

## 디젤분무의 미립화 및 액적분열모델(II)

### (Atomization and Droplet Breakup Model of Diesel Spray : II)

충북대학교 농업기계공학과  
교수 노수영

지난호에서는 디젤 분무의 미립화 및 액적 분열 모델을 분류하고, 이론적 모델 중 Taylor 상사 모델과 파동 불안정성 모델에 대하여 검토하였다. 이번호에서는 이론적 모델 중 파동성장 및 난류모델과 혼합 모델 그리고 경험적 모델에 속하는 4가지 모델을 검토하기로 한다.

#### 4. 파동성장 및 난류모델

이 모델은 기존의 다른 모델에서 노즐에 의한 영향을 고려하지 않고 있으므로 분류의 난류와 공동현상 등을 고려해서 액적의 분열을 해석해야 한다는 개념에 기초하여 Huh와 Gosman(1991)에 의해 제시된 모델이다.

파동성장 및 난류모델은 제트표면에서 무한한 파동성장과 공동현상의 동역학을 포함하는 제트의 난류의 영향 모두를 고려한다. 제트표면에서 초기 섭동(perturbation)은 제트 내 난류의 파동(fluctuation)에 의해 유발된다. 이런 섭동이 어떤 값에 도달하게 되면, 미립화된 액적으로 떨어져 나올 때까지 Kelvin-Helmholtz 불안정성에 의해 시간에 대해 지수함수적으로 성장한다. 섭동의 크기가 0에서 지수함수적 파동 성장 속도는 0이 되므로 초기표면의 섭동을 일으키는데 파동성장메카니즘보다 내부의 난류가 더 영향을 미친다. 여기서 다음과 같은 두 가지 가정을 하고 있다.

첫째 난류길이 스케일은 미립화의 지배적인 길이스케일이므로

$$L_A = C_1 L_t = C_2 L_w \quad (4.1)$$

이다. 여기서  $L_t$  는 난류 길이스케일,  $L_w$  는  $L_t$  에 의해 결정되는 표면섭동의 파장이다. 둘째 미립화의 시간스케일은 난류와 파동성장 시간스케일의 선형적 합으로 표현된다.

$$\tau_A = C_3 \tau_t + C_4 \tau_w = \tau_{spn} + \tau_{exp} \quad (4.2)$$

여기서  $\tau_t$  는 자발적 성장시간인  $\tau_{spn}$  을 결정하는 난류 시간스케일이고,  $\tau_w$  는 지수적 성장시간인  $\tau_{exp}$  을 결정하는 파동성장 시간스케일이다.

식(4.1)과 (4.2)에서  $L_t, \tau_t, \tau_w$  는 다음 식으로부터 얻을 수 있다.

$$L_t = C_\mu \frac{k_a^{3/2}}{\epsilon_a} \quad (4.3)$$

$$\tau_t = C_\mu \frac{k_a}{\epsilon_a} \quad (4.4)$$

$$\tau_w = \frac{1}{\left[ \frac{\rho_f \rho_g}{(\rho_f + \rho_g)^2} \left( \frac{U}{L_w} \right)^2 - \frac{\sigma}{(\rho_f + \rho_g) L_w^3} \right]^{0.5}} \quad (4.5)$$

$$k_a = \frac{U^2 D}{8L} \left[ \frac{1}{C_d^2} - K_c - (1-s^2) \right] \quad (4.6)$$

$$\epsilon_a = k_\epsilon \frac{U^3}{2L} \left[ \frac{1}{C_d^2} - K_c - (1-s^2) \right] \quad (4.7)$$

여기서  $k_a$ 와  $\epsilon_a$ 는 평균 난류 운동에너지와 평균 난류 에너지 소산율이다.  $K_c$ 는 형상 손실 계수로 노즐 입구 형상이 직각 절단형일 경우 0.45이다.  $C_\mu$ 는  $k-\epsilon$  모델에서 주어진 상수로 0.09이다. 상수  $k_\epsilon$ 은 Lee등(1997)의 경우 다차원 노즐 내부 유동 계산과 비교해서 0.27로 조정하였다.  $s$ 는 수축율로 상용코드인 STAR-CD에서는 무시하고 있다. 또  $C_d$ 는 유량계수로 노즐구경과 함께 이미 입력으로 알고 있는 값에 해당한다.

식 (4.5)에서 표면장력 효과를 나타내는 항은 다른 항에 비해 무시할 정도이므로 식(4.5)는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\tau_w = \frac{1}{\left( \frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0.5} \frac{U}{L_w}} \quad (4.5a)$$

이 모델이 STAR-CD에서 응용될 경우 약간의 차이가 있다. 우선 모델적(초기 분사된 액적)은 초기값으로 식(4.3)과 식 (4.4)의 값을 가진다. 그 후 부터 액적내 난류는 시간에 따라 소멸되고 시간에 따라 다음과 같은 관계식으로 표현한다.

즉,

$$L_i(t) = C_\mu \frac{k_a^{3/2}}{\epsilon_a} \left( 1 + C_{a1} \frac{t\epsilon_a}{C_\mu k_a} \right)^{C_{a2}} \quad (4.8)$$

$$r_i(t) = C_\mu \frac{k_a}{\epsilon_a} \left( 1 + C_{a1} \frac{t\epsilon_a}{C_\mu k_a} \right) \quad (4.9)$$

식(4.1)과 식(4.2)에서 4개의 임의의 상수가 있다.  $C_1$ 과  $C_2$ 는 그림과 같은 간단한 개념도에 의해 결정되며,  $C_3$ 와  $C_4$ 는 실험데이터로부터 결정된다. Lee등(1997)의 경우 상수  $C_1$ 은 미립화 길이 스케일,  $L_A$ 는 난류 적분 스케일의 두 배인 지배적 에디 지름과 같다고 보아 2.0으로 하였다. 또 상수  $C_2$ 는 표면과의 반이 체트로부터 2차 액적으로 떨어져 나올 것이므로 개념도로부터 0.5로 하였다.  $C_3$ 과  $C_4$ 는 실험 데이터의 분무각을 조정하여 결정하므로 표2 에 나타낸 바와 같이 차이가 난다.

표 2. 파동성장 및 난류모델에서 상수값

	$C_\mu$	$K_c$	$K_\epsilon$	$C_{a1}$	$C_{a2}$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
STAR-CD	0.09	0.45	0.5	0.92	0.4565	2.0	0.5	1.0	1.5
Lee 등(1997)	0.09	0.45	0.27	0	0	2.0	0.5	1.2	0.5

식(4.1)과 (4.2)에서 미립화 길이 및 시간스케일로부터 분무각, 1차 액적의 분열율, 2차 액적의 분열율, 2차 액적크기분포의 확률밀도함수를 다음 식에 의해 구할 수 있다.

$$\text{분무각} : \tan \frac{\theta}{2} = \frac{L_A / \tau_A}{U} \quad (4.10)$$

$$\text{1차 액적의 분열율} : \frac{dD_p}{dt} = k_1 \frac{L_A}{\tau_A} \text{ 또는 } k_2 \frac{L_w}{\tau_w} \quad (4.11)$$

$$\text{2차 액적의 분열율} : \frac{dD_s}{dt} = k_2 \frac{L_w}{\tau_w} \quad (4.12)$$

$$\text{2차 액적크기분포의 확률밀도함수} : p(x) = c \frac{\phi(x)}{\tau_A(x)} \quad (4.13)$$

여기서  $\phi(x)$ 는 난류 에너지 스펙트럼으로 다음과 같이 주어진다.

$$\phi = C \frac{(k/k_e)^2}{[1 + (k/k_e)^2]^{11/6}} \quad (4.14)$$

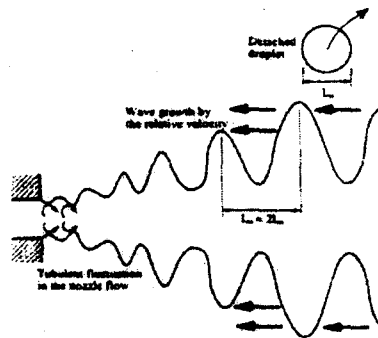


그림 4. 파동 성장 및 난류 모델의 개념도

식(4.14)에서 C는 표준 상태에 의해 결정되며,  $\int_0^\infty p(x)dx = 1.0$ 이고, 또 파동수 k는 액적 크기 x의 역수이며,  $k_e$ 는  $k_e = 1/L_e$ ,  $L_1 = 0.75L_e$  관계에서 구해진다.

확률밀도함수는 수학적 엄밀함보다는 직관적 통찰에 근거한 다음 두 가지 가설에 의해 식을 세운 것이다. 첫째, 크기 x를 갖는 액적수는  $\tau_{app}(x)$ 와  $\tau_{exp}(x)$ 의 합인 분열시간  $\tau_A(x)$ 에 반비례한다. 둘째, 크기 x를 갖는 액적수는 난류 스펙트럼  $\phi(x)$ 에 비례한다.

Lee등(1997)의 경우 식(4.11)과 (4.12)에서 상수  $k_1$ 과  $k_2$ 는 분무관통거리와 액적크기분포에 대한 실험 데이터와 조화시켜 조정하였으며,  $k_1 = 0.05$ 와  $k_2 = 0.01$ 이었다. 그러나 STAR-CD에서는 이러한 관계를 고려하지 않고 약간 수정하여 사용하고 있으며 자세한 사항은 생략하기로 한다.

### 5. 혼합 모델(Hybrid model)

TAB 모델과 파동 분열 모델은 모두 노즐 구멍과 같은 지름으로 분무가 분사되어 미립화 과정이

사작된다고 본다. 이 모델들은 액적의 Sauter 평균 직경과 분무 선단 관통거리에 영향을 주는 일련의 특성 상수들을 포함하고 있다. 이 상수들은 수치계산 결과와 실험 데이터를 상관시키기 위해 조정해야만 하는데 특히 그 중에서도 분열 시간 상수의 수치적 값이 주로 민감하다.

TAB 모델은 분류가 아주 작은 액적으로 너무 빨리 분열되는 경향 때문에 관통거리를 과소 평가하게 된다. 반면에 파동 분열 모델은 미립화 과정의 초기 단계에 잘 맞는다. 따라서 과정이 시작될 때 파동 분열 모델을 사용하여 큰 지름의 액적이 분사되는 것으로 하고, 액적 직경이 분사된 액적의 최대 직경의 95% 이하가 될 때부터 TAB 모델을 사용하는 방법이 제안될 수 있다. 이 방법이 혼합 모델(hybrid model)이다.

이 방법은 Beatrice 등(1995)에 의해 시도되었다. 그 이전에 TAB 모델과 파동 분열 모델을 비교적 고속 유동에 분사하여 얻어진 실험 결과와 비교한 연구도 있다(Liu 등 1993). 그 결과 분무 관통거리의 측정값과 예측값이 어느 모델을 사용해도 잘 맞는다는 결론을 내렸다. 그러나, 중발 분무의 상태 즉, 실제 엔진 연소실 내부에서는 계산된 분무 관통거리는 측정값에 비해 더 작게 나타났다(Gonzales 등 1991).

Beatrice 등(1995)의 결과에 의하면 두 모델 모두 분열 시간에 대한 상수값에 아주 민감하고, 관통 거리에 관한 다른 모델 상수의 영향은 아주 작다. 따라서  $C_k=1$ 과  $B_1=5$  상수값을 택하여 모델 상수의 최적치로 하였다.

표 3. TAB model constants

	AMP0	$C_F$	$C_d$	$C_k$	$C_b$	K	$\varphi$
O'Rourke and Amsden (1987)	0.0	1/3	5	8	1/2	10/3	2
Beatrice et al. (1995)	0.2	1/3	5	1	1/2	10/3	2
Senda et al. (1997)	0.0	1/3	5	8	1/2	0.89	6
Dan et al. (1997)	0.0	-	-	-	-	1.0	6

표 4. Wave Breakup Model constants

	Reitz (1987)	Beatrice et al. (1995)	Liu et al. (1993)
$B_0$	0.61	0.61	0.61
$B_1$	10	5	1.73

파동 분열 모델에서 특히 상수  $B_1$ 의 값이 불확실하다. 값이 차이 나는 이유 중의 하나는 비교적 상대적으로 고속인 액적이 들어갔을 때, 액적의 가속을 고려하지 않으면, 이 가속도는 액적과 가스 사이의 순간적 상대 속도를 감소시키고, 긴 파장이 생겨 결국 긴 분열 시간이 된다(Liu 등1993).

## 6. 경험적 모델

지금까지 검토한 모델들은 이론에 근거하여 개발된 모델이고, 실험에 의한 경험적 상관 관계식에 기초하여 개발된 모델들이 있다. 이에 속하는 것으로 Reitz와 Diwakar(1986)모델, Pilch와 Erdman 모델(1987), Hsiang과 Faeth(1992) 그리고 FIPA모델(1997)등이 있다. FIPA모델을 제외하고 다른 3

가지는 상용코드인 STAR-CD에서 응용되고 있다.

6.1 Reitz와 Diwakar모델

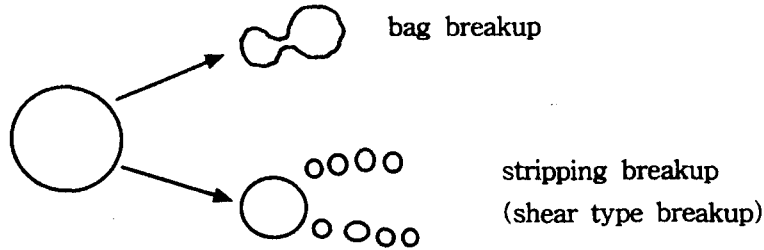


그림5. 두가지 형태의 액적분열 모형도

이 모델은 Taylor 상사모델의 설명에서 언급한 바와 같이 그림 5와 같은 액적분열의 두 가지 형태의 분열영역, 즉 주머니형태와 줄무늬형태 분열영역에서의 경험적 상관관계식을 이용하여 Reitz와 Diwakar(1986)에 의해 제안된 모델이다.

주머니형태 분열에서는 액적주위의 비균일 압력장이 액적을 저압후류(wake)영역으로 팽창하게 하고 결국 표면장력보다 더 커지면 분열하게 된다. 줄무늬형태 분열에서는 액적은 전단되거나 액적표면으로부터 벗겨져 나오는 분열을 하게 된다.

불안정성은  $We_g$ 의 임계값으로 정하는데 주머니형태 분열에서는

$$We_g = \rho_g U^2 r / \sigma > 6.0 \tag{6.1}$$

으로 정한다. 여기서  $We_g$ 는 가스밀도에 기초한 웨버수이고  $r$ 은 액적반경,  $U$ 는 가스과 액적사이의 상대속도,  $\sigma$ 는 표면장력이다. 또 줄무늬형태 분열에서는

$$We_g > 0.5 Re_g^{0.5} \tag{6.2}$$

인 경우에 해당한다. 여기서  $Re_g = 2Ur/\nu_g$ 이고  $\nu_g$ 는 가스의 동점도이다.

각각 분열영역에 해당하는 불안정 액적의 수명은 다음과 같이 표현된다.

$$t_1 = D_1 \frac{\rho_l^{0.5} r^{1.5}}{\sigma^{0.5}} \tag{6.3}$$

$$t_1 = D_2 \frac{r}{U} \frac{\rho_l^{0.5}}{\rho_g^{0.5}} \tag{6.4}$$

여기서  $D_1$ 과  $D_2$ 는 상수로 상용코드인 STAR-CD에서는  $D_1 = \sqrt{2}\pi/2$ ,  $D_2 = 10$ 을 사용하고 있고 Reitz와 Diwakar(1986)는  $D_1 = \pi/\sqrt{2}$ ,  $D_2 = 20$ 을 사용하고 다른 연구자는  $D_2 = 8$ 을 제시하고 있다.

## 6.2 Pilch와 Erdman 모델

이 모델은 Pilch와 Erdman(1987)이 실험에 기초하여 제안한 상관관계식으로 다음과 같이 임계 웨버수보다 액적의 웨버수가 클 때 분열이 일어나는 것으로 본다.

$$We_c = 12[1 + 1.077(Oh)^{1.6}] \quad (6.5)$$

$$We = \rho U^2 d / \sigma \quad (6.6)$$

여기서 Oh는 오네소계(Ohnesorge)수이다(  $= \mu / (\rho d \sigma)^{0.5}$ ). 이 모델에서는 웨버수에 따라 5개의 분열 영역으로 나뉘어진다. 즉 다음과 같이 각 영역에서 웨버수와 무차원 분열시간  $T_b$ 의 관계식이 주어진다.

$$a) \text{ 진동 분열 : } T_b = 6(We - 12)^{-0.25}; 12 \leq We \leq 18 \quad (6.7)$$

$$b) \text{ 주머니형태 분열 : } T_b = 2.45(We - 12)^{0.25}; 18 \leq We \leq 45 \quad (6.8)$$

$$c) \text{ 주머니 및 수술형태 분열 : } T_b = 14.1(We - 12)^{-0.25}; 45 \leq We \leq 350 \quad (6.9)$$

$$d) \text{ sheet 줄무늬형태 분열 : } T_b = 0.766(We - 12)^{0.25}; 350 \leq We \leq 2670 \quad (6.10)$$

$$e) \text{ 파동물마루 줄무늬형태 분열 : } T_b = 5.5; 2670 < We \quad (6.11)$$

분열시간은 다음식에 의해 계산된다.

$$\tau = T_b \frac{d}{U} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad (6.12)$$

또 액적직경의 변화는 다음 식에 의해 계산된다.

$$\frac{dd}{dt} = -\frac{d - d_s}{\tau} \quad (6.13)$$

여기서  $d_s$ 는 안정된 액적직경으로 다음식에 의해 얻을 수 있다.

$$d_s = We_c \frac{\sigma}{\rho U^2} \left(1 - \frac{V}{U}\right)^{-2} \quad (6.14)$$

$$V = U \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)^{0.5} (B_1 T_b + B_2 T_b^2) \quad (6.15)$$

여기서  $B_1 = 0.375$ ,  $B_2 = 0.2274$ 이다.

## 6.3 Hsiang 와 Faeth 모델

이 모델은  $We < 1000$ 에서 적용가능한 액적분열모델로 Hsiang와 Faeth(1992)에 의해 제안된 것이다. 이 범위는 디젤엔진 분무의 응용에서 관심사인 모든 종류의 분열을 다룰 수 있는 범위이다. 분열시간은 다음 식으로 주어진다.

$$\tau = \frac{5}{1 - (Oh/7)} \frac{d}{U} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad (6.16)$$

액적직경의 변화는 Pilch와 Erdman(1987) 모델에서와 같이 계산되지만 안정된 액적직경의 경우만 다음과 같이 다른 식을 택하고 있다.

$$d_s = 6.2d \left( \frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.25} \sqrt{\frac{\mu_l}{\rho_l dU}} \quad (6.17)$$

#### 6.4 FIPA 모델

이 모델은 Habchi 등(1997)에 의해 제안된 것으로 TAB 모델의 경우 분사 압력 40 MPa 이하의 직분식 또는 간접 분사식의 디젤엔진을 모델링하기에 적당하지만, 그 이상의 압력에서는 분무관통거리를 너무 짧게 예측하므로 적당하지 않다고 생각하는 동기로부터 개발된 것이다. 이 모델의 경우 고압 분무의 거동을 예측하기 위해 인젝터를 떠나는 액적인 방울(bolb)의 미립화(1차 분열)를 계산하는데는 파동분열모델을 이용하고, 모든 웨버 수의 조건에서 액적 분열에는 이 모델을 사용하고 있다.

이 액적분열모델은 Pilch와Erdman(1987)의 실험적 상관관계식에 기초한 모델로 기본적인 개념은 파동분열모델과 유사하다. 이 모델의 주된 변수는 분열 시간  $\tau$ 와 안정된 액적의 최대 반경  $R_s$ 이다. 낮은 점성을 갖는 액체로 가정하면, 최대 반경  $R_s$ 는 시간  $\tau$ 에서 액적 직경  $d$ 를 사용하는 웨버 수의 정의와 임계 웨버 수  $We_c = 12$ 라고 가정함에 의해 다음 식으로 표현된다.

$$R_s = 6\sigma / \{\rho_g V_r^2\} \quad (6.18)$$

그리고, 분열 시간  $\tau$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tau = C_1 T_{bu} \epsilon^{-0.5} (d/V_r) \quad (6.19)$$

여기서,  $C_1$ 은 파동 분열 모델에서 상수  $B_1$ 과 유사한 상수이고,  $V_r$ 은 유동장과 액적간의 상대 속도이며,  $\sigma$ 는 액적의 표면장력,  $\epsilon$ 은 가스 밀도에 대한 액체 밀도의 비 ( $\rho_g/\rho_l$ )이며,  $T_{bu}$ 는 무차원 액적 분열 시간이며 식 (6.7)-(6.11)에 의해 계산된다.

이 모델에서 분열 과정은 Sauter 평균 반경  $SMR=R_s$ (모액적)의 새로운 액적이 분열시간 기간  $\tau$  동안 원래 액적으로부터 생성된다는 가정을 하여 모델링한다. 웨버 수가 12보다 큰 불안정한 모액적의 특성 크기(Characteristic Size)  $r$ 은 시간에 따라서 다음 방정식을 따라 계속 변한다.

$$dr/dt = -(r-R_s)/(r-\tau_s)^a \quad (\tau < \tau_s, R_s < r) \quad (6.20)$$

여기서,  $a$ 는 실험데이터와 이 모델의 거동을 맞추기 위한 지수 상수( $a=1.25$ )이다.  $\tau_s$ 는 분열시간  $\tau$ 로부터 경과한 시간이다. 여기서 분열 과정의 초기에  $\tau_s = 0$ 이고, 분열 과정이 반 끝났음을 나타

별 때  $\tau_0 = \tau/2$ 이다.

## 7. 각 모델의 비교

Allocca 등(1994)은 TAB 모델, 파동 분열 모델(WB 모델), 액적 변형 및 분열 모델(DDB 모델) 등 세 가지 모델을 KIVA-II 코드에서 실은 및 높은 주변 가스 밀도 상태와 고온·고압 상태에 대해 적용 가능성을 시험하였다. 분무 관통 거리, 분무각, Sauter 평균 반지름(SMR)에 대해 실험값과 비교한 결과 다음과 같은 내용을 보고하였다.

실온과 높은 주변 가스 밀도 상태에서 분무 관통 거리에 대해서는 WB 모델과 DDB 모델이 비교적 실험값과 잘 맞으며, 분무각은 어떤 모델도 사용하지 않을 경우와 가장 잘 실험값과 일치하였으며, SMR에 대해서는 어떤 모델도 잘 맞지 않았다.

고온·고압의 경우 분무 관통 거리는 TAB 모델과 WB 모델이 비슷한 경향을 보였다. DDB 모델의 경우 분사 초기에 관통 거리가 급하게 증가하다가 나중에 WB 모델의 예측값과 비슷한 값에 도달하는 경향을 보였다. 이 결과를 보면 TAB 모델은 전혀 적당치 않고, WB 모델은 대형 디젤엔진에서와 같이 긴 시간과 공간에 적당하며, DDB 모델은 아주 작은 디젤엔진에서와 같이 짧은 시간과 관통 거리 공간을 갖을 경우 적당하다.

분무각의 경우 DDB 모델이 초기 지정된 값과 가장 가까웠다. Sauter 평균 반지름의 경우 세 가지 모델이 증발 상태하에서 별 차이가 없었다.

## 참고문헌

Allocca, L., Corcione, F.E., Fusco, A., Popetti, F. and Succi, S.(1994) Modeling of Diesel Spray Dynamics and Comparison with Experiments, SAE paper 941895.

Beatrice, C., Belardini, P., Bertoli, C., Cameretti, M.C. and Cirillo, N.C.(1995) Fuel Jet Models for Multidimensional Diesel Combustion Calculation : An Update, SAE paper 950086,

Dan, T., Takagishi, S., Senda, J. and Fujimoto, H.(1997) Organized Structure and Motion in Diesel Spray, SAE paper 970641.

Gonzalez, M.A., Borman, G.L. and Reitz, R.D.(1991), A Study of Diesel Cold Starting using both Cycle Analysis and Multidimensional Calculations, SAE paper 910180

Habich, C., Verhoeven, D., Huynh Huu, C., Lambert, L., Vanhemelryck, J.L. and Baritaud, T.(1997) Modeling Atomization and Breakup in High-Pressure Diesel Sprays, SAE paper 970881.

Hsiang, L.P. and Faeth, G.M.(1992) Near-Limit Drop Deformation and Secondary Breakup, Int. J. Multiphase Flow, Vol.18, No.5, pp.635-652.

Huh, K.Y. and Gosman, A.D.(1991) A Phenomenological Model of Diesel Spray Atomization, Proc. Int'l Conf. on Multiphase Flow, Sep. 24-27, Tsukuba, Japan.

Krzczkowski, S.A.(1980) Measurement of Liquid Droplet Disintegration Mechanisms, Int. J. Multiphase Flow, Vol.6, pp.227-239

Lee, E.J., Huh, K.Y. and Koo, J.Y.(1997) Development of a Diesel Spray Atomization Model Considering Nozzle Flow Characteristics, Proc. of ICLASS-97, Aug. 18-22, Seoul, pp. 828-835.



Liu, A.B., Mather, D. and Reitz, R.D.(1993), Modeling the Effects of Drop Drag and Breakup on Fuel Sprays, SAE paper 930072

O'Rourke, P.J. and Amsden, A.A.(1987) The TAB method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup, SAE paper 872089.

Pilch, M. and Erdman, C.A.(1987) Use of Breakup Time Data and Velocity History Data to Predict the Maximum Size of Stable Fragments for Acceleration-Induced Breakup of Liquid Drop, Int. J. Multiphase Flow, Vol.13, No.6, pp.741-757.

Reitz, R.D.(1987) Modeling Atomization Processes in High-Pressure Vaporizing Sprays, Atomization and Spray Technology, Vol. 3, pp. 309-337.

Reitz, R.D. and Diwakar, R.(1987), Structure of High-Pressure Fuel Sprays, SAE paper 870598.

Senda, J., Dan, T., Takagishi, S., Kanda, T. and Fujimoto, H.(1997) Spray Characteristics of Non-Reacting Diesel Fuel Spray by Experiments and Simulations with KIVA II Code, Proc. ICLASS-97, Seoul, Korea, pp.149-156.