절삭 가공시 발생하는 주기적 외란의 제거

Periodic Disturbance Cancelling without Phase Delay in Cutting Process

임 혁, 최 종 호, 최 병 갑
(Hyuk Lim, Chong-Ho Choi, and Byeong-Kap Choi)

Abstract : A periodic disturbance canceller is proposed to compensate for the periodic disturbance due to cutting process in a CNC machining center. The periodic disturbance canceller estimates the periodic disturbance without phase delay. This is achieved by using linear phase low-pass filter and frequency response reciprocal filter of plant at the frequency of the periodic disturbance. This method is implemented in the position control system of the CNC machining center with general disturbance compensators in order to compensate for both the frictional force and the periodic disturbance. The experimental results are described to show its effectiveness.

Keywords: periodic disturbance cancelling, phase delay, CNC machining center

I. 서론

공작 기계에서는 절삭 가공시 정밀한 위치제어를 하는 것이 대단히 중요하다. 절삭 가공시 엔드밀(end mill)과 같은 공구가 회전하면서 피가공물을 깎기 때문에 주기적 외란이 발생하고 이에 따라 위치 제어 시스템은 정밀도에 있어서 영향을 받게 된다. 주기적 외란은 피가공물의 가공면 전체에 걸쳐 나타나며 가공 정밀도도 떨어뜨리게 된다.

주기적 외란 보상을 위한 보상 방법들이 크게 두 가지 방향으로 연구되고 있다 [1]. 첫째는 internal model principle에 기반을 둔 방법으로 반복(repetitive) 제어기가 있다 [2][3]. 반복 제어기는 시간 지연으로 구성된 주기적 신호 발생기를 되먹임 루프안에 두어 외란의 동적 특성을 포함함으로써 주기적인 외란을 보상한다. 주기적 외란을 위상차 없이 보상하기 위해 영위상(zero-phase) 필터를 사용한다. 반복 제어기는 주기적 외란의 주기만큼의 신호를 저장하여야 하는데 그 신호의 개수는 외란의 주기와 제어기의 샘플링 시간의 역수에 비례한다. 공작 기계에서는 피가공물의 종류와 공구의 이송 속도에 따라 적절한 스핀들 모터의 회전 속도가 정해지기 때문에 주기적 외란의 주기 또한 달라지게 된다. 따라서 저장해야 할 신호의 개수가 정수가 되도록 하는 것이 어렵거나 개수가 너무 늘어날 수 있다.

둘째는 주기적 외란을 추정하여 그 추정치를 되먹임하여 줌으로써 보상하는 방법이다 [4]. 추정을 통한 주기적 외란 보상에서 발생하는 중요한 문제는 위상지연이다. 추정을 통해 얻어지는 보상신호가 주기적 외란과 어떤 위상차를 갖는지에 따라 보상의 정도가 결정된다. 따라서 추정 방법으로 주기적 외란 보상기를 구현하는 것은 위상 지연을 최소화하는 추정필터를 구하는 문제라 할 수 있다.

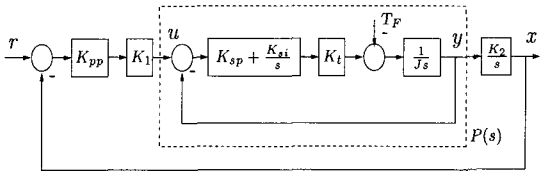


그림 1. 위치 제어 시스템의 블럭 다이어그램.
Fig. 1. Block diagram of position control system.

본 논문에서는 주기적 외란을 추정하는 방법에 기반한 주기적 외란 제거기 (PDC: Periodic Disturbance Canceller)를 제안한다. 주기적 외란 제거기는 선형 위상(linear-phase) 저역 통과 필터와 주기적 외란의 주파수에서 플랜트 주파수 응답의 역수를 갖는 필터를 사용하여 위상 지연이 없도록 주기적 외란을 추정하여 보상한다. 외란을 추정하여 보상하는 기존의 보상기와 다른 점은 안정성을 보장하기 위해 사용되는 저역 필터로 선형 위상 필터를 사용하기 때문에 위상 지연을 계산할 수 있고 이를 반영한 변형된 모델을 사용함으로써 위상 지연이 발생하지 않도록 한다는 점이다. 또한 제안된 주기적 외란 제거기를 CNC 공작 기계에 구현하여 실제 가공에서 주기적 외란을 제거해 줌으로써 보다 정밀한 절삭 가공을 할 수 있음을 보인다.

II. 플랜트 모델링과 외란

CNC 공작 기계의 서보 시스템은 테이블, 서보 모터, 전류 제어기와 속도 제어기를 포함하는 서보팩, 그리고 위치 제어기 등으로 구성되어 있다. 그림1은 서보 시스템의 블럭 다이어그램이다. 전류 제어기의 대역폭은 전체 위치 제어 시스템이 갖는 대역폭보다 매우 크므로 상수 이득 K_t으로 모델링 한다. 속도 제어기와 위치 제어기는 각각 비례 적분 제어기와 비례 제어기를 사용한다.

접수일자 : 1998. 11. 11., 수정완료 : 1999. 5. 31.
임 혁 : 서울대학교 전기공학부
최종호 : 서울대학교 전기공학부, ERC-ACI, ASRI
최병갑 : 삼성 전자

표 1. 위치 제어 시스템 모델에 사용된 기호.
Table 1. Parameters used in block diagram of position control system.

J	모터와 테이블 관성 질량 (kgm²)
K_t	토크 상수 (Nt-m/A)
K_{sp}	속도제어기 비례이득
K_{si}	속도제어기 적분이득
K_{pp}	위치제어기 비례이득
K_1	단위 변환 상수 (D/A→ rad/sec)
K_2	단위 변환 상수 (rad → pulse)
r	위치 기준 궤적 (pulse)
u	위치제어기의 출력 (rad/sec)
x	모터의 위치 (pulse)
y	모터의 속도 (rad/sec)
T_F	외란 (Nt-m)

모델링에 사용된 기호들은 표 1에 정리되어 있다. 서보 시스템의 위치 제어는 테이블, 모터와 서보팩으로 이루어진 안정한 속도 제어 시스템, 즉 속도 입력 u로부터 출력 y까지를 플랜트로 보고 이에 되먹임 루프를 추가함으로써 이루어진다. 그림1에서 플랜트의 연속시간 모델 $P_n(s)$을 구하면

$$P_n(s)=\frac{K_tK_{sp}s+K_tK_{si}}{Js^2+K_tK_{sp}s+K_tK_{si}} \tag{1}$$

이 된다. 이산 시간 모델 $P_n(z^{-1})$은 연속시간 모델 $P_n(s)$에 Z변환을 사용하여 얻는다[5].

절삭 가공을 할 때, 위치 오차에 큰 영향을 미치는 외란으로는 마찰력과 주기적 외란이 있다. 마찰력의 많은 모델링 방법 중 고전적인 쿨롱 마찰력(Coulomb friction)/정지 마찰력(stiction) 모델은 공작 기계의 저속에서 비교적 정확한 모델이라고 알려져 있다 [6].

주기적 외란은 공구의 날이 회전하면서 피가공물을 가공할 때 그 충격으로 발생한다. 스핀들 모터의 회전 속도가 w_s (rpm)이고 공구의 날수가 l이라면 주기적 외란의 주파수 f_d는 (2)와 같다.

$$f_d=\frac{w_sl}{60}\ \text{Hz} \tag{2}$$

주기적 외란으로 인하여 생기는 위치 오차의 크기는 공구가 피가공물 안으로 들어가 있는 깊이와 공구의 이송 속도에 관계된다.

따라서 외란은 마찰력과 주기적 외란의 합으로 나타낼 수 있다.

$$T_F=F_{fric}+A_{per}\sin(2\pi f_dt+\theta_d) \tag{3}$$

단, F_{fric}은 마찰력, A_{per}는 주기적 외란의 크기, 그리고 θ_d는 주기적 외란의 위상을 나타낸다.

III. 주기적 외란 제거기

1. 주기적 외란의 보상

주기적 외란의 보상은 그 외란을 추정하여 제어 입력에 되먹임하여 줌으로써 이루어진다. 주기적 외란은 시간에 따라 그 크기가 주기적으로 변하기 때문에 플랜트의 상태로부터 추정된 외란이 되먹임되어 보상이 이뤄지기까지의 시간 지연은 주기적 외란과 추정치 간의 위상 지연으로 나타난다. 제어기의 샘플링 주파수가 $f_s=1/T_s$이고 시간 지연이 n 샘플링 시간, 즉 nT_s일 때 위상 지연 θ_c는

$$\theta_c(n)=2n\pi\frac{f_d}{f_s}\quad (rad/\sec) \tag{4}$$

이 된다. 주기적 외란의 크기 A_{per}가 비교적 잘 추정되어서 $A_{per}=\widehat{A_{per}}$라 가정하면 위상 지연 때문에 발생하는 주기적 외란의 보상 오차 e_{comp}는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}e_{comp}&=A_{per}\sin(2\pi f_dt+\theta_d)-\widehat{A_{per}}\sin(2\pi f_dt+\theta_d-\theta_c)\\&\approx 2A_{per}\sin(\theta_c/2)\sin(2\pi f_dt+\theta_d+(\pi-\theta_c)/2)\end{aligned} \tag{5}$$

보상 오차 e_{comp}는 주기 함수이다. 또한 그 크기는 $2A_{per}\sin(\theta_c/2)$로서 θ_c에 대한 함수이며 $\theta_c\in[0,\pi]$ 구간에서는 θ_c에 따라 증가하고 더욱이 $\theta_c\in[\pi/3,5\pi/3]$ 구간에서는 보상 전 외란의 크기 A_{per}보다 크게 됨을 알 수 있다. 위상 지연은 시간 지연과 샘플링 주파수에 대한 주기적 외란 주파수의 비의 함수인데 제어 시스템에서 샘플링 주파수나 주기적 외란의 주파수는 미리 주어지는 경우가 대부분이므로 주기적 외란을 잘 보상하기 위해서는 시간 지연으로 인한 위상 지연을 최소로 하는 것이 필요하다.

주기적 외란 제거기는 주기적 외란의 주기성을 고려하여 시스템에 들어오는 외란과 추정된 외란의 위상차를 최소화하여 보상하는 구조가 되어야 한다. 그림2는 그림1의 플랜트에 주기적 외란 제거기를 추가한 부분을 나타낸 것으로 u와 y는 그림1과 같이 각각 비례 위치 제어기의 출력과 모터의 속도 출력을 나타낸다. 또한 외란 T_L은 그림1의 T_F를 플랜트 입력에서 나타낸 등가 외란이다.

2. 주기적 외란 제거기의 구조

주기적 외란 보상기는 플랜트 $P(z^{-1})$와 모델 $P_n(z^{-1})$의 출력차로부터 주기적 외란의 추정치 T_E를 구하여 되먹임하는 구조로 되어 있다 [4]. 여기서 $L(z^{-1})$은 저역 통과 필터이며 $W(z^{-1})$는 외란의 주파수에서 플랜트 주파수 응답의 역수를 갖는 필터이다. 이에 대한 자세한 설명은 3절에서 하도록 한다. 이때 주기적 외란 제거기의 전달함수는

$$y=G_{uy}(z^{-1})u+G_{T_Ly}(z^{-1})T_L+G_{\zeta y}(z^{-1})\zeta \tag{6}$$

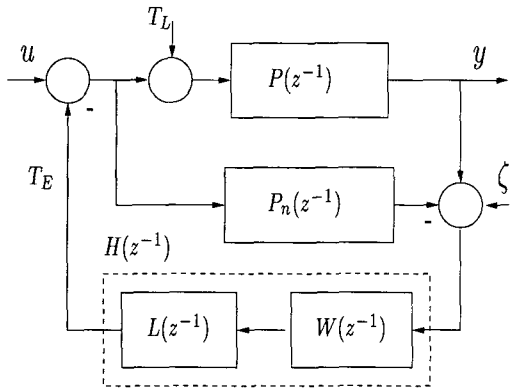


그림 2. 주기적 외란 제거기의 구조.
Fig. 2. Structure of periodic disturbance canceller.

$$G_{uy}(z^{-1}) = \frac{P(z^{-1})}{1+H(z^{-1})\{P(z^{-1})-P_n(z^{-1})\}}$$

$$G_{T_Ly}(z^{-1}) = \frac{P(z^{-1})(1-H(z^{-1})P(z^{-1}))}{1+H(z^{-1})\{P(z^{-1})-P_n(z^{-1})\}} \quad (7)$$

$$G_{\zeta y}(z^{-1}) = \frac{H(z^{-1})P(z^{-1})}{1+H(z^{-1})\{P(z^{-1})-P_n(z^{-1})\}}$$

이다. 단, $H(z^{-1})=L(z^{-1})W(z^{-1})$이다. 그리고 주기적 외란의 추정치는

$$T_E = G_{uT_E}(z^{-1})u + G_{T_LT_E}(z^{-1})T_L + G_{\zeta T_E}(z^{-1})\zeta \quad (8)$$

$$G_{uT_E}(z^{-1}) = \frac{H(z^{-1})P(z^{-1})-P_n(z^{-1})}{1+H(z^{-1})\{P(z^{-1})-P_n(z^{-1})\}}$$

$$G_{T_LT_E}(z^{-1}) = \frac{H(z^{-1})P(z^{-1})}{1+H(z^{-1})P(z^{-1})-P_n(z^{-1})} \quad (9)$$

$$G_{\zeta T_E}(z^{-1}) = \frac{H(z^{-1})}{1+H(z^{-1})\{P(z^{-1})-P_n(z^{-1})\}}$$

이 되며 (9)에서 $P(z^{-1})=P_n(z^{-1})$을 가정하면

$$T_E = H(z^{-1})P_n(z^{-1})\ T_L + H(z^{-1})\ \zeta \quad (10)$$

으로 정리된다. 주기적 외란이 존재하는 주파수 f_d에서 주기적 외란의 추정치가 주기적 외란과 일치하려면 T_L에 대한 T_E의 전달함수 $H(z^{-1})P_n(z^{-1})$의 크기는 1이 되고 위상 지연은 없어야 한다. 따라서 주기적 외란 제거기 $H(z^{-1})$가 만족해야 할 크기와 위상 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$|H(e^{-j2\pi f_dT_s})| = \frac{1}{|P_n(e^{-j2\pi f_dT_s})|} \quad (11)$$

$$\angle H(e^{-j2\pi f_dT_s}) = -\angle P_n(e^{-j2\pi f_dT_s}) \quad (12)$$

외란 추정치에서 잡음 ζ의 영향을 줄이기 위해서는 잡음이 존재하는 비교적 높은 주파수 영역 $\mathcal{T}_n$에서 $|H(e^{-j2\pi f_nTs})|_{f_n\in\mathcal{T}_n}$을 작게 하여야 한다. 만약 (11)을 만족하면 주기적 외란의 크기 A_{per}과 추정치의 크기 $\widehat{A_{per}}$가 같게 되고 (12)를 만족하면 주기적 외란과 추정치의 위상지연 $\theta_c=0$이 되므로 외란의 보상오차 역시 $e_{comp}=0$이 된다.

플랜트가 모델과 모델 오차 $\Delta(z^{-1})$에 대하여 $P(z^{-1})=P_n(z^{-1})(1+\Delta(z^{-1}))$로 주어지면 주기적 외란 제거기는 견실 안정성을 보장하기 위해 다음의 조건을 만족하여야 한다 [7][8][9].

$$|H(e^{-j2\pi fT_s})\ P_n(e^{-j2\pi fT_s})| < \frac{1}{\Delta(e^{-j2\pi fT_s})},\ \forall f \quad (13)$$

위의 조건들을 만족하는 $H(z^{-1})$을 설계를 위해서 선형 위상 저역 통과 필터 $L(z^{-1})$과 필터 $W(z^{-1})=1/P_n(z^{-1})$을 사용한다고 하자. 플랜트 $P(z^{-1})$는 저역 통과 필터이므로 $W(z^{-1})$은 고역통과 필터가 된다. 저역 통과 필터인 $L(z^{-1})$을 사용하여 고주파수 영역에서 $H(z^{-1})$의 이득을 줄여 주어 잡음의 영향을 줄이고 견실 안정성을 보장할 수 있다. 그러나 주기적 외란 제거기 $H(z^{-1})=L(z^{-1})W(z^{-1})$는 주파수 f_d에서 $L(z^{-1})$에 의한 크기 변화와 위상 지연으로 주기적 외란 제거기 조건 (11)(12) 만족하지 못하게 된다. 이 문제를 해결하기 위하여 다음과 같은 방법을 사용하도록 한다.

저역 통과 필터 $L(z^{-1})$를 선형 위상 필터로 구현한다. 그러면 $L(z^{-1})$는 선형 위상을 갖기 때문에 시간 지연은 주파수에 관계없이 일정하게 된다. $L(z^{-1})$의 주기적 외란의 주파수 f_d에서의 크기 $M_L(f_d)$와 시간 지연 D_L은 다음과 같다.

$$M_L(f_d) = |L(e^{-j2\pi f_dTs})| \quad (14)$$

$$D_L = -\frac{\angle L(e^{-j2\pi f})}{2\pi f} \quad (15)$$

또한 이 시간 지연 D_L이 정수가 되게 하여 변형된 모델 $P_m(z^{-1})$을 다음과 같이 나타내자.

$$P_m(z^{-1}) = M_L(f_d)\ z^{-D_L}\ P_n(z^{-1}) \quad (16)$$

그러면 $P_m(z^{-1})$은 $P_n(z^{-1})$에 외란 주파수 f_d에서 $L(z^{-1})$의 주파수 응답 특성, 즉 $L(z^{-1})$에 의한 크기와 위상 왜곡을 반영한 변형된 모델이 된다. $W(z^{-1})$는 $P_n(z^{-1})$대신 $P_m(z^{-1})$에 대해 주파수 f_d에서 $W(e^{-j2\pi f_dT_s})=1/P_m(e^{-j2\pi f_dT_s})$을 만족하도록 설계한다. 즉, $W(z^{-1})$가

$$W(e^{-j2\pi f_dTs}) = \frac{1}{L(e^{-j2\pi f_dTs})P_n(z^{-j2\pi f_dT_s})} \quad (17)$$

을 만족하게 되어 $H(z^{-1})$는 주기적 외란 제거기의 조건을 만족하게 된다.

3. L 필터와 W 필터의 설계

선형 위상을 갖는 필터 $L(z^{-1})$는 각각 FIR(Finite Impulse Response) 필터 형태로서 최소 위상항으로만 구성된 $L_{\min}(z^{-1})$, 최대 위 상항으로만 구성된 $L_{\max}(z^{-1})$, 그리고 단위원 상에 영점을 갖는 항으로만 구성된 $L_{uc}(z^{-1})$의 곱으로 표현될 수 있다 [10].

$$L(z^{-1}) = L_{\min}(z^{-1}) L_{uc}(z^{-1}) L_{\max}(z^{-1}) \tag{18}$$

단,

$$L_{\max}(z^{-1}) = L_{\min}(z) z^{-M_1} \tag{19}$$

이고 M_1는 $L_{\min}(z^{-1})$의 영점 개수이다. $L_{\min}(z^{-1})$은 M_1개의 영점을 단위원안에 가지며 $L_{uc}(z^{-1})$은 단위원 상에 M_0개의 영점을 갖는다. $L_{\max}(z^{-1})$의 영점은 $L_{\min}(z^{-1})$의 영점의 역수이다. $L(z^{-1})$의 차수는 $M = 2M_1 + M_0$가 된다. $L(z^{-1})$의 시간 지연 D_L이 정수가 되기 위하여서는 M이 짝수가 되어야 하는데 여기서는 $M_0 = 0$로 하였다. 그러면 시간 지연 D_L은 $M/2$가 된다. 또한 $L(z^{-1})$이 저역 통과 필터의 주파수 응답을 갖도록 하기 위하여 임펄스 응답은 $M/2$를 중심으로 대칭이 되어야 한다. $L(z^{-1})$가 실수계수를 갖는 선형 필터일 때, z_0가 $L(z^{-1})$의 한 영점이라면 z_0^*, z_0^{-1}, 그리고 $(z_0^{-1})^*$도 영점이 된다. 단 z^*_0은 z_0의 컬레복소수이다. 따라서 $M/4$개의 영점을 결정하면 $L(z^{-1})$의 영점은

$$z_k = r_k e^{j\theta_k}, \quad |r_k| < 1, \quad 0 \le k < \frac{M}{4} \tag{20}$$

이 되고 $L_{\min}(z^{-1})$은

$$L_{\min}(z^{-1}) = \prod_{k=0}^{\frac{M}{4}-1} (1 - z_k z^{-1})(1 - z_k^* z^{-1}) \tag{21}$$

로 표현된다. 그러면 $0L_{\max}(z^{-1})$은 (19)로부터 구한다. $L(z^{-1})$ 의 영점 z_k와 차수 M은 튜닝 (tuning) 변수로서 $W(z^{-1})$ 가 고주파수 영역에서 갖는 이득을 고려하여 이를 충분히 줄일 수 있도록 설정한다. M이 클수록 좋은 저역 통과 필터 특성을 갖게 설계하기 쉬우나 반면에 필터의 차수가 높아지므로 M을 너무 크게 하지 않도록 한다. 선형 위상 저역 통과 필터 $L(z^{-1})$의 직류이득(d.c. gain)이 1이 되게 하기 위하여 정규화 하면

$$L(z^{-1}) = \frac{L_{\min}(z^{-1}) L_{\max}(z^{-1})}{L_{\min}(1)\ L_{\max}(1)} \tag{22}$$

이 된다.

다음으로 외란의 주파수에서 모델 주파수 응답의 역수를 갖는 필터 $W(z^{-1})$의 설계를 생각해 보자. $W(z^{-1})$는 $N-1$차의 FIR 필터라 하고 그 계수들을 $N\times 1$차 벡터 $W(n)$라 하자.

$$W(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n) z^{-i} \tag{23}$$

$$= [\ 1\ z^{-1}\ \dots\ z^{-N+1}\ ]\ W(n) \tag{24}$$

$$W(n) = [\ w_{0(n)}\ w_1(n)\ \dots\ w_{N-1}(n)\ ]^T \tag{25}$$

$W(z^{-1})$는 오프라인 적응(off-line adaptive) 방법으로 구하고 입력 신호로는 주파수 f_d를 갖는 정현파 $s(n)$을 사용한다.

$$s(n) = \sin(2\pi n f_d T_s) \tag{26}$$

변형된 모델 $P_m(z^{-1})$에 입력 $s(n)$을 가하여 얻은 출력을 $x(n)$이라 하고 $X(n)$을 다음과 같이 정의하자.

$$X(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T \tag{27}$$

$W(n)$은 $E = \sum_i |s(i) - W^T(i)\, X(i)|^2$을 최소화 값을 찾으면 되고 이를 다음의 RLS(Recursive Least Square) 방법으로 구한다 [11].

$$K(n) = \frac{R(n-1)\, X(n)}{1 + X(n)^T R(n-1)\, X(n)} \tag{28}$$

$$W(n) = W(n-1) + K(n)\xi(n) \tag{29}$$

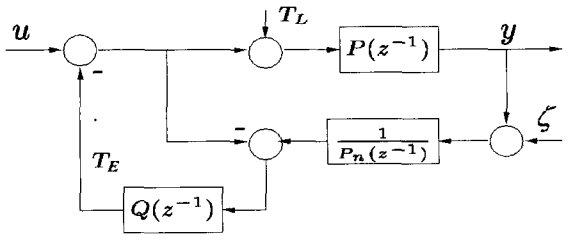
$$\xi(n) = s(n) - W(n-1)^T X(n) \tag{30}$$

$$R(n) = R(n-1) - K(n)\, X(n)^T R(n-1) \tag{31}$$

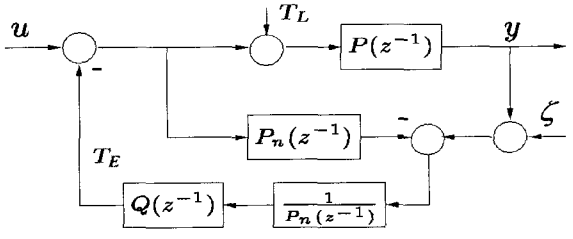
단, 초기값으로 작은 양의 정수 δ에 대하여 $R(0) = \delta^{-1} I$과 $W(0) = 0$을 사용한다.

4. 주기적 외란 제거기의 적용

주기적 외란 제거기는 외란의 주기성을 사용하여 위상 지연이 없도록 외란을 추정 보상하기 때문에 비주기



(a) 일반적인 구조



(b) 등가 구조

그림 3. 외란 관측자의 구조.

Fig. 3. Structure of disturbance observer.

적 외란에 대해서는 보상해 주지 않는다. 주기적 외란 제거기를 일반적인 외란을 보상하는 외란 관측자[7][8][12][13]나 모델 기반 외란 감쇠기[14]와 함께 사용하여 주기적 외란이 가해지는 공작기계의 절삭 공정에 적용하여 보자.

외란 관측자(DOB: Disturbance Observer)는 모델과 Umeno와 Hori가 제안한 Q 필터를 사용하고 마찰력과 같은 외란을 보상하며 그림 3 (a)의 구조를 갖는다 [12].

$$Q(s)=\frac{1+\sum_{k=1}^{K-r} a_k(\tau s)^k}{1+\sum_{k=1}^{K} b_k(\tau s)^k} \tag{32}$$

단, K은 Q 필터의 차수이고 τ는 Q 필터의 시정수이다. r은 Q 필터의 상대차수로서 모델의 상대차수와 같거나 더 커야 한다. a_k와 b_k는 이항계수 $K!/(K-k)!$을 사용한다. 이산시간 $Q(z^{-1})$은 Z 변환을 사용하여 구한다. 그림 3 (b)는 외란 관측자의 등가구조를 나타내는데 외란 관측자의 $Q(z^{-1})$ 필터가 역모델에 곱해져 있는 것을 알 수 있다. 외란 관측자는 Q 필터에 의한 위상 지연이 역모델에 반영되어 있지 않기 때문에 추종된 외란이 Q 필터에 의한 위상 지연을 갖게 되므로 주기적 외란에 대한 보상 성능이 떨어지게 된다. 그림 4는 제안된 주기적 외란 제거기를 내부 루프에 사용하여 주기적 외란을 보상하고 외란 관측자를 바깥 루프에 사용하여 마찰력과 같은 비주기적 외란과 비선형 외란을 보상하도록 한 구조이다.

모델 기반 외란 감쇠기(MBDA: Model Based Disturbance Attenuator) 는 플랜트와 모델의 출력차를 저차의 제어기를 사용하여 되먹임함으로써 외란을 보상하며 그림 5와 같은 구조를 갖는다. 제어 입력 u, 외란 T_L,, 그리고 잡음 ζ에 대한 출력 y의 전달함수는 다음과 같이 표현된다.

$$y=G_u(z^{-1})u+G_{T_L}(z^{-1})T_L+G_\zeta(z^{-1})\zeta \tag{33}$$

$$G_u(z^{-1})=\frac{1+M(z^{-1})P_n(z^{-1})}{1+M(z^{-1})P(z^{-1})}P(z^{-1})$$

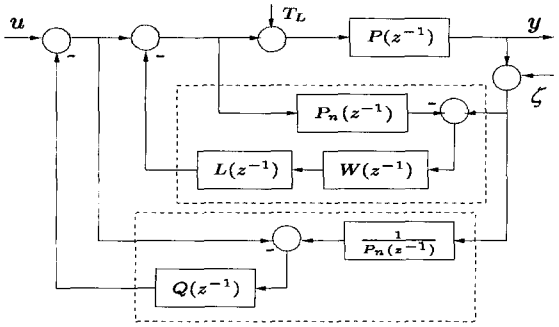


그림 4. 외란 관측자와 주기적 외란 제거기의 구조.
Fig. 4. Structure of disturbance observer plus periodic disturbance canceller.

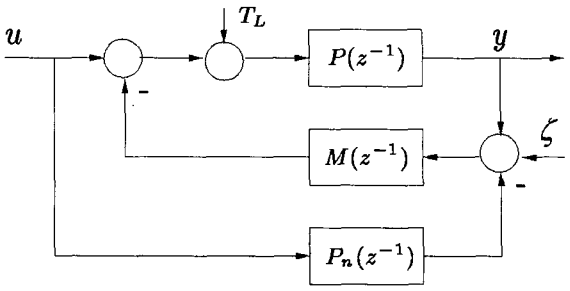


그림 5. 모델 기반 외란 감쇠기의 구조.
Fig. 5. Structure of model based disturbance attenuator.

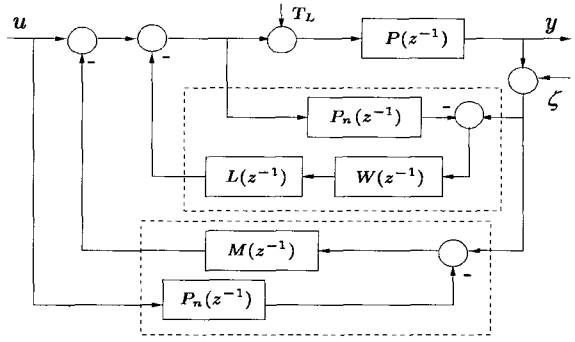


그림 6. 모델 기반 외란 감쇠기와 주기적 외란 제거기의 구조.
Fig. 6. Structure of model based disturbance attenuator plus periodic disturbance canceller.

$$G_{T_L}(z^{-1})=\frac{P(z^{-1})}{1+M(z^{-1})P(z^{-1})} \tag{34}$$

$$G_\zeta(z^{-1})=\frac{M(z^{-1})P(z^{-1})}{1+M(z^{-1})P(z^{-1})}$$

$M(z^{-1})$는 비례적분 제어기를 사용한다. 그러면 (33)으로부터 $M(z^{-1})$의 이득이 커지면 플랜트는 모델을 따라가고 외란은 감쇠됨을 알 수 있다. 모델 기반 외란 감쇠기는 부하 변화에 견실하고 역모델을 사용하지 않으며 구현이 간단한 장점들이 있다 [14]. 그러나 외란을 추정하는 방식이 아닌 고이득 제어기를 사용하여 외란을 줄이기 때문에 주기적 외란까지 보상하기 위해서는 높은 이득을 사용하여야 한다. 그림 6과 같이 제안된 주기적 외란 제거기를 모델 기반 외란 감쇠기와 함께 사용함으로써 마찰력과 주기적 외란을 보다 효과적으로 보상할 수 있다.

IV. 실험 및 결과

통일 중공업의 TNV-40 수직형 CNC 공작 기계와 Pentium 133MHz PC로 구현된 위치 제어기를 사용하여 절삭 실험을 하였다. 위치 제어기의 샘플링 주파수는 1 KHz 이다. 속도 제어기의 입력에 단위 계단 입력을 가하여 구한 단위 계단 응답으로부터 X축과 Y축의 연속 시간 모델 $P_{nx}(s)$와 $P_{ny}(s)$를 얻고 Z변환을 사용하여 이산 시간 모델 $P_{nx}(z^{-1})$와 $P_{ny}(z^{-1})$을 구하였다.

$$P_{mx}(z^{-1}) = \frac{0.1894z^{-1} - 0.1866z^{-2}}{1 - 1.8106z^{-1} + 0.8134z^{-2}} \quad (35)$$

$$P_{my}(z^{-1}) = \frac{0.1425z^{-1} - 0.1404z^{-2}}{1 - 1.8575z^{-2} + 0.8596z^{-2}} \quad (36)$$

절삭 공구로는 지름이 8mm이고 두날을 가진 엔드밀을 사용하였고 스핀들 모터를 1500 rpm로 회전시키면서 피가공물 SS41C를 가공하였다. 외란의 주파수 f_d는 (2)로부터 50 Hz임을 계산할 수 있다.

$L(z^{-1})$는 $W(z^{-1})$의 고주파수 영역의 이득을 줄여주는 역할을 하기 때문에 $W(z^{-1})$의 주파수 특성을 고려하여 설계되어야 한다. 변형 모델 $P_m(z^{-1})$이 아직 구해지지 않았으므로 $P_m(z^{-1})$에 대한 $W(z^{-1})$을 구할 수 없다. 그러므로 먼저 $P_n(z^{-1})$에 대한 $W(z^{-1})$을 구하고 고주파수 영역에서의 이득을 얻어 $L(z^{-1})$의 설계에 사용한다. $P_n(z^{-1})$에 대한 $W(z^{-1})$을 (28)-(31)로부터 구하면 Nyquist 주파수인 500Hz에서 그 크기가 35dB 정도 된다. $L(z^{-1})$이 이를 충분히 줄일 수 있도록 시간 지연 D_L과 z_0, z_1, z_2를 정하였다. 이를 사용하여 $P_m(z^{-1})$과 $W(z^{-1})$를 구한 후 다시 조정하여 그 결과로 $D_L=6, z_0=0.9e^{j0.3\pi}, z_1=0.8e^{j0.57\pi}, z_2=0.85e^{j0.86\pi}$을 얻었다. 12차의 FIR 필터 $L(z^{-1})$는 (21)과 (22)에 위의 영점을 대입함으로써 구해진다.

외란의 주파수 50Hz에서 $L(z^{-1})$의 크기는 $M_L(50)=0.7$이다. X축과 Y축의 변형된 모델 $P_{mx}(z^{-1})$과 $P_{my}(z^{-1})$은

$$P_{mx}(z^{-1}) = 0.7z^{-6}P_{nx}(z^{-1})$$

$$P_{my}(z^{-1}) = 0.7z^{-6}P_{ny}(z^{-1})$$

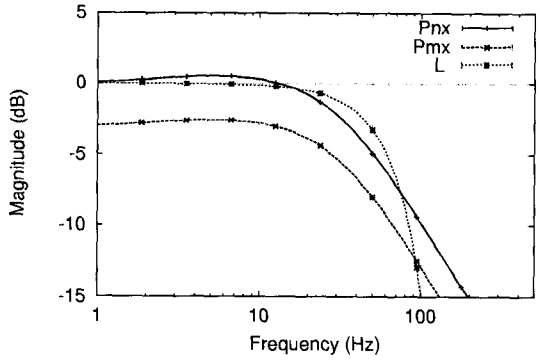
가 된다. 그림 7은 모델 $P_n(z^{-1})$과 변형된 모델 $P_m(z^{-1})$, 그리고 $L(z^{-1})$의 주파수 응답 특성을 나타낸 것이다. 변형된 모델 P_{mx}의 주파수 응답은 $L(z^{-1})$가 주파수 f_d에서 갖는 주파수 응답의 크기와 위상만큼을 모델 P_{nx}에서 뺀 것과 같다. (Y축에 대한 특성은 X축에 대한 특성과 비슷하여 그림에서는 생략하였다.)

X축과 Y축의 변형된 모델에 대한 $W_x(z^{-1})$와 $W_y(z^{-1})$를 구하면 다음과 같다.

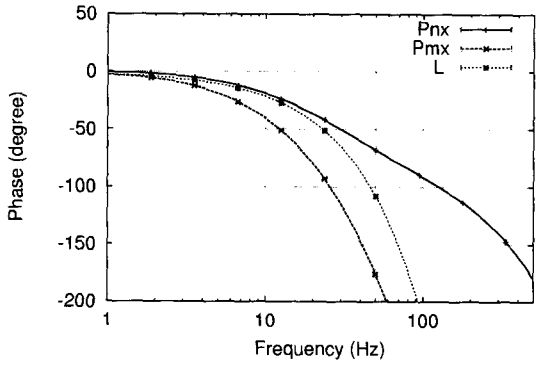
$$W_x(z^{-1}) = 9.915 - 21.856z^{-1} + 11.276z^{-2}$$

$$W_y(z^{-1}) = 13.102 - 29.523z^{-1} + 15.766z^{-2}$$

그림 8에서 $W_x(z^{-1})$의 주파수 응답 특성을 보면 고역 $L(z^{-1})$을 곱하여 구한 주기적 외란 제거기 $H_x(z^{-1})$는 이득이 1에 가까운 주파수 응답 특성을 갖고 주파수 f_d

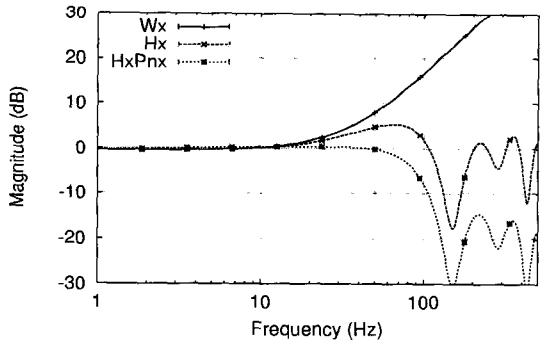


(a) 크기 응답

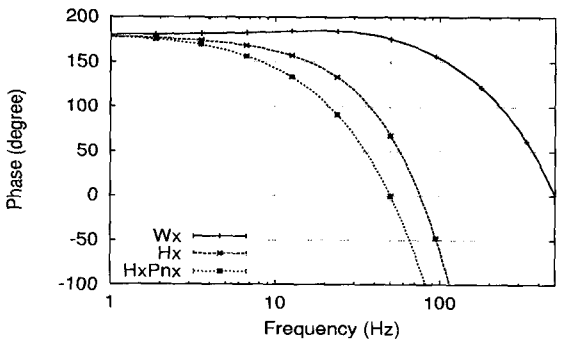


(b) 위상 응답

그림 7. 모델 Pn와 변형된 모델 Pm의 주파수 응답.
Fig. 7. Frequency response of model Pn and modified model Pm.



(a) 크기 응답



(b) 위상 응답

그림 8. 주기적 외란 제거기 H의 주파수 응답.
Fig. 8. Frequency response of periodic disturbance canceller H.

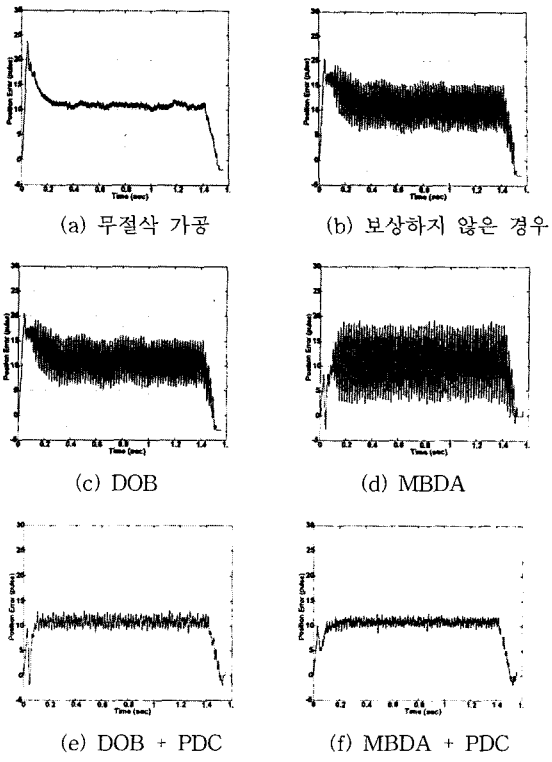
에서 $H_x(e^{-j2\pi f_d T_s}) = 1/P_{nx}(e^{-j2\pi f_d T_s})$이 됨을 알 수 있다. 외란 T_L에 대한 외란 추정치 T_E의 전달함수 $H_x(z^{-1})$ $P_n(z^{-1})$의 주파수 특성을 주파수 f_d에서 살펴보면 크기는 0dB, 위상은 0°가 되어 주기적 외란 제거기는 위상 지연이 없음을 알 수 있다.

5개의 보상 방법으로 실험을 하였다.

a) 외란 보상기를 사용하지 않음
b) 외란 관측자를 사용하여 외란을 보상
c) 모델 기반 외란 감쇠기를 사용하여 보상
d) 외란 관측자와 주기적 외란 제거기를 사용하여 보상
e) 모델 기반 외란 감쇠기와 주기적 외란 제거기를 사용하여 보상

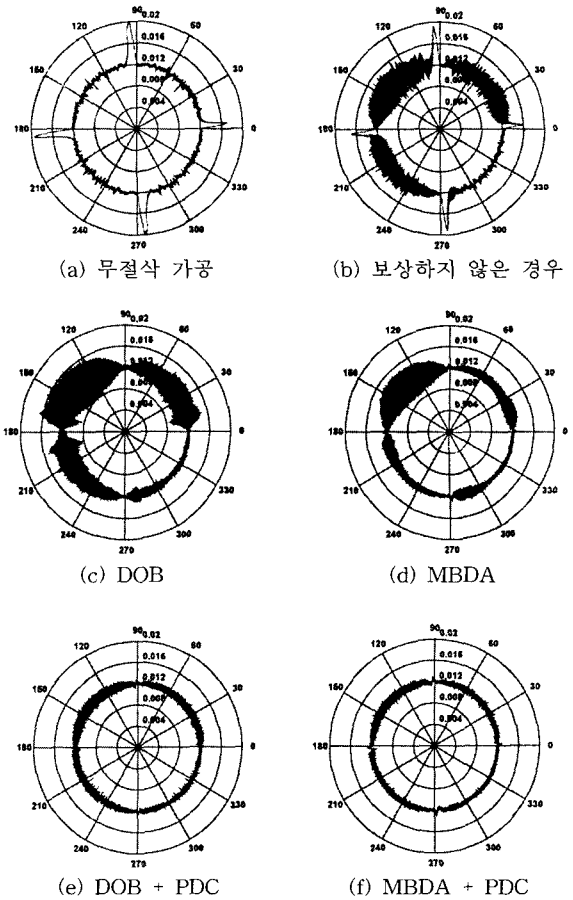
직선 가공에는 X, Y축을 각각 2mm씩 120mm/min 속도로 이동하는 궤적을 사용하였고 원호 가공에는 반지름이 6mm인 원을 120mm/min 속도로 이동하는 궤적을 사용하였다. 두 궤적 모두 사다리꼴 가감속을 사용하였다. 가공 깊이는 3mm이다.

그림 9는 직선 가공의 실험 결과이다. 모터가 초기에 정지 상태에서 움직이기 시작하므로 보상을 하지 않은 경우에는 정지 마찰력에 의한 위치 오차가 크게 나타난다. 외란 관측자와 모델 기반 외란 감쇠기를 사용하여 보상하면 마찰력에 의한 위치 오차가 크게 줄어드는 것을 알 수 있다. 그러나 주기적 외란에 의한 영향은 외란 관측자의 경우 고차의 Q 필터를 사용하였으므로 더 커졌다. 저차의 Q 필터를 사용하면 좀 더 좋은 성능을 얻을 수 있다 [15]. 모델 기반 외란 감쇠기를 사용한 경우 역시 주기적 외란을 잘 보상하여 주지 못하고 있다. 주기적 외란 제거기를 외란 관측자나 모델 기반 외란 감쇠기와 함께 사용하여 보상하면 마찰력과 주기적 외란이 모두 잘 보상됨을 알 수 있다. 마찰력보다 주기적 외란의 영향이 큰 등속 구간에서 RMS(root mean square) 오차를 구하면 각각 (a)0.1271, (b) 0.9406, (c) 1.5144, (d) 0.8987, (e) 0.2616, (f) 0.1802 (pulse, 1pulse = 1/2.4㎛)으로 주기적 외란에 의한 오차가 주기적 외란 제거기에 의해 80% 정도 줄어드는 것을 볼 수 있다. 그림10은 원호 가공의 실험 결과이다. 원호 가공에서는 90° 마다 마찰력에 의한 큰 윤곽오차가 발생한다. 외란 관측자나 모델 기반 외란 감쇠기는 이 오차를 줄여준다. 또한 주기적 외란 제거기를 함께 사용하면 주기적 외란에 대한 보상 성능이 크게 향상됨을 볼 수 있다.



(a) 무절삭 가공 (b) 보상하지 않은 경우
(c) DOB (d) MBDA
(e) DOB + PDC (f) MBDA + PDC

그림 9. 직선 가공의 실험 결과.
Fig. 9. Experimental results of linear cutting.



(a) 무절삭 가공 (b) 보상하지 않은 경우
(c) DOB (d) MBDA
(e) DOB + PDC (f) MBDA + PDC

그림 10. 원호 가공의 실험 결과.
Fig. 10. Experimental results of circular cutting.

V. 결론

본 논문에서는 위상 지연이 없는 주기적 외란 제거기를 제안하였다. 주기적 외란과 위상 지연이 없는 외란의 추정치를 되먹임함으로 주기적 외란을 보상하였다. 주기적 외란 제거기는 선형 위상 저역 통과 필터와 주기적 외란의 주파수에서의 플랜트 주파수 응답의 역수를 갖는 필터로 이뤄져 있다. 선형 위상 저역 통과 필터를 사용함으로써 그 자체에서 발생하는 위상 지연을 정확히 알 수 있으며 이를 모델에 추가함으로써 위상 지연이 없는 주기적 외란 제거기를 구하였다. 일반적인 외란 보상에

쓰여지는 외란 관측자나 모델 기반 외란 감쇠기와 함께 CNC 공작 기계에 구현하여 절삭 가공에서 발생하는 주기적 외란을 잘 보상할 수 있음을 보였다.

참고문헌

[1] W. Messner and M. Bodson, "Design of adaptive feedforward algorithms using internal model equivalence," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 9, pp. 199-212, 1995.

[2] J. Hu and M. Tomizuka, "A digital segmented repetitive control algorithm," *ASMS, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 116, pp. 577-582, Dec. 1994.

[3] L. Guo, "Reducing the manufacturing costs associated with hard disk drives-a new disturbance rejection control scheme," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 2, no. 2, pp. 77-85, June 1997.

[4] B. Widrow and E. Walach, Eds., *Adaptive Inverse Control*, Prentice-Hall, 1996.

[5] C. L. Phillips and H. T. Nagle, Eds., *Digital Control System Analysis and Design*, Prentice-Hall, 1995.

[6] C. Canudas, K. J. Astrom, and K. Braun, "Adaptive friction compensation in dc-motor drive," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. RA-3, no. 6, pp. 681-685, 1987.

[7] H. S. Lee, *Robust Digital Tracking Controllers for High Speed/High-Accuracy Positioning Systems*, Ph.D. Thesis, Mech. Eng. Dept., Univ. California Berkeley, 1994.

[8] S. Endo, H. Kobayashi, C. J. Kempf, S. Kobayashi, M. Tomizuka, and Y. Hori, "Robust digital tracking controller design for high-speed positioning systems," *Control Eng. Practice*, vol. 4, no. 4, pp. 527-536, 1996.

[9] B.A. Francis J. C. Doyle and A. R. Tannenbaum, Eds., *Feedback Control Theory*, Macmillan, 1992.

[10] A. V. Oppenheim and R. W. Schafer, Eds., *Discrete-Time Signal Processing*, Perntice-Hall, 1989.

[11] S. Haykin, Ed., *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 1996.

[12] T. Umeno and Y. Hori, "Robust speed control of servomotors using modern two degrees-of-freedom controller design," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 38, no. 5, pp. 363-368, Oct. 1991.

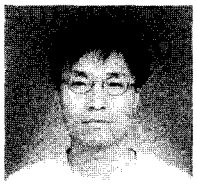
[13] C. J. Kempf and S. Kobayashi, "Discrete-time disturbance observer design for systems with time-delay," *Proc. of AMC '96-Mie, Japan*, vol. 1, pp. 332-337, Mar. 1996.

[14] B.-K. Choi, C.-H. Choi, and H. Lim, "Robust motion control for CNC machining centers in cutting process : Model based disturbance attenuation," *Proc. of 5th AMC*, pp. 310-315, June 1998.

[15] K. Yamada, S. Komada, M. Ishida, and T. Hori, "Characteristics of servo system using high order disturbance observer," *Proc. of IEEE International Conference on Decision and Control*, vol. 3, pp. 3252-3257, 1996.

임 혁

1996년 서울대 전기공학부 졸업. 동대학원 석사(1998), 1998년~현재 동대학 박사과정 재학중. 관심분야는 견실 위치 제어, 적응 제어 및 응용.



최 병 갑

1992년 서울대 제어계측공학과 졸업. 동대학원 석사(1994), 동대학 박사(1999). 1999년~현재 삼성 전자 연구원. 관심분야는 위치 제어, 견실 제어, 신경회로망 및 응용.

최 종 호

제어·자동화·시스템공학 논문지 제3권, 제4호, 참조.