

디젤분무의 미립화 및 액적분열모델(I)

(Atomization and Droplet Breakup Model of Diesel Spray : I)

충북대학교 농업기계공학과
교수 노수영

1. 머리말

디젤분무의 성질은 여러 가지 변수, 즉 노즐 출구의 유동 조건, 노즐 공동 현상, 분류속도 및 난류, 액체와 가스의 물리적 및 열역학적 성질등에 의해 영향을 받는다. 이러한 분무를 이해하기 위해서는 실험과 아울러 이론적이 모델링이 필요하다. 그 중에서 이론적인 모델링을 하기 위해서는 분류(jet)의 미립화 및 분열, sheet의 분열 그리고 액적(droplet)의 분열을 묘사할 수 있는 수학적 모델이 모두 필요하다. 그러나 여기서는 우선 디젤분무의 미립화 및 액적 분열모델에 대해서만 검토하기로 하되 두 번에 걸쳐 나누어 소개하기로 한다.

지금까지 주로 디젤엔진을 대상으로 연구 개발된 미립화 및 액적 분열모델을 관점에 따라 다르겠지만 필자 나름대로 분류해 보면 표1에 나타낸 바와 같다. 우선 이론을 바탕으로한 이론적모델과 실험에 의한 상관관계식을 바탕으로 한 경험적모델로 크게 나눌 수 있다.

이론적 모델에는 Taylor 상사이론을 기초로 한 모델, 액주의 표면에 형성되는 파동의 불안정성 이론을 기초로 한 모델, 노즐의 영향을 고려한 파동성장 및 난류모델 그리고 기존 이론모델을 혼합한 모델등이 속한다.

또 Taylor 상사 모델을 세분하면 5가지로 나눌 수 있다. 가장 먼저 O'Rourke 와 Amsden(1987)에 의해 제안된 Taylor 상사 분열모델(TAB모델), Clark(1988)에 의한 액적 진동모델(Drop Oscillation Model), Ibrahim등(1993)에 의한 액적 변형 및 분열모델(Drop Deformation and Breakup model: DDB모델), Tanner(1997)에 의한 증진 TAB모델(Enhanced TAB model) 그리고 Senda등(1997)에 의한 수정TAB 모델이 해당된다.

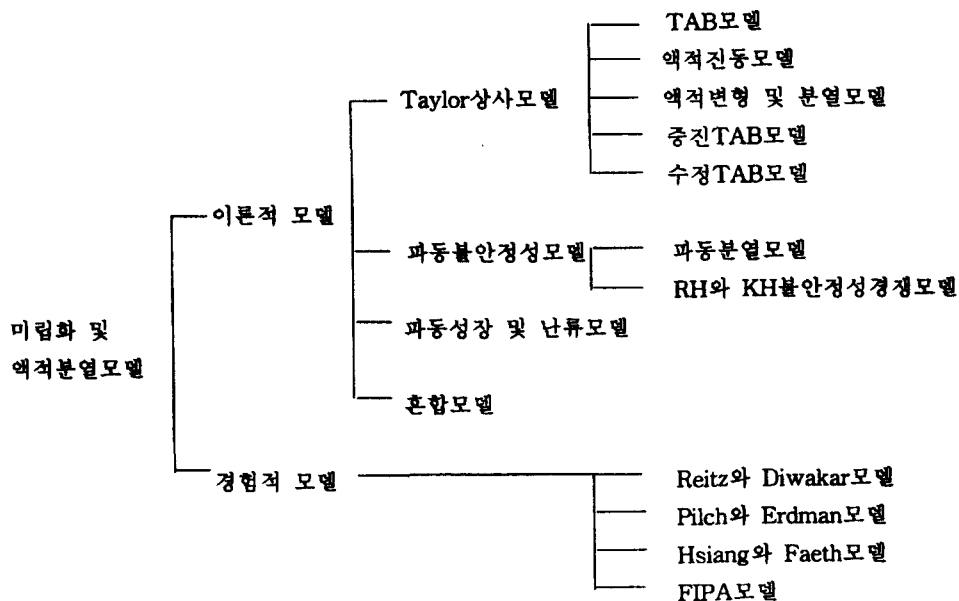


표 1 디젤분무의 미립화 및 액적분열 모델의 분류

또 파동 불안정성 모델에는 Kelvin-Helmholtz(KH) 불안정성 이론을 기초로 한 Reitz(1987)의 파동분열모델(Wave Breakup Model: WB)과 파동분열모델에 Rayleigh-Taylor(RT) 불안정성 이론을 첨가한 R-T 및 K-H 불안정성 경쟁모델(RT and KH instability competing model)이 해당된다.

그리고 경험적모델을 세분하면 4가지로 나눌 수 있다. Reitz와 Diwakar(1986)모델, Pilch와 Erdman(1987)모델, Hsiang과 Faeth(1992)모델 그리고 Habichi 등(1997)에 의한 FIPA(Fractionnement Induit Par Acceleration)모델등이 해당된다.

위와 같은 분류 이외에도 이론적 및 경험적 모델의 변형이 있을 수 있지만 여기서는 표1의 범주에 국한시켜 아래에 각각 개괄적으로 검토하기로 한다. 이러한 모델들의 검토는 기술된 분무 해석의 가능성을 제시할 수 있고 또 위의 몇몇 모델들은 엔진모델링을 위한 공개 코드나 상용코드에 응용되고 있지 않은 모델들도 있다.

이번호에는 이론적 모델 중 Taylor 상사 모델과 파동 불안정 모델에 대해 설명하기로 한다.

2. Taylor 상사 모델

액적 분열에 관한 실험 결과에 의하면 두가지 형태의 분열로 분류될 수 있다. 즉 주머니 형태(bag-type)분열과 전단형태(shear-type 또는 줄무늬 형태 stripping-type)분열과 두 분열 형태 사이의 천이구역이 있고 웨버수에 의해 구분된다.(6.1참조)

이중에서 전단형태의 액체분열에 관한 이론적인 모델은 크게 두가지로 즉 준해석적모델(semianalytical model)과 Taylor상사모델(Taylor analogy model)로 나눌 수 있다(Ibrahim 등,1993). 준해석적 모델의 응용에는 찾아보기 어려우므로 여기서는 Taylor상사모델에 대해서만 다루기로 한다.

Taylor 상사모델은 진동 및 찌그러짐을 동반하는 액적과 스프링-질량계 사이의 상사에 기초하고 있다. 스프링의 복원력은 액체의 표면장력과 유사하고, 질량에 작용하는 외력은 가스의 공기역학적 힘과 유사하며, 감쇠력은 액체점도에 의한 힘과 유사하다. 따라서 감쇠, 강제조화 진동자에 대한 식은 다음과 같이 표현된다.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + d \frac{dy}{dt} + ky = F \quad (2.1)$$

Taylor 상사모델은 식(2.1)에서 m , d , k , 값을 결정하는데 사용하는 방법에 따라서 아래에 세가지 즉 Taylor상사 분열모델(TAB : Taylor Analogy Breakup Model), 액적진동 모델(Drop Oscillation Model), 그리고 액적 변형 및 분열모델(DDB : Droplet Deformation and Breakup model)로 나눌 수 있다. 그 외에 TAB모델과 액적분열 과정을 표현하는 방법을 달리하는 증진 TAB모델(enhanced TAB model : ETAB)과 액적크기분포의 자유도와 계수 값을 변경한 수정TAB모델이 있다. 아래에 각각에 대해 검토하기로 한다.

2.1 TAB 모델

그림 1에 나타난 바와 같이 TAB 모델에서는 액적의 찌그러짐을 변형(또는 찌그러짐) 파라미터 $y=2x/r$ 로 표현한다. 여기서 x 는 평형상태로부터 반경의 증가를 나타내며 r 은 액적 반경이다. 찌그러짐 파라미터 y 에 대한 식은 다음과 같이 주어진다.

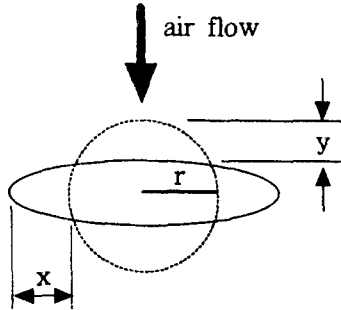


그림 1. TAB 모델의 개념도

$$\ddot{y} + \frac{5\mu_l}{\rho_l r^2} + \frac{8\sigma}{\rho_l r^3} y = \frac{2}{3} \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{U^2}{r^2} \quad (2.2)$$

여기서 ρ 는 밀도, μ 는 점도, σ 는 표면장력, U 는 액적과 가스사이의 상대속도를 나타내며 아래첨자 l 과 g 는 각각 액체와 가스를 나타낸다. 만일 U 를 일정하다고 가정하면 식(2.2)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$y(t) = \frac{We}{12} + \exp(-t/t_d) \left\{ \left(y(0) - \frac{We}{12} \right) \cos \omega t + \left[\frac{y(0)}{\omega} + \frac{y(0) - \frac{We}{12}}{\omega t_d} \right] \sin \omega t \right\} \quad (2.3)$$

여기서 We 는 웨버수 ($= \rho_g r U^2 / \sigma$)이고, $t_d = \frac{2\rho_l r^2}{5\mu_l}$, $\omega^2 = \frac{8\sigma}{\rho_l r^3} - \frac{1}{t_d^2}$ 이다.

2.2에서 설명하는 액적진동 모델과 2.3에서 설명하는 액적변형 및 분열모델에서는 변형파라미터 y 의 정의를 달리하고 있다.

O'Rourke와 Amsden(1987)은 액적분열이 일어나는 필요조건은 $We > We_{crit}$ 이며, 임계 웨버수는 실험에 의해 $We_{crit} = 6$ 으로 정하였다. 점성이 없는 액체에 대해 이 조건은 $y(t) > 1$ 일 때 이루어진다. 웨버수가 임계값에 가까울 때 분열시간은 식(2.3)에서 $\omega t_b = \pi$ (여기서 t_b 는 분열시간)라고 가정하면 결정된다.

$$t_b = \frac{\pi}{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{\rho_l r^3}}{\sigma} \quad (2.4)$$

$We \gg 1$ 일 경우에는 액적은 진동주기의 아주 일부 후에 일어나며(즉 $\omega t_b \ll 1$), $y=1$ 이라고 가정했을 때 식(2.3)의 다음과 같은 가장 작은 양의 근을 분열시간으로 정한다.

$$t_b = \sqrt{3} \frac{r}{U} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad (2.5)$$

TAB모델에서는 모액적의 경로에 수직인 생성액적의 속도를 예측할 수 있어 분무각을 계산할 수 있다. 액적분열시간에서 액적의 equator는 $v = ry/2$ 의 속도로 바깥쪽으로 움직이므로 비점성유체와 $We \gg 1$ 인 조건에서 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{v}{U} = C_v \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\sqrt{\rho_g}}{\rho_l} \quad (2.6)$$

여기서 θ 는 분무각, C_v 는 상수이다.

또 TAB모델에서는 모액적의 분열 후 액적 크기의 예측을 위해 에너지 보존에 기초한 다음 이론식을 제안하였다.

$$4\pi^2\sigma + K\frac{\pi}{5}\rho_l r^5(\dot{y}^2 + \omega^2 y^2) = 4\pi^2\sigma\frac{r}{r_{32}} + \frac{\pi}{6}r^5\rho_l \dot{y}^2 \quad (2.7)$$

여기서 좌변의 첫 번째항은 모액적의 표면에너지, 두 번째항은 진동 및 찌그러짐에서의 에너지를 나타낸다. 그리고 우변의 첫 번째항은 생성액적의 표면에너지, 두 번째항은 모액적의 경로에 수직의 속도성분을 습득함에 의한 운동에너지를 나타낸다. 그리고 r_{32} 는 Sauter 평균반경을 나타낸다. 식(2.7)에서 $y=1$, $\omega^2 = 8\sigma/\rho_l r^3$ 을 사용하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{r}{r_{32}} = 1 + \frac{8K}{20} + \frac{\rho_l r^3}{\sigma} \left(\frac{6K-5}{120} \right) \dot{y}^2 \quad (2.8)$$

여기서 K는 기본적인 진동모드에서 에너지에 대한 진동 및 찌그러짐 에너지의 비율 나타내며 실험적으로 측정된 액적크기로부터 결정되어야만 한다. O'Rourke와 Amsden(1987)은 $K = 10/3$ 을 사용하여 다음 식에 의해 Sauter 평균반경을 계산하였다.

$$\frac{r}{r_{32}} = \frac{7}{3} + \frac{\rho_l r^3}{8\sigma} \dot{y}^2 \quad (2.9)$$

식(2.9)는 주머니 형태 분열영역에서는 $\dot{y}=0$ 이므로 $r_{32} = 3r/7$ 이 되고 전단형태 분열영역 ($We \gg 1$)에서는

$$\frac{r}{r_{32}} \approx \frac{We}{6} \quad \text{또는} \quad \frac{\rho_l U^2 r_{32}}{\sigma} = 6 \quad (2.10)$$

이 된다.

2.2 액적진동모델

TAB모델에서 식(2.2)를 변형시키면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{5N}{Re} \frac{dy}{dt} + \frac{8}{We} y = \frac{2}{3} \quad (2.11)$$

여기서 K는 액체와 가스의 밀도비 ($= \rho_l/\rho_g$), N은 액체와 가스의 점도비 ($= \mu_l/\mu_g$), Re는 레이놀즈수 ($= Ur/\nu_g$), We는 웨버수 ($= \rho_g U^2 r/\sigma$)이다.

이 식에서 y는 평형상태로부터 액적의 equator의 무차원 변위를 나타낸다. 액적 진동모델(drop oscillation model)은 Clark(1988)에 의해 제안된 모델로 y의 정의를 TAB모델과 달리하고 있다. 즉 스프링 질량계에서 힘은 무게중심을 통해 작용하는 것으로 알려져 있고 액적 변형은 액적의 북

쪽과 남쪽 극에서 동시에 일어나기 때문에 작용하는 힘은 액적의 북쪽과 남쪽 반으로 동등하게 나누어져야만 한다. 그리고 작용하는 힘은 equator로부터 거리 $\pm 4r/3\pi$ 에서 액적의 반의 무게 중심을 통해 작용한다. 따라서 식(2.11)에서 y 는 반액적의 무게중심의 변위가 되어야만 한다. 이 모델에서는 액적의 체적 대신에 액적의 단면적이 보존되는 것으로 한다.

이 모델에서 유도된 y 에 대한 식은 다음과 같다.

$$(K+1)\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{9\pi^2(N+1)}{4Re} \frac{dy}{dt} + \frac{\rho\pi^2}{4We} \left(y - \frac{4}{3\pi}\right) = \frac{2}{\pi} \quad (2.12)$$

여기서 y 는 변형된 반액적의 중심과 액적의 equator 사이의 무차원 거리이다. 액적 진동모델을 응용하여 액적의 분열을 해석한 연구는 아직 찾아 보기 어렵다.

2.3 액적 변형 및 분열모델

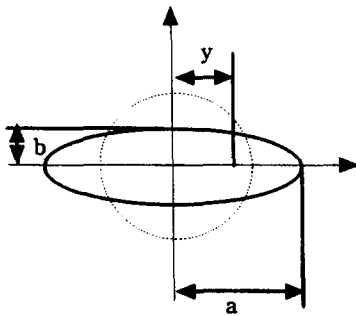


그림 2. 액적변형 및 분열모델의 개념도

위에서 설명한 액적 진동모델은 2차원 선형 모델이므로 액적의 큰 변형의 경우 비선형이라는 것이 명백한데 그 효과를 고려하지 않았다. 이를 보완하기 위하여 Ibrahim(1993)등에 의해 제안된 모델이 액적변형 및 분열 모델 (Drop Deformation and Breakup model : DDB)이다.

이 모델에서는 그림2에 나타낸 바와 같이 긴 반축 a 와 짧은 반축 b 를 갖는 타원체 단면적의 편원 긴구로 순수한 신장 유동에 의해 액적이 변형된다고 가정한다. 따라서 액적 진동모델에서와 같이 반액적의 무게 중심의 운동의 함으로 액적의 동력학에 대한 식을 세운다. 주위와 열교환이 없는 반액적에 대한 방정식에서 내부에너지와 행해진 일을 같게 놓아 다음 식을 기본으로 한다.

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{dW}{dt} \quad (2.13)$$

반액적의 내부에너지는 운동에너지와 포텐셜에너지로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3}\pi^3 \rho_l \frac{dy}{dt} \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) + \frac{9\pi^3 \sigma}{8} y \left[1 - 2\left(\frac{cy}{r}\right)^{-6}\right] \frac{dy}{dt} \quad (2.14)$$

여기서 $c = 3\pi/4$, y 는 그림 2에 나타낸 바와 같이 변형하는 반 액적의 질량 중심으로부터 액적의 equator까지 거리이다. 또 행해진 일은 압력과 점성력으로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\pi}{4} r^2 \rho_a U^2 \frac{dy}{dt} + \frac{8\pi}{3} r^3 \mu_l \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dt}\right)^2 \quad (2.15)$$

식(2.14)와 식(2.15)를 식(2.13)에 대입하고 무차원 양 $y^* = \frac{Y}{R}$, $t^* = t U/r$ 을 도입해서 정리하고 *를 생략해서 표현하면 다음과 같이 된다.

$$K \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{4N}{Re} \frac{1}{y^2} \frac{dy}{dt} + \frac{27\pi^2}{16We} y[1-2(cy)^{-6}] = \frac{3}{8} \quad (2.16)$$

여기서 $K = \rho_l/\rho_g$, $Re = \rho_l U r/\mu_l$, $N = \mu_l/\mu_g$, $We = \rho_g U^2 r/\sigma$ 이다.
그리고 액적분열 근처에서 액적의 운동에너지와 점성에 의한 소산은 무시할 수 있다고 하여 식 (2.16)으로부터 다음 관계가 성립할 때 액적분열이 일어난다.

$$a/r = We/6\pi \quad (2.17)$$

Ibrahim등(1993)은 TAB모델, 액적 진동모델, DDB모델을 Krezczkowski(1980)의 실험 결과와 각각 비교한 결과 DDB모델이 실험치와 가장 잘 맞는다고 하였다. 한편 Liu등(1997)은 이 모델을 벽면 충돌 모델을 개발하는데 사용하였다.

2.4 증진 TAB 모델

기존 TAB 모델에서 생성된 액적의 반경은 에너지 평형 방정식에 의해 결정된다. 일반적으로 디젤엔진 분위기에서 이 모델에 의해 예측된 액적 크기는 실제보다 작다. 이와같은 문제를 해결하기 위해 Tanner(1997)에 의해 제안된 모델이 증진 TAB 모델(ETAB : Enhanced TAB model)이다.

이 모델에서는 기존 TAB 모델의 분열 조건($We_{crit}=6$)을 이용하지만, 액적 분열은 달리 취급한다. 즉 생성되는 액적의 발생을 $dn(t)/dt$ 는 생성 액적의 수에 비례한다고 가정하고, 다음 식으로 표현한다.

$$dn(t)/dt = 3K_{br}n(t) \quad (2.18)$$

여기서, K_{br} 은 비례 상수로 분열 영역에 좌우된다.

모액적과 생성 액적 사이에 질량 보존 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$n(t) = m_0 / \bar{m}(t) \quad (2.19)$$

$$dn/dt = -(m_0 / \bar{m}^2)(d\bar{m}/dt) \quad (2.20)$$

따라서,

$$\frac{d\bar{m}}{dt} = -3K_{br}\bar{m} \quad (2.21)$$

가 된다. 여기서, m_0 는 모액적의 질량이고, \bar{m} 는 생성 액적의 평균 질량이다.

K_{br} 은 다음과 같이 주어진다.

$$K_{br} = \begin{cases} k_1\omega & : We \leq We_t \text{ 인 경우 (bag 분열)} \\ k_2\omega\sqrt{We} & : We > We_t \text{ 인 경우 (Stripping 분열)} \end{cases} \quad (2.22)$$

여기서, k_1 과 k_2 는 실험 결과로부터 액적 크기와 속도를 조화시키기 위해 결정되는 값으로 Tanner(1997)는 $k_1=k_2=1/4.5$ 로 정했다. We_c 는 천이(영역 분리) 웨버수로 Hwang등(1996)은 40을, Liu와 Reitz(1993)는 100을 사용하였지만 Tanner(1997)는 80으로 정하였다. 두 분열 영역 사이의 천이는 서서히 이루어지므로 We_c 값의 선택에 민감하지 않다고 지적하면서 $\Delta We_c = \pm 20$ 의 경우 실제 분무 성질에 큰 변화를 주지 않는다고 하였다.

분열 후에 생성된 액적 분포를 균일 분포라고 가정하고, 다음과 같이 모액적과 생성 액적의 크기를 계산하였다.

$$r/a = \exp(-K_{br}t) \tag{2.23}$$

여기서, a 와 r 은 각각 모액적과 생성 액적의 반경이다.

이 모델에서 모액적의 분열 후 생성 액적의 초기 변형 파라메타는 $y(0)=y'(0)=0$ 로 원래 TAB 모델과 같이 놓지만, 모액적의 경로에 수직인 생성 액적의 속도 예측은 달리 하고 있다. 생성 액적은 다음과 같은 수직 속도를 갖는다고 본다.

$$V_{\perp} = Ax \tag{2.24}$$

여기서, A 는 원래 TAB 모델에서 $A(=C_v)=1$ 로 놓아 모액적의 변형 속도가 생성 액적의 수직 속도 성분으로 100% 변화된다고 보았다. 그러나, 이 모델에서는 모액적과 생성 액적 사이의 에너지 평형 관계로부터 다음 식을 얻어 계산하였다.

$$A^2 = 5C_D/4 + 18(1-a/r_{SMR})/We \tag{2.25}$$

따라서 계수 A 의 값은 액적의 레이놀즈 수에 좌우되며, 모든 모액적의 변형 속도가 생성 액적의 수직 속도 성분으로 바뀌는 것은 아니며, 큰 웨버 수의 경우 약 70%만 바뀐다고 제안하였다. 이 값은 분무각을 예측하는데 크게 영향을 미친다.

또, 분열 시간은 다음 식에 의해 계산한다.

$$t_{bu} = \frac{1}{K_{br}} = \begin{cases} \alpha_1 \sqrt{\frac{\rho_l a^3}{\sigma}} \\ \alpha_2 \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{a}{|U|}} \end{cases} \tag{2.26}$$

여기서, $\alpha_1 = (\sqrt{8}k_1)^{-1}$ 과 $\alpha_2 = (\sqrt{8}k_2)^{-1}$ 이다. 즉, $k_1=k_2=1/4.5$ 이므로 $\alpha_1=\alpha_2=4.5/\sqrt{8}$ 이 된다. 이 값은 연구자마다 다른 값을 택하고 있다. 원래 TAB 모델에서는 $\alpha_1=\pi/\sqrt{8}$ 과 $\alpha_2=\sqrt{3}$ 을 택하고 있고, Reitz와 Diwakar(1987)는 $\alpha_1=\pi/\sqrt{2}$ 와 $\alpha_2=20$ 을 사용하고 있다.

Tanner(1997)는 이 모델을 사용하여, 실험 결과 뿐만 아니라 원래 TAB 모델과 파동분열모델의 예측치와 비교 검토하였다. 분무관통거리, 분무각, SMD 등을 실험치와 파동분열모델 예측치와 비교한 결과 이 모델의 예측치와 비교적 잘 일치하였다. 또, 평균 액적 속도와 평균 액적 지름의 반경방향

분포를 원래 TAB 모델 및 실험치와 비교한 결과 실험치와 잘 일치하여, 원래 TAB 모델보다 훨씬 증진된 예측 능력을 갖추었다고 보고하고 있다.

2.5 수정 TAB 모델

생성된 액적 크기 분포를 TAB 모델에서는 카이제곱(χ^2) 분포 함수를 사용한다. 이 분포함수에서는 자유도의 선택에 따라 크기 분포가 달라진다. TAB 모델에서는 자유도 $\phi=2$ 의 값을 사용한다. 분열 후 액적 크기의 계산식에서 찌그러짐 에너지 비 K를 TAB 모델에서는 $K=10/3$ 을 사용한다.

Senda 등(1997)과 Dan 등(1997)에 의해 제안된 수정 TAB 모델에서는 액적 간의 합침을 고려하지 않을 경우 $\phi=6$ 의 경우 실험 결과와 잘 일치한다고 하였다. 또 $K=0.89$ 의 경우 분사 압력을 55-120 MPa로 변화시킨 조건에서 실험 결과와 잘 일치한다고 하였다. 또 다른 실험 결과와 수정 TAB 모델의 예측 결과를 비교할 때, $K=1$ 로 변화시킨 경우도 있다.

분무 액적의 평균 직경은 ϕ 가 증가할수록 증가함과 동시에 ϕ 의 변화에 따라 크기 분포의 형태가 달라진다. 더 나아가 K를 증가시키면, 노즐 근처에서 더 많은 입자의 분열이 일어나며, 반경 방향으로 작은 액적이 많이 나타나게 된다. 따라서, 이 모델은 실험 결과와 예측치를 비교할 경우 자유도와 찌그러짐 에너지 비만을 간단히 변화시킴에 의해 TAB 모델을 수정 제안한 것이다.

3. 파동 불안정성 모델

이 범주에 속하는 액적분열모델은 분류의 표면에 형성되는 파동의 불안정성에 이론적 근거를 두고 개발된 모델들이다. 즉 파동분열모델과 K-H와 R-T불안정성 경쟁모델이 여기에 속한다. 아래에 각각에 대하여 검토하기로 한다.

3.1 파동분열모델

파동분열모델(wave breakup model)은 축대칭 원통분류의 표면에 형성되는 Kelvin-Helmholtz파의 불안정한 성장의 분석에 근거하여 Reitz(1987)에 의해 개발되었으며 파동불안정성모델(wave instability model)또는 표면파성장모델(surface wave growth model)이라고도 불리운다.

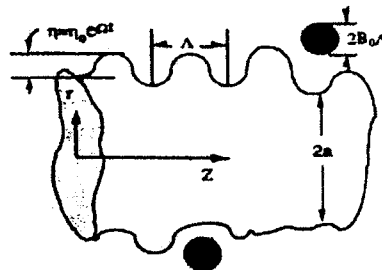


그림3. 파동분열모델의 개념도

정지하고 있는 비압축성가스로 원형오리피스로부터 분출하는 축방향으로의 무한범위의 액주를 생각해 보자(그림 3). 액체표면의 섭동(perturbation)에 대한 안정성은 1계 선형이론을 사용하여 알 수 있다. 액체 표면에 대한 방정식은 $r=a+\eta$ 이며

$$\eta = R[\eta_0 \exp(ikt + \omega t)] \tag{3.1}$$

가 된다. 여기서 η 는 교란되지 않은 위치로부터 반경 방향으로의 표면의 변위, η_0 는 교란의 초기 폭, ω 는 η_0 의 성장률, k 는 파수($=2\pi/\lambda$), λ 는 파장, z 는 축방향 거리, a 는 교란되지 않은 분류의 반경이다.

식(3.1)로부터 결국 다음과 같은 분산방정식을 얻는다.

$$\omega^2 + 2\nu_1 k^2 \omega \left[\frac{I_1'(ka)}{I_0(ka)} - \frac{2kl}{k^2 + l^2} \frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} \cdot \frac{I_1'(la)}{I_1(la)} \right] = \frac{\sigma k}{\rho_1 a^2} (1 - k^2 a^2) \left(\frac{l^2 - k^2}{l^2 + k^2} \right) \frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} + \frac{\rho_2}{\rho_1} (U - i\omega/k)^2 k^2 \left(\frac{l^2 - k^2}{l^2 + k^2} \right) \frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} \frac{K_0(ka)}{K_1(ka)} \quad (3.2)$$

식(3.2)를 수치적으로 풀면 파장 λ 에서 일어나는 최대파동성장률 Ω 가 존재한다는 사실을 알 수 있다. 이 최대파동성장률과 이에 대응하는 파장은 결국 액적의 분열에 주된 요인이라고 생각되는 액체 표면 위의 가장 빠르게 성장하는 파동의 특성을 결정한다.

최대 성장률($\omega = \Omega$)과 그에 일치하는 파장($\lambda = \Lambda$)에 대해 식(3.2)의 해를 곡선적합(curve-fit)하여 Reitz(1987)는 다음과 같이 식들을 구하였다.

$$\frac{\Lambda}{a} = 9.02 \frac{(1 + 0.45\text{Oh}^{0.5})(1 + 0.4\text{T}^{0.7})}{(1 + 0.87\text{We}_2^{1.67})^{0.6}} \quad (3.3a)$$

$$\Omega \left(\frac{\rho_1 a^3}{\sigma} \right)^{0.5} = \frac{0.34 + 0.38\text{We}_2^{1.5}}{(1 + \text{Oh})(1 + 1.4\text{T}^{0.6})} \quad (3.3b)$$

여기서 Oh는 오네소계(Ohnesorge)수($=\text{We}_1^{0.5}/\text{Re}_1$)이고, $\text{T} = \text{Oh}\text{We}_2^{0.5}$, $\text{We}_1 = \frac{\rho U^2 a}{\sigma}$,

$\text{We}_2 = \frac{\rho_2 U^2 a}{\sigma}$, $\text{Re}_1 = Ua/\nu_1$ 이며, 첨자 1은 액체, 2는 가스를 각각 나타낸다. 그리고 Λ 와 Ω 는 액체 표면에서 가장 빠르게 성장하는 파동을 나타낸다. 이 식의 조건으로는 $\text{Oh} \leq 1$ 이고 $\rho_2/\rho_1 < 0.1$ 에서 이고, 보통 분무조건이 이에 해당한다.

액적 분열은 반경 r 을 갖는 새로운 액적이 특성 반경 a 를 갖는 원래 액적으로부터 다음과 같이 형성된다고 가정하여 모델화 한다.

1) $B_0 \Lambda \leq a$ 인 경우

$$r = B_0 \Lambda \quad (3.4)$$

2) $B_0 \Lambda > a$ 인 경우(단지 한번만)

$$r = \min \left[\left(\frac{3\pi a^2 U}{2\Omega} \right)^{0.33}, (3a^2 \Lambda/4)^{0.33} \right] \quad (3.5)$$

여기서 B_0 는 디젤 분무의 경우 0.61(Reitz, 1987, Patterson 등, 1994, Eckhause 와 Reitz, 1995)을 제시하고 있지만 0.6(Liu 와 Reitz, 1993)을 사용하는 경우도 있다.

식(3.4)는 작은 액적이 가장 빠르게 성장하는 또는 가장 불안정한 표면파의 파장에 비례하여 형성된다고 가정한 것이다. 식(3.5)는 분류보다 더 큰 액적에 적용하는 것으로 분류의 교란은 주파수

$\Omega/2\pi$ 를 갖거나, 액적 크기는 하나의 표면과 밑에 포함된 액체의 체적에 의해 결정된다고 가정하고 있다.

액적이 분열되는 시간은 불안정한 액주의 크기가 다음과 같은 속도식에 의해 계속 시간에 따라 변하므로

$$\frac{da}{dt} = -\frac{(a-r)}{\tau} \quad (r \leq a) \quad (3.6)$$

가 된다. 여기서 τ 는 액적분열시간으로 다음과 같다.

$$\tau = 3.726B_1 a / (\Omega A) \quad (3.7)$$

B_1 은 분열시간 상수로 이 값은 인젝터의 특성에 의존하며 Reitz(1987)는 20을, 분사압력 90 MPa 이하의 경우 Patterson등(1994)은 30을 사용하고 있다. 또 Rutland등(1994)은 고속분류에 갑자기 노출된 액적의 경우로 보아 1.73을 사용하고 있다. 또 분사압력 100 MPa 이상에서 60을 사용하고 있는 경우도 있다.

3.2 R-T와 K-H불안정성 경쟁 모델

액체와 가스 사이의 공기역학적 상호 작용에 의해 분열 메카니즘을 표현하는 데는 이상 유동의 상 경계면에서 일어나는 불안정성을 나타내는 3차원 수학적 방정식이 필요하다. 이 불안정성은 보통 Rayleigh-Taylor(R-T) 또는 Kelvin-Helmholtz(K-H) 혼란의 결과이다.(Drazin과 Reid, 1981)

R-T 불안정성은 계가 조밀한 유체의 방향으로 경계면에 수직인 가속을 경험할 때, 조밀한 유체의 관성 때문에 일어난다. 그리고 K-H 불안정성은 상 경계면에서 두 상의 상대적 접선 운동에 의한 점성력의 결과로 일어난다.

위에서 설명한 파동분열 모델은 원통형 축대칭 액체 방울(bolb)의 표면에 형성되는 Kelvin-Helmholtz 형 파동에 기초한 모델로 전단 유동에 의한 액적 분열을 예측할 수 있다.

근래 최신 디젤 인젝터는 아주 고압의 분사 압력으로 작동하기 때문에 분사되는 연료의 초기 속도가 아주 빠르게 된다. 일단 연소실 내에서는 연료는 항력으로 인해 빠르게 감속된다. 결국 R-T 불안정이 액적 분열 메카니즘에 중요한 역할을 하게 된다. 특히, 바람 불어가는 쪽의 액적에서 R-T 불안정계가 발견된다(Hwang 등, 1996).

액체의 점도를 무시하고, 표면장력만을 고려할 때, 가장 빠르게 성장하는 주파수 ω 와 그에 해당하는 파동 수 k 는 다음과 같이 주어진다.

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{\sigma}} \frac{[-g'(\rho_l - \rho_g)]^{3/2}}{\rho_l + \rho_g}} \quad (3.8)$$

$$k = \sqrt{\frac{-g'(\rho_l - \rho_g)}{3\sigma}} \quad (3.9)$$

여기서, $g' = \bar{g} \cdot \bar{j} + \bar{a} \cdot \bar{j}$ 로 이동 방향의 가속도이고, \bar{g} 는 중력에 의한 가속도, \bar{a} 는 액적 가속도 그리고 \bar{j} 는 액적 궤적에 접선 방향의 단위 벡터이다. 대표적인 디젤 연료에 대해(점도 $7.46 \times 10^{-4} \text{ s} \cdot \text{N/m}^2$, 표면장력 $1.774 \times 10^{-2} \text{ N/m}$) 표면장력만 고려했을 때와 표면장력, 점도 모두 고려했을

때 가장 빠르게 성장하는 주파수와 파동수의 값이 거의 일치하는 것이 Ricart 등(1997)에 의해 입증되었다.

이 모델에서 분열 시간은 $\tau=1/\omega$ 과 같이 가정한다. 그런데 어느 시점에서 R-T 모델과 K-H 모델을 쓰느냐를 결정하는 것이 문제가 된다. 우선파장 $2\pi B_2/k$ 을 찌그러진 액적의 직경과 비교를 한다. 찌그러진 액적의 직경은 2.3에서 설명한 액적 변형 및 분열 모델에서 계산한다. 파장이 액적의 직경보다 충분히 더 작다면, R-T 파동이 액적의 표면에서 성장한다고 가정한다. 파동이 액적의 표면에서 성장한다고 예측되었을 때, 파동이 성장하는 시간의 양을 추적하고, 위에서 가정한 분열 시간과 비교한다. 만일, R-T 파동이 충분히 길게 성장하였다면, 액적은 R-T 모델에 의해 분열한다. 그렇지 않으면, K-H 모델이 사용된다.

R-T 모델에 의한 분열 후의 액적 크기를 결정하기 위하여 찌그러진 액적의 주 직경은 R-T 파동의 파장으로 나눈다. 그리고, 그 값은 형성되는 액적의 수를 나타낸다고 가정한다. 그리고나서 액적 개적과 액적 수의 관계로부터 액적 반경을 선택한다.

한편, Ricart 등(1997)에 의하면, R-T 모델을 적용하는 시점을 분열 길이 개념을 도입하여 노즐 근처에서의 분무를 예측한다. 이들은 실험 결과에서 디젤 분무의 관통거리는 분열 길이 내와 그 이상에서 다른 양상을 띠는데 착안하여, 이는 노즐 가까이에서 intact core 또는 churning flow 영역이 존재하기 때문이라고 보았다. 따라서, 노즐 근처의 분무를 해석하기 위하여, 분열 길이라고 하는 노즐로부터 일정한 거리 이상에서 제트가 분열을 시작하는 곳에서 R-T 모델을 적용하였다.

분열 길이는 Levich(1962) 이론에 의한 다음 식으로 계산하였다.

$$L_b = Cd_0 \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad (3.10)$$

여기서 C는 임의 상수로 14를 택하며, d_0 는 노즐 구경이다.

이론적 모델 중 파동성장 및 난류모델과 혼합 모델 그리고 경험적 모델은 다음호에서 설명하기로 한다.

참고문헌

- Clark, M.M.(1988), Drop Breakup in a Turbulent Flow-I. Conceptual and Modeling Considerations, Chem. Eng. Sci., Vol.43, No.3, pp.671-679.
- Dan, T., Takagishi, S., Senda, J. and Fujimoto, H.(1997) Organized Structure and Motion in Diesel Spray, SAE paper 970641.
- Eckhause, J.E. and Reitz, R.D.(1995) Modelling Heat Transfer to Impinging Fuel Sprays in Direct-Injection Engines, Atomization and Sprays, Vol. 5, pp. 213-242.
- Drazin, P.G. and Reid, W.H.(1981) *Hydrodynamic Stability*, Cambridge University Press, pp.14-22
- Habich, C., Verhoeven, D., Huynh Huu, C., Lambert, L., Vanhemelryck, J.L. and Baritaud, T.(1997) Modeling Atomization and Breakup in High-Pressure Diesel Sprays, SAE paper 970881.
- Hwang, S.S., Liu, Z. and Reitz, R.D.(1996), Breakup Mechanisms and Drag Coefficients of High-Speed Vaporizing Liquid Drops, Atomization and Sprays, Vol. 6, pp. 353-376

- Ibrahim, E.A., Yang, H.Q. and Przekwas, A.J.(1993) Modeling of Spray Droplets Deformation and Breakup, *AIAA J. Propulsion and Power*, Vol. 9, No. 4, pp. 652-654.
- Krzeczkowski, S.A.(1980) Measurement of Liquid Droplet Disintegration Mechanisms, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.6, pp.227-239
- Lee, E.J., Huh, K.Y. and Koo, J.Y.(1997) Development of a Diesel Spray Atomization Model Considering Nozzle Flow Characteristics, *Proc. of ICLASS-97*, Aug. 18-22, Seoul, pp. 828-835.
- Levich, V.G.(1962) *Physicochemical Hydrodynamics*, Prentice-Hall, p.648
- Liu, A.B., Mather, D. and Reitz, R.D.(1993) Modeling the Effects of Drop Drag and Breakup on Fuel Sprays, SAE paper 930072.
- Liu, A.B. and Reitz, R.D.(1993) Mechanisms of Air-Assisted Liquid Atomization, *Atomization and Sprays*, Vol. 3, pp. 55-75
- Liu, Z., Liu, Y., Arai, M. and Obokata, T.(1997) Numerical Study of Liquid Fuel Spray Characteristics, *Proc. of ICLASS-97*, Aug. 18-22, Seoul, pp. 804-811.
- O'Rourke, P.J. and Amsden, A.A.(1987) The TAB method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup, SAE paper 872089.
- Patterson, M.A., Kong, S.C., Hampson, G.J. and Reitz, R.D.(1994), Modeling the Effects of Fuel Injection Characteristics on Diesel Engine Soot and NOx Emissions, SAE paper 940523
- Pilch, M. and Erdman, C.A.(1987) Use of Breakup Time Data and Velocity History Data to Predict the Maximum Size of Stable Fragments for Acceleration-Induced Breakup of Liquid Drop, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.13, No.6, pp.741-757.
- Reitz, R.D.(1987) Modeling Atomization Processes in High-Pressure Vaporizing Sprays, *Atomization and Spray Technology*, Vol. 3, pp. 309-337.
- Reitz, R.D. and Diwakar, R.(1987), Structure of High-Pressure Fuel Sprays, SAE paper 870598.
- Ricart, L.M., Xin, J., Bower, G.R. and Reitz, R.D., In-Cylinder Measurement and Modelling of Liquid Fuel Spray Penetration in a Heavy-Duty Diesel Engine, SAE paper 971591, 1997
- Rutland, C.J., Eckhause, J., Hampson, G., Hessel, R., Kong, S., Patterson, M., Pierpont, D., Sweetland, P, Tow, T. and Reitz, R.D.(1994) Toward Predictive Modeling of Diesel Engine Intake Flow, Combustion and Emissions, SAE paper 941897.
- Senda, J., Dan, T., Takagishi, S., Kanda, T. and Fujimoto, H.(1997) Spray Characteristics of Non-Reacting Diesel Fuel Spray by Experiments and Simulations with KIVA II Code, *Proc. ICLASS-97*, Seoul, Korea, pp.149-156.
- Tanner, F.X.(1997), Liquid Jet Atomization and Droplet Breakup Modeling of Non-Evaporating Diesel Fuel Sprays, SAE paper 970050.