $0.15[\text{rad/sec}]$  ( $\cong \omega_c = 0.15[\text{rad/sec}]$ )정도이며 오버슈트가 없는 1차모델로 선정하였다.

$$M_0(s) = \frac{0.15}{s + 0.15} \times I_3 \quad (38)$$

또한 시스템의 출력  $y_{ij}(k(t))$ 와 기준모델의 출력  $y_{mj}(k(t))$ 와의 차이를 기준모델 추종오차  $e_{MFij}(k(t)) = \text{abs}(y_{mj}(k(t)) - y_{ij}(k(t)))$ 로 하여 적합도  $fit$ 를 구하면 (39) 및 (40)과 같다. 단  $\text{abs}(\cdot)$ 는 절대값을,  $i, j = 1, 2, 3$ 은 각각  $i$ 번째 입력과  $j$ 번째 출력을 나타낸다. 여기서  $k(t + 1) = k(t) + T_s$ ,  $k(1) = 0[\text{sec}]$ 이며  $T_s = 3.5[\text{sec}]$ 는 샘플링 시간(sampling time)을 나타낸다.

$$err_{fit} = \frac{1}{9} \times \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left( \sum_{k=1}^{31} abs(e_{MFij}(k(t))) \right)$$

$$= \frac{1}{9} \times \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left( \sum_{k=1}^{31} abs(y_{mij}(k(t)) - y_{ij}(k(t))) \right) \quad (39)$$

$$fit = \frac{1}{1 + err_{fit}} \quad (40)$$

유전 알고리즘을 사용하여 모델 추종형 최적 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템을 구성하기 위한 방법 2의 설계 순서는 다음과 같다. 또한 그림 4는 설계 순서를 흐름선도로 나타낸 것이다.

설계 순서

- Step 1 : 가중치 함수에 (24) 및 (25)와 같이 적절한 계인 및 동특성 파라메타를 준다.
- Step 2 : (12) 및 (13) 그리고 (23)과 Routh-Hurwitz 안정도 판별법에 의해 설계 파라메타  $\gamma$ 를 포함하여 각각의 탐색구간 D를 결정한다.
- Step 3 : 유전 알고리즘에 의해 파라메타의 집합  $\Phi \approx \{g_{w1i}, g_{w2}, \gamma, p_{w1i}, p_{w2i}, p_{w3}\}$ 를 계산한다.
- Step 4 : 주어진 파라메타의 집합  $\Phi$ 와 Glover-Doyle 알고리즘을 사용하여 보일러-터빈  $H_\infty$  제어를 설계한다.
- Step 5 : 설계된  $H_\infty$  제어 시스템이 외란제거 및 강인한 안정성을 위한 조건식 (35)-(37)을 만족하는지 조사한다. 만족시키면 (40)을 사용하여 적합도를 계산한다. 그렇지 않으면 적합도를 0으로 한다.
- Step 6 : 설정된 세대수 만큼 Step 3에서 Step 5의 과정을 반복한다.

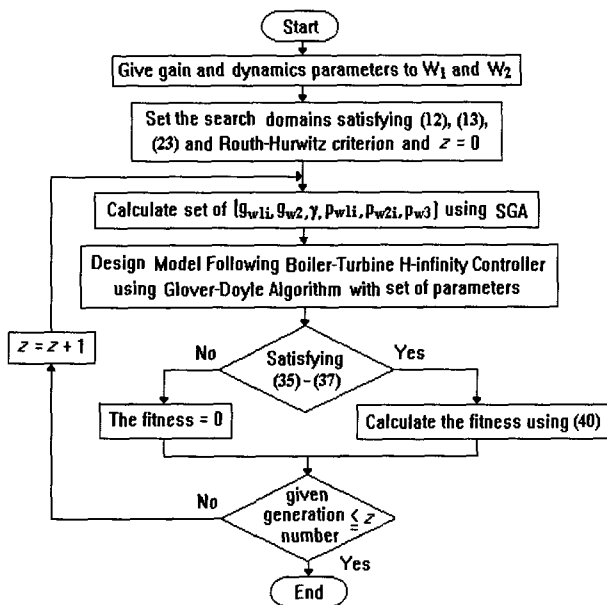


그림 4. 모델 추종형  $H_\infty$  제어기의 설계 순서.  
Fig. 4. Procedure for design of model following  $H_\infty$  controller.

표 1. GA에서 사용된 파라메타들과 설계시간 및 적합도.

Table 1. Parameters in GA, computation time and fitness.

	Total String Length (m)	Population Size (n)	Generation Number (z)	Computation Time (h./min./sec.)	err <sub>fit</sub>	fit
Trial-and-Error	.	.	.	.	0.3652	0.7325
Method 1	20 bits	20	30	2/01/26	0.2781	0.7824
Method 2	52 bits	30	30	2/49/58	0.1562	0.8694

	Total No. of Crossover	Actual No. of Crossover	P <sub>c</sub> [Actual Value]	Total No. of Mutation	Actual No. of Mutation	P <sub>m</sub> [Actual Value]
Method 1	300	207	0.7 [207/300 = 0.6900]	12000	327	0.03 [327/12000 = 0.0273]
Method 2	450	303	0.7 [303/450 = 0.6733]	46800	1440	0.03 [1440/46800 = 0.0308]

표 2. GA에 의해 선정된 계인 및 동특성 파라메타 그리고 설계 파라메타  $\gamma$ .

Table 2. Gain, dynamics parameters and design parameter  $\gamma$  selected by GA.

	g <sub>w11</sub>	g <sub>w12</sub>	g <sub>w13</sub>	g <sub>w2</sub>	$\gamma$	.	.
Trial-and-Error	0.0010	0.0011	0.0012	50.0000	1.5000	.	.
Method 1	0.0015	0.0012	0.0032	89.5276	1.2647	.	.
Method 2	0.0030	0.0078	0.0024	35.0000	1.0556	.	.

	P <sub>w11</sub>	P <sub>w12</sub>	P <sub>w13</sub>	P <sub>w21</sub>	P <sub>w22</sub>	P <sub>w23</sub>	P <sub>w3</sub>
Trial-and-Error	5.0000	5.0000	5.0000	0.0500	0.0500	0.0500	10.0000
Method 1	5.0000	5.0000	5.0000	0.0500	0.0500	0.0500	10.0000
Method 2	7.0378	0.8795	4.6992	0.3688	0.1373	0.1026	5.4276

V. 비선형 시뮬레이션 및 비교고찰

본 장에서는 4장에서 제시한 설계 방법 1과 방법 2에 따라 모델 추종형 최적 보일러-터빈  $H_\infty$  제어를 설계하고 비선형 시뮬레이션을 통해 그 성능을 비교고찰한다. 먼저 유전 알고리즘에서 사용된 파라메타들과 계산 시간 및 적합도는 표 1과 같고 이에 따라 선정된 가중치 함수의 계인 및 동특성 파라메타 그리고 설계 파라메타  $\gamma$ 는 표 2와 같다.

단 표 1에서는 비교고찰을 위하여 3장의 시행착오법의 경우에 대한 적합도를 함께 나타내었다. 본 연구에서는 유전 알고리즘에 따른 계산시 486 DX2/50(RAM 8M bytes)기종의 컴퓨터를 사용하였다. 표 1로부터 가중치 함수의 동특성을 최적화하는 방법 2의 경우가 시행착오법 및 방법 1과 같이 단순히 가중치 함수의 계인만을 고

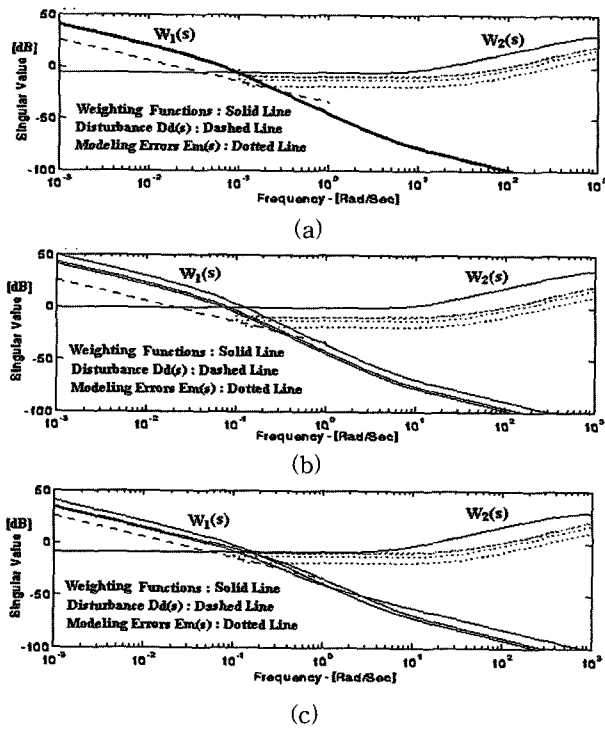


그림 5. 가중치 함수  $W_1(s)$ ,  $W_2(s)$  그리고 모델링 오차와 계단외란. (a) 시행착오법, (b) 방법 1, (c) 방법 2.  
 Fig. 5. Weighting functions  $W_1(s)$ ,  $W_2(s)$  and modeling error, step disturbance. (a) trial-and-error, (b) method 1, (c) method 2.

려한 경우에 비해 상대적으로 높은 적합도를 가짐을 알 수 있다. 따라서 방법 2와 같이 계인과 가중치 함수의 동특성을 함께 최적화하는 것이 필요하다.

그림 5는 표 2로 주어진 최적화의 결과에 따라 선정된 가중치 함수들과 (5) 및 (14)로 주어진 모델링 오차  $E_m(s)$ (70%, 80%, 90%, 110%, 120%, 130%)와 외란  $D_d(s)$ 를 함께 나타낸 것이다. 그림으로부터 선정된 가중치 함수들은 조건식 (12)와 (13)을 모두 만족시키고 있음을 알 수 있다.

그림 6은 표 2로 주어진 최적화의 결과에 따라 얻어진 루프전달함수  $L(s)$ 와 모델링 오차  $E_m(s)$  및 외란  $D_d(s)$ 를 함께 나타낸 것이다. 그림으로부터 얻어진 루프전달함수는 조건식 (35)와 (36)을 모두 만족시키고 있음을 알 수 있다.

그림 7-그림 9는 설계된 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템의 3개의 출력( $y_1$ : 드림 증기압[kg/cm<sup>2</sup>],  $y_2$ : 전기적 출력[MW],  $y_3$ : 드림수위[m])에 대한 각각의 계단응답을 나타낸 것이다. 본 논문에서는 (1)의 보일러-터빈 시스템에 대한 비선형 방정식과 공칭 동작점  $y_0 = [108 \ 66.650]^T$ 를 기준으로 다음의 3가지 경우에 대한 각각의 비선형 시뮬레이션을 행한다.

$$\begin{aligned} \text{Case I : } y_1(t) &= 108 + 10u_s(t-10), \\ y_2(t) &= 66.5, \quad y_3(t) = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

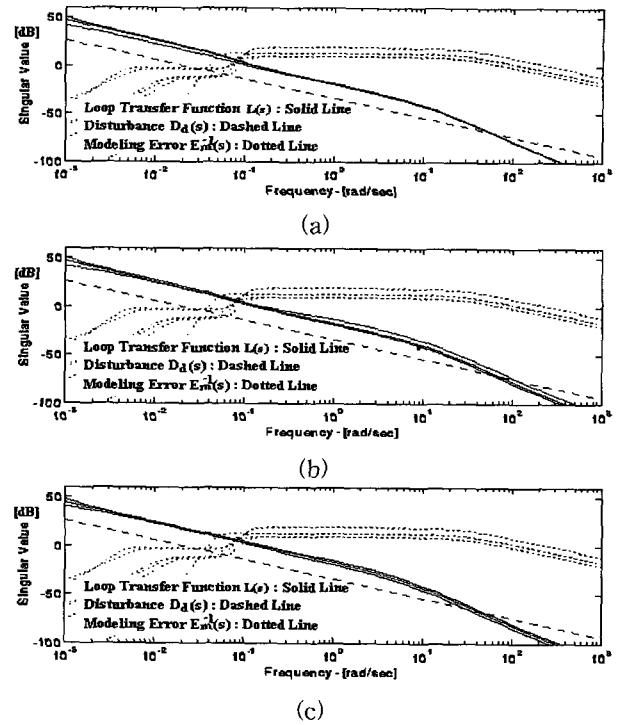


그림 6. 루프전달함수  $L(s)$  그리고 모델링 오차와 계단외란. (a) 시행착오법, (b) 방법 1, (c) 방법 2.  
 Fig. 6. Loop transfer function  $L(s)$  and modeling error, step disturbance. (a) trial-and-error, (b) method 1, (c) method 2.

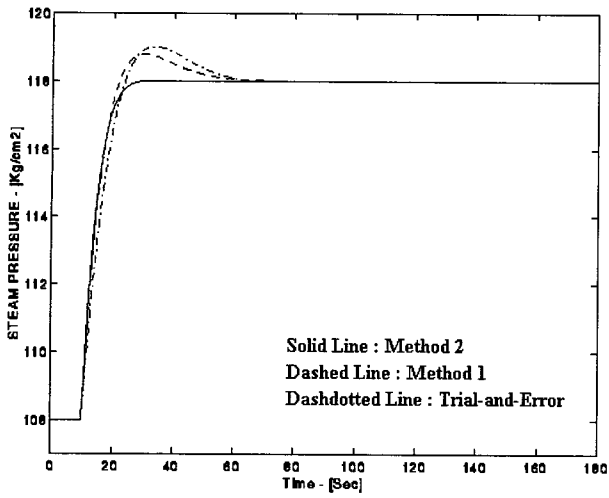
$$\begin{aligned} \text{Case II : } y_1(t) &= 108, \\ y_2(t) &= 66.5 + 20u_s(t-10), \quad y_3(t) = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \text{Case III : } y_1(t) &= 108, \\ y_2(t) &= 66.5, \quad y_3(t) = 0 + 0.1u_s(t-10) \end{aligned} \quad (43)$$

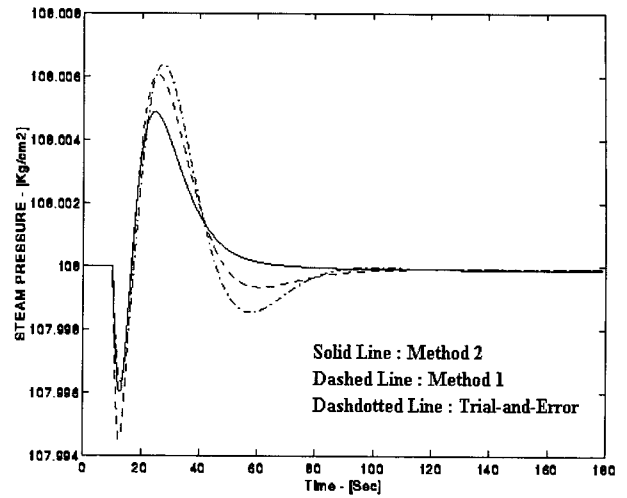
Case I - Case III에 대한 그림들로부터 적합도가 상대적으로 높은 방법 1( $fit = 0.7678$ ) 및 방법 2( $fit = 0.8826$ )의 경우가 그 과도응답특성이 시행착오법( $fit = 0.6970$ )에 비해 상당히 개선되었음을 알 수 있다. 이러한 사실은 시행착오법에 의한  $H_\infty$  제어기의 설계시 최적화 알고리즘인 유전 알고리즘 및 기준모델에 따른 모델 추종의 개념을 도입하지 않은 결과이다. 한편 적합도가 가장 높은 방법 2의 경우가 상대적으로 적합도가 낮은 방법 1의 경우에 비해서 그 과도응답특성이 개선되었음을 알 수 있다. 따라서 설계사양에 따른 좀 더 나은 출력특성을 얻기 위해서는 방법 2와 같이 가중치 함수의 동특성을 최적화하는 것이 필요하다. 또한 그림들로부터 설계된 모델 추종형  $H_\infty$  제어 시스템은 다변수 시스템에 따른 입력과 출력사이의 결합문제를 적절히 해결하고 있음을 알 수 있다.

### VI. 결론

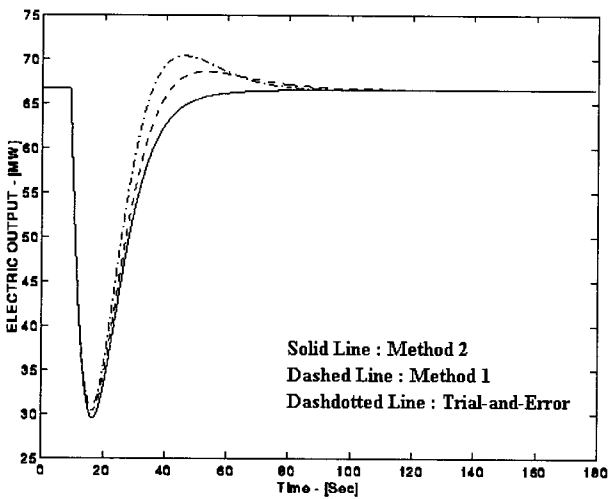
본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수



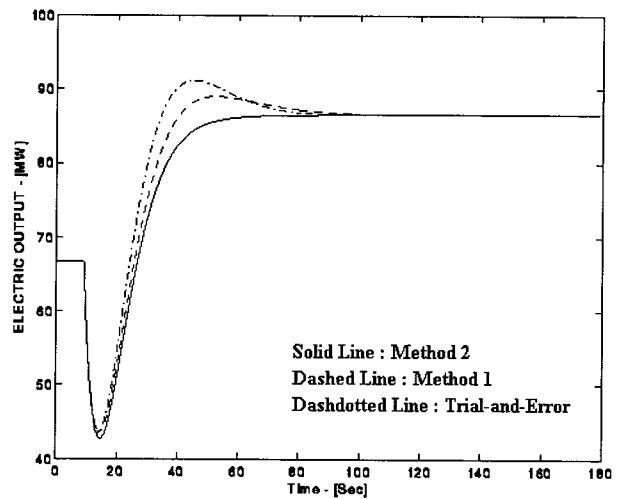
(a)



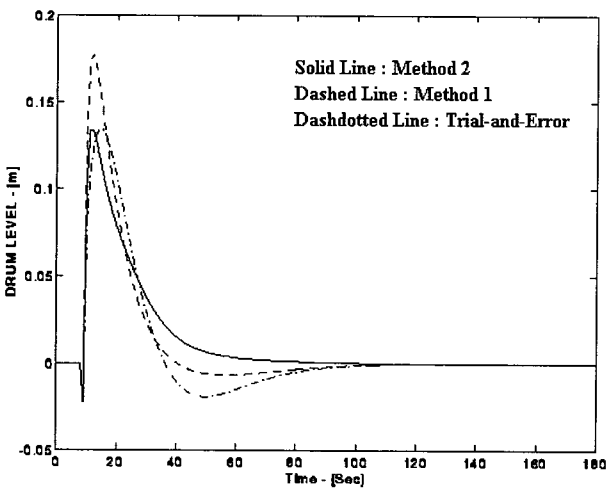
(a)



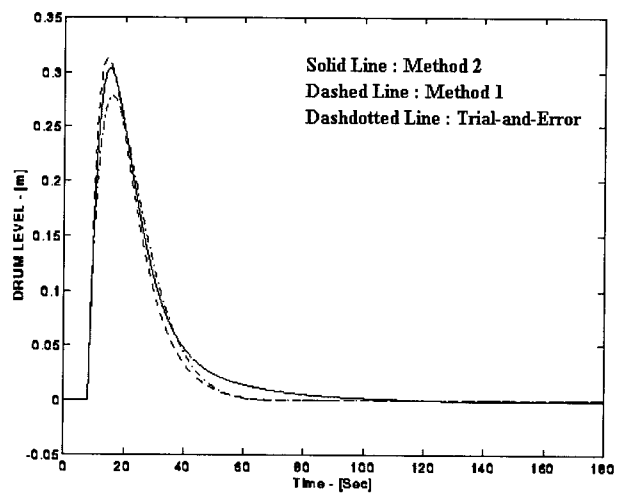
(b)



(b)



(c)



(c)

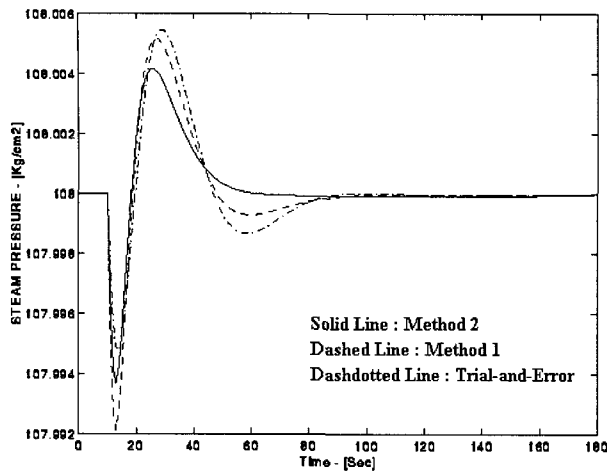
그림 7. 보일러-터빈 시스템에 대한 시간응답(Case I). (a) 드럼 증기압, (b) 전기적 출력, (c) 드럼수위.

Fig. 7. Time responses of steam pressure (Case I). (a) steam pressure, (b) electric output, (c) drum level.

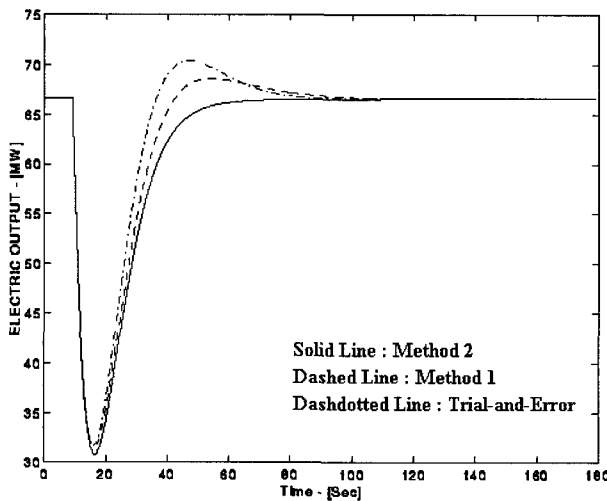
그림 8. 보일러-터빈 시스템에 대한 시간응답(Case II). (a) 드럼 증기압, (b) 전기적 출력, (c) 드럼수위.

Fig. 8. Time responses of steam pressure (Case II). (a) steam pressure, (b) electric output, (c) drum level.

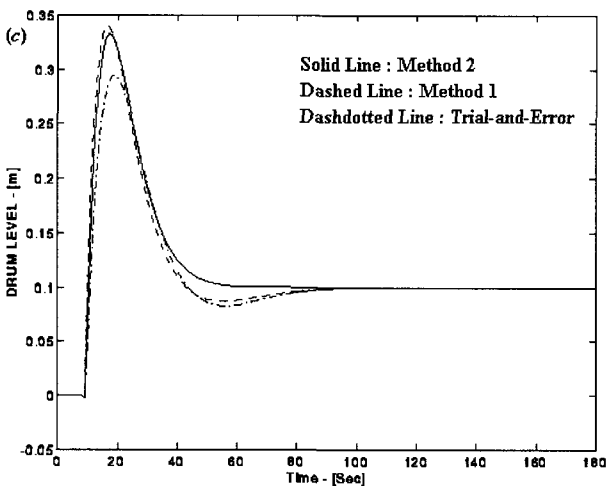




(a)



(b)



(c)

그림 9. 보일러-터빈 시스템에 대한 시간응답 (Case III). (a) 드럼 증기압, (b) 전기적 출력, (c) 드럼수위.

Fig. 9. Time responses of steam pressure (Case III). (a) steam pressure, (b) electric output, (c) drum level.

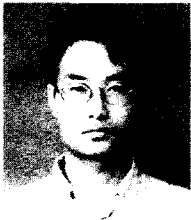
수와 설계 파라메타  $\gamma$ 를 동시에 최적화하는 2가지 방법을 각각 제시하고 시스템의 모델링 오차에 대한 강인한 안정성과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는 모델 추종형 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템을 설계하였다. 또한 시뮬레이션을 통하여 설계된 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템의 성능을 비교고찰하고 그 유용성을 확인하였다. 제시된 방법 1은 시스템의 강인한 안정성을 보장하는 해집단내에서 최적의 명령추종성을 가지도록 가중치 함수의 게인과  $\gamma$ 를 동시에 최적화하는 것이고 방법 2는 게인 및  $\gamma$ 와 함께 가중치 함수의 동특성을 최적화하는 것이다.

방법 2에 의해 설계된 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템은 %오버슈트와 상승시간 및 정정시간이 기준모델과 마찬가지로 설계사양을 만족한다. 반면에 가중치 함수의 게인만을 고려한 방법 1 및 시행착오법의 경우는 기준모델에 대한 추종오차가 방법 2의 경우보다 상대적으로 크다. 따라서 설계사양에 따른 좀 더 나은 출력특성을 얻기 위해서는 방법 2와 같이 게인과 함께 가중치 함수의 동특성을 최적화하는 것이 필요하다. 또한 제시된 설계 방법은 기존의 방법들과는 달리 가중치 함수 및 설계 파라메타  $\gamma$ 의 최적화에 대한 제한조건 및 복잡한 최적화의 과정이 없으므로 실제의 제어 시스템 설계에 이를 보다 쉽게 적용할 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] G. Zames, "Feedback and optimal sensitivity : model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 26, no. 2, pp. 301-320, 1981.
- [2] K. Glover and J. C. Doyle, "State-space formulate for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity," *Systems & Control Letters*, vol. 11, pp. 167-172, 1988.
- [3] F. B. Yeh and T. S. Hwang, "Optimal sensitivity bound estimation and controller design," *Int. J. Control*, vol. 47, no. 4, pp. 979-984, 1988.
- [4] C. D. Yang, H. S. Ju and S. W. Liu, "Experimental design of  $H_\infty$  weighting functions for flight control systems," *J. Guidance, Control and Dynamics*, vol. 17, no. 3, pp. 544-552, May-June, 1994.
- [5] A. Grace, A. J. Laub, J. N. Little and C. M. Thompson *Robust Control and Control System Toolbox for MATLAB*, Math-Works, 1992.
- [6] S. Pannu, H. Kazerooni, G. Becker and A. Packard, " $\mu$ -synthesis control for a walking robot," *IEEE Control Systems*, pp. 20-25, February, 1996.
- [7] B. Shahian and M. Hassul, *Control System Design Using Matlab*, Prentice-Hall International Inc., 1993.

- [8] J. M. Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [9] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [10] C. L. Karr and E. J. Gentry, "Fuzzy control of pH using genetic algorithms," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 46-53, 1993.
- [11] A. Homaifar and E. McCormick, "Simultaneous design of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 129-139, 1995.
- [12] D. Park, A. Kandel and G. Langholz, "Genetic-based new fuzzy reasoning models with application to fuzzy control," *IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics*, vol. 24, no. 1, pp. 39-47, 1994.
- [13] W. H. Kwon, S. W. Kim, P. G. Park and E. K. Kim, "Design of a boiler-turbine control system using a modified LQG/LTR method," *Trans. KIEE*, vol. 39, no. 2, pp. 199-209, 1990.
- [14] J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [15] B. C. Kuo, *Automatic Control Systems*, Prentice Hall, 1987.

**황 현 준**

1969년 8월 20일생. 1992년 부산대 전기과 졸업. 동대학원 석사(1995), 동대학원 박사(1999). 1998년~현재 포항 1 대학 전기과 전임강사. 관심 분야는 강인제어 및 유전 알고리즘.

**김 동 완**

1960년 2월 1일생. 1984년 동아대 전기과 졸업. 부산대 대학원 석사(1987), 동대학원 박사(1995). 1997년~현재 동명대학 전기과 전임강사. 관심분야는 강인제어 및 2자유도계.

**정 호 성**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제4권, 제2호, 참조.

**박 준 호**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제4권, 제2호, 참조.

**황 창 선**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제4권, 제2호, 참조.