

# 진동방식의 원자간력 현미경으로 표면형상 측정시 발생하는 혼돈현상의 적응제어

## Adaptive Control of the Atomic Force Microscope of Tapping Mode: Chaotic Behavior Analysis

강 동 현, 홍 금 식

(Dong-Hunn Kang and Keum-Shik Hong)

**Abstract** : In this paper, a model reference adaptive control for the atomic force microscope (AFM) of tapping mode is investigated. The dynamics between the AFM system and a sample is mathematically modeled as a second order spring-mass-damper system with oscillatory inputs. The attractive and repulsive forces between the tip of the AFM system and the sample are derived using the Lennard-Jones potential energy. By non-dimensionalizing the displacement of the tip and the input frequency, the chaotic behavior near a resonance frequency is better depicted through the non-dimensionalized equations. Four nonlinear analysis techniques, a phase portrait, sensitive dependence on initial conditions, a power spectral density function, and a Poincaré map are investigated. Because the equations of motion derived in this paper involve unknown parameter values such as the damping effect of the air and the interaction constants between materials, the standard model reference adaptive control is adopted. Two control objectives, the prevention of chaos and the tracking of reference signal, are pursued. Simulation results are included.

**Keywords** : atomic force microscope, chaos, model reference adaptive control, Lennard-Jones potential.

### 1. 서론

탐침 현미경 (Scanning Probe Microscope : SPM) 이란 물질의 표면을 원자단위까지 측정할 수 있는 새로운 개념의 현미경으로써 주사터널효과 현미경 (Scanning Tunneling Microscope : STM), 원자간력 현미경 (Atomic Force Microscope : AFM), 자기력 현미경 (Magnetic Force Microscope : MFM), 측력 현미경 (Lateral Force Microscope : LFM), 힘변조 현미경 (Force Modulation Microscope : FMM), 정전력 현미경 (Electrostatic Force Microscope : EFM), 주사정전용량 현미경 (Scanning Capacitance Microscope : SCM), 전기화학 주사탐침 현미경 (Electrochemistry SPM : EC-SPM) 등을 총칭하는 용어이다. 1세대 광학현미경의 배율이 최고 수천배까지, 2세대 전자현미경의 배율이 최고 수십만 배까지 측정할 수 있는데 비하여, 3세대인 SPM의 배율은 최고 수천만배로서 원자의 크기 (0.1~0.5nm) 까지 관찰할 수 있다. 현재 SPM은 연구용 뿐만 아니라 산업용 분석 및 측정기기로 쓰이고 있으며 연마된 광학렌즈나 증착막의 두께 및 굴곡도 측정에서부터 천연광석의 표면 분석에 이르기까지 전자현미경보다 더 작은 단위로 측정하려는 모든 곳에 응용되고 있다. SPM의 종류에는 측정하려는 시료의 특성과 사용되는 방법에 따라 여러가지 종류가 개발되어 있으나 가장 보편적으로 사용되고 있는 것이 원자간력 현미경이다.

원자간력 현미경은 표면의 형상을 나노단위 ( $10^{-9}$ m)

까지 측정할 수 있으며 도체뿐만 아니라 부도체까지 측정할 수 있다. 그림 1은 원자간력 현미경의 구성도를 보이고 있다. 원자간력 현미경으로 표면을 검사하는 원리는 그림 1에서처럼 팁을 가진 마이크로 외팔보 (micro-cantilever)를 표본 가까이로 접근시켰을 때 표본을 구성하는 원자와 외팔보의 팁을 구성하는 원자간에 작용하는 힘 때문에 일어나는 팁의 운동을 관측하여 표면의 형상을 측정한다. 발생하는 원자간의 힘을 측정하는 방법에는 여러가지가 있지만 그 중 접촉 방식 (contact mode)과 진동방식 (tapping mode)이 가장 많이 사용된다.

접촉방식은 팁과 표본이 서로 접촉한 상태에서 표본을 구성하는 원자와 팁 사이에 작용하는 힘에 의하여

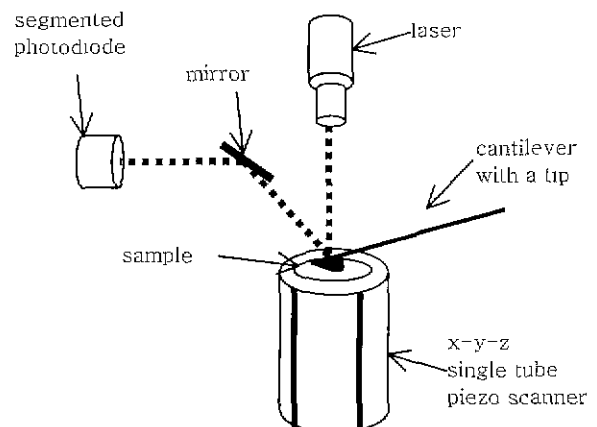


그림 1. 원자간력 현미경의 개요도.

Fig. 1. A schematic of the atomic force microscope.

접수일자 : 1999. 1. 15., 수정완료 : 1999. 8. 27

강동현 : 부산대학교 대학원 지능기계공학과

홍금식 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

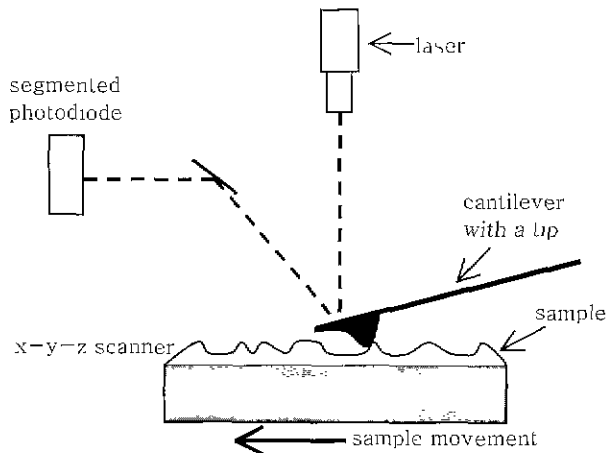


그림 2. 접촉방식 표면검사의 개략도.  
Fig. 2. A schematic of the contact mode operation.

발생하는 외팔보의 변위를 측정하여 표면을 측정한다. 그림 2는 이러한 접촉방식을 나타내고 있다. 여기서 외팔보의 변위의 측정은 외팔보에서 반사되어 광다이오드(photodiode)에 비춰지는 레이저의 위치차이를 이용하여 구하여진다. 그러나 접촉방식은 도체와 부도체의 표본을 모두 검사할 수 있다는 장점이 있지만 생물체의 막과 같은 약한 표본의 경우에는 표면이 손상될 수 있고 정확한 이미지를 얻을 수 없다는 단점을 가지고 있다. 측정과정에서 표면이 손상되는 첫번째 이유는 표본의 표면위에 존재할 수 있는 흡착가스(adsorbed gas)로 인해 팁이 표본에 작용하는 힘이 증가되기 때문이다. 즉 팁이 응축된 수증기나 먼지들로 생성된 흡착가스층과 접촉하게 되면 모세관현상에 의하여 가스층이 팁을 당기게 된다. 이 과정에서 팁이 표본에 작용하는 전체적 힘은 증가되면서 표면을 손상시키게 된다. 두번째 이유는 팁이 표면에 접촉된 상태에서 이끌릴 때 표면에 작용하는 측력(lateral force)이다. 이러한 측력은 팁이 표본에 작용하는 수직력과 팁의 주사속도에 관계된다. 즉 외팔보에 인가한 힘이 크고 주사속도가 증가하면 측력도 또한 증가한다. 따라서 표본이 받는 수직력 및 수평력은 표본이 손상될 수 있는 직접적인 원인이 된다고 할 수 있다.

접촉방식이 갖고 있는 이러한 단점을 해결하기 위하여 개발된 것이 진동방식이다. 그림 3에서 보여지는 진동방식은 압전발진기(piezo oscillator)로 외팔보를 공진주파수(약 50,000~500,000 Hz)까지 진동시키고 진동하는 외팔보를 표본의 표면까지 접근시킨다. 접근된 외팔보는 아주 짧은 진동주기로 표본의 표면을 가볍게 두드린다. 이것은 접촉방식의 관점에서 보면 외팔보의 팁이 진동주기만에 여전히 표면에 접촉되어 있는 상태지만 아주 짧은 시간동안의 접촉이므로 접촉방식의 단점인 측력을 줄일 수 있다. 또한, 팁이 진동을 하면서 표면과 접촉하기 때문에 표면위에 존재할 수 있는 흡착가스에 의한 접착력을 극복하면서 표면을 검사할 수 있는 장점을 가진다.

그러나 진동방식에서 외팔보의 거동이 혼돈현상

(chaos)을 나타낼 수 있다는 것이 실험을 통해 보고되고 있다[1]. 진동방식에서 발생하는 혼돈현상은 표면의 정확한 측정정보를 얻을 수 없게 하므로 표면측정시 절대적으로 제거되어야 하는 현상으로 간주되고 있다. 본 논문에서는 [1]을 동기로 하여 AFM 시스템에서 발생하는 혼돈현상의 제어에 관한 연구가 수행된다.

Ott 외 2인[2]은 시스템 내의 변동가능한 파라미터에 작은 섭동(perturbations)을 주어 이상 끌개(strange attractor)내에 존재하는 불안정한 주기궤도(unstable periodic orbit)를 안정화시키는 알고리즘을 소개하고 있다. Chen과 Dong[3], Pyragas[4]는 고전적인 되먹임에 기초를 둔 알고리즘을 제시하였으며, Hartley와 Mossayebi[5]는 고전제어기법인 PID제어기를 사용하였다. 최근에는 혼돈현상을 제어하기 위한 적응제어 알고리즘도 다수 소개되고 있다. Hübler[6]는 실험값으로부터 혼돈현상맵을 재구성하여 모델링 오차를 보상하는 적응제어 알고리즘을 사용하였고, Qammer와 Mossayebi[7]는 Hübler가 언급한 두 단계의 적응제어 알고리즘과 고전적인 모델기준 적응제어 기법을 사용하였다. 고전적인 적응제어 알고리즘과는 달리 Fradkov와 Pogromsky[8]는 속도구배백터를 활용하는 모델기준형 적응제어 알고리즘을, Brandt외 3인[9]은 자기회귀 자기동조 되먹임 제어기법(auto-regression self-tuning feedback control)을 각각 제시하였다. Nijmeijer와 Berghuis[10]는 적응제어에서 널리 사용되고 있는 Lyapunov기법을 사용하여 혼돈거동을 가지는 Duffing oscillator를 제어하였다.

Ashhab외 3인[11]은 AFM에서 발생하는 혼돈현상을 제어하기 위해 먼저 van der Waals 위치에너지를 사용하여 외팔보와 팁에 작용하는 인력만을 가지고 시스템을 모델링하였다. 또한, Melnikov이론에 기초하여 혼돈현상이 발생하는 파라미터 구간의 존재를 증명하였으며, 이 이론을 이용하여 혼돈현상의 발생을 억제하는 상태 되먹임 제어기를 설계하였다. 그러나 [11]에서 설계된 제어기는 미지의 파라미터를 가지는 시스템과 비선형시스템에 대해서는 적용하기 어려운 단점을 가지고 있다.

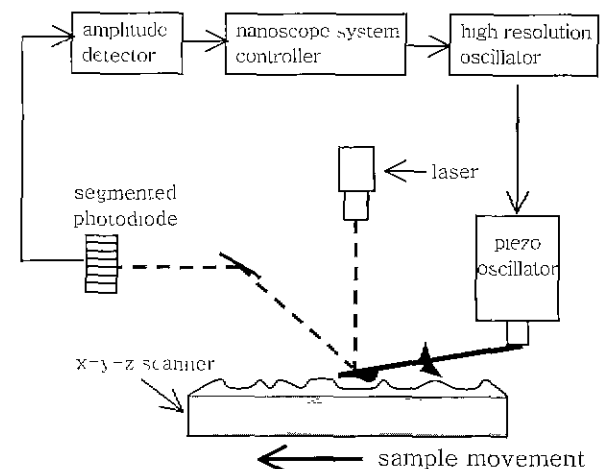


그림 3. 진동방식 표면검사의 개략도.  
Fig. 3. A schematic of the tapping mode operation.

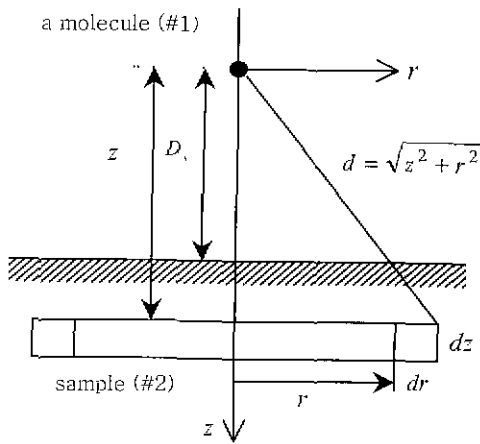


그림 4. 팁의 한 개의 분자와 표본 사이의 상호작용.  
Fig. 4. Interaction between a molecule in the tip and the sample.

본 논문의 공헌은 다음과 같다. 먼저, 제어를 목적으로 하여 진동방식의 AFM시스템에 대한 수학적 모델이 유도된다. 팁과 표본사이에서 작용하는 인력(attractive force)과 반발력(repulsive force)은 르나드-존스 위치에너지(Lennard-Jones potential energy)의 관계식으로부터 유도된다[12]. 둘째, AFM 시스템의 공진주파수는 매우 높은 반면에 진폭은 아주 작으므로 공진주파수 부근의 거동을 보다 정성적으로 살펴보기 위하여 외팔보의 변위와 속도가 무차원화 된다. 셋째, 진동방식의 AFM 시스템에 있어서 팁의 질량, 외팔보의 스프링상수값 그리고 진동진폭에 관련되어 혼돈현상이 발생되고 있음을 네가지의 비선형시스템 해석기법을 사용하여 보인다. 넷째, 혼돈현상의 발생시 이를 제어하기 위하여 적응제어 법칙이 유도된다. 적응제어의 필요성은 동일한 AFM 시스템이라 하더라도 관찰되는 표본의 물리적 성질에 따라서 표본과의 작용력이 달라지기 때문에 즉, 플랜트의 계수가 달라지기 때문에, 혼돈현상 발생시의 정확한 계수값을 규명할 필요가 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 원자간력 현미경을 르나드-존스 위치에너지 방정식을 사용하여 수학적으로 모델링한다. III장에서는 유도된 수학적 모델식을 가지고 비선형 해석기법을 사용하여 혼돈현상이 발생하는 비선형시스템 파라미터를 구한다. IV장에서는 발생하는 혼돈현상의 제거를 위한 모델기준 적응제어 알고리즘을 유도하고, V장에서는 시뮬레이션을 통하여 구현된 적응제어기의 성능을 확인한다. VI장에서는 본 논문의 결론을 제시한다.

## II. 원자간력 현미경의 수학적 모델링

### 1. 분자간의 힘

한쌍의 분자간에 작용하는 위치에너지는 르나드-존스 위치에너지로 다음과 같이 나타낼 수 있다([12], p. 113).

$$p(d) = \frac{c_1}{d^{12}} - \frac{c_2}{d^6} = 4p_{\min} \left[ \left( \frac{\sigma}{d} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{d} \right)^6 \right] \quad (1)$$

여기서  $p(d)$ 는 두 분자간의 위치에너지를 나타내고,  $d$ 는 두 분자간의 거리,  $\sigma$ 는 분자직경,  $c_1$ 과  $c_2$ 는 상호작용 상수, 그리고  $-p_{\min}$ 은 최소 위치에너지이다([12], p. 10). 한쌍의 분자간에 작용하는 힘은  $-\partial p(d)/\partial d$ 로 구해지는데, 음의 위치에너지는 인력을 그리고 양의 위치에너지는 반발력을 나타낸다.

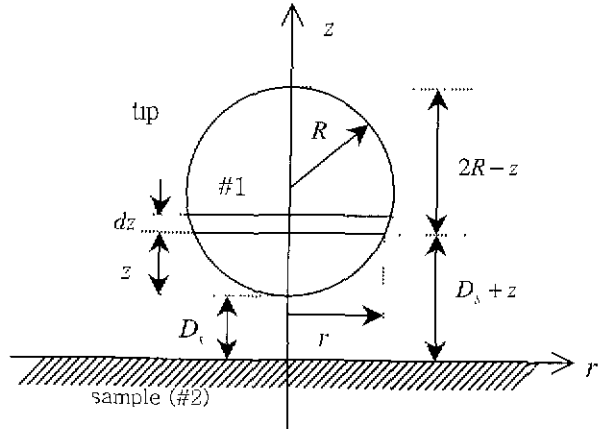


그림 5. 외팔보의 팁과 표본 사이의 상호작용.  
Fig. 5. Interaction between the tip and the sample.

팁과 표본 사이에 작용하는 힘을 계산하기 위해 먼저 팁의 하나의 분자와 표본 사이에 작용하는 위치에너지를 구하여 보자. 그림 4는 하나의 분자와 표본의 표면과의 관계를 보이고 있다. 표본에서 절단된 단면적이  $dz$ 이고 반경이  $r$ 인 원형링 안에 포함된 모든 분자들은 분자 #1과 거리  $d = \sqrt{z^2 + r^2}$ 만큼 떨어져 있다. 여기서  $n_2$ 를 표본 #2의 단위체적당 분자수라고 가정한다. 또한, 원형링 안에 존재하는 모든 분자수는  $n_2 2\pi r dz$ 이 된다. 따라서, 분자 #1과 표본 사이에 작용하는 위치에너지는 원형링의 분자수와 (1)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다([12], p. 156).

$$\begin{aligned} p(D_s) &= \int_{z=0}^{\infty} \int_{r=0}^{\infty} 2\pi n_2 \left( \frac{c_1}{(z^2 + r^2)^6} - \frac{c_2}{(z^2 + r^2)^3} \right) r dr dz \\ &= -\frac{2\pi n_2 c_1}{10} \int_{z=D_s}^{\infty} \frac{dz}{z^{10}} + \frac{2\pi n_2 c_2}{4} \int_{z=D_s}^{\infty} \frac{dz}{z^7} \\ &= \frac{2\pi n_2 c_1}{90 D_s^9} - \frac{2\pi n_2 c_2}{12 D_s^6} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $D_s$ 는 표본과 분자간의 거리이다.

이제, 그림 5와 같이 원자간력 현미경의 팁과 표본 사이의 관계를 살펴보자. 표본과  $z + D_s$ 만큼 떨어져 있는 원판(disk) #1에 대하여 (2)를 적용하고, 이것을 구(sphere)로 확장하면 최종적인 구와 표면사이에서 작용하는 위치에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p(D_s) &= \int_{z=0}^{2R} n_1 \pi r^2 \left( \frac{2\pi n_2 c_1}{90(D_s + z)^9} - \frac{2\pi n_2 c_2}{12(D_s + z)^6} \right) dz \\ &= 2\pi^2 n_1 n_2 c_1 \int_{z=0}^{2R} \frac{(2R - z)z}{90(D_s + z)^9} dz \\ &\quad - 2\pi^2 n_1 n_2 c_2 \int_{z=0}^{2R} \frac{(2R - z)z}{12(D_s + z)^6} dz, \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $n_1$  은 구의 단위체적당 분자수이고, 원판에 대한  $J^2=(2R-z)z$  의 관계식이 사용되었다. (3)에서  $R \gg D$ , 라고 가정하면,

$$p(D_s) \cong \frac{2A_1}{90} \int_{-z_0}^0 \frac{2Rz}{(D_s+z)^9} dz - \frac{2A_2}{12} \int_{-z_0}^0 \frac{2Rz}{(D_s+z)^7} dz \quad (4)$$

$$= \frac{AR}{1260D_s^6} - \frac{A_2R}{6D_s^2}$$

이 얻어진다. 여기서  $A_1 = \pi^2 n_1 n_2 c_1$ ,  $A_2 = \pi^2 n_1 n_2 c_2$  이다.  
 2. 팁-표본 운동방정식

그림 6은 스프링-질량 시스템으로 단순화된 외팔보와 표본과의 상호관계와 팁에 작용하는 힘의 자유물체도를 보이고 있다. 팁과 표본사이에 작용하는 힘  $F$ 는 (4)를  $D_s$ 에 대해 편미분함으로써 구하여진다.

$$F = -\frac{\partial p(D_s)}{\partial D_s} = \frac{AR}{180D_s^8} - \frac{A_2R}{6D_s^2} \quad (5)$$

$$= \frac{AR}{180(z_0+z)^8} - \frac{A_2R}{6(z_0+z)^2}$$

이제, 그림 6의 자유물체도에 대하여 뉴턴의 제 2법칙을 적용하면 다음의 운동방정식이 얻어진다.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = \frac{A_1R}{180(z_0+z)^8} - \frac{A_2R}{6(z_0+z)^2}, \quad (6)$$

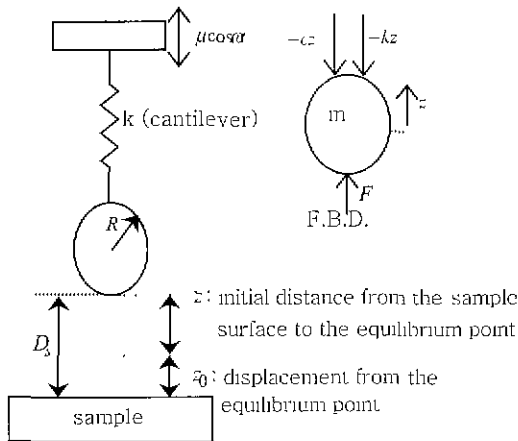


그림 6. 외팔보의 모델링.  
 Fig. 6. A modeling of the tip vibration.

여기서  $c$ 는 공기마찰에 의한 감쇠계수를 나타낸다.

이제, 그림 6에서 외팔보의 지지점을  $\mu \cos \omega t$ 로 진동시킨다고 가정하여 보자. 이러한 진동은 팁에  $k\mu \cos \omega t$ 의 힘을 가하는 것이 된다. 새로운 변수  $f = k\mu/m$ 을 도입하면, AFM의 최종적인 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = \frac{AR}{180(z_0+z)^8} - \frac{AR}{6(z_0+z)^2} + mf \cos \omega t \quad (7)$$

또한, (1)로부터  $A_1/A_2 = c_1/c_2$ 이고  $c_1/c_2 = \sigma^{12}/\sigma^6$ 이므로,  $A_1 = A_2 \sigma^6$ 이 성립한다. 따라서 (7)의 양변을  $m$ 으로 나누면 다음이 얻어진다.

$$\ddot{z} + \omega_1^2 z = \frac{\gamma \sigma^6 \omega_1^2}{30(z_0+z)^8} - \frac{\gamma \omega_1^2}{(z_0+z)^2} + f \cos \omega t - \frac{c}{m} \dot{z}, \quad (8)$$

여기서  $\omega_1 = \sqrt{k/m}$ ,  $\gamma = A_2 R / 6k$ 이다. 상태변수  $z_1 = z$ ,  $z_2 = \dot{z}$ 을 도입하면 (8)의 상대방정식은 다음과 같다.

$$\dot{z}_1 = z_2, \quad (9)$$

$$\dot{z}_2 = -\omega_1^2 z_1 + \frac{\gamma \sigma^6 \omega_1^2}{30(z_0+z_1)^8} - \frac{\gamma \omega_1^2}{(z_0+z_1)^2} + f \cos \omega t - \frac{c}{m} z_2.$$

끝으로 (9)는 외팔보의 진동입력 때문에 시변시스템의 형태가 됨을 주목한다.

III. 혼돈현상의 발생과 파라미터 구간

비선형시스템은 선형시스템과는 달리 특정의 파라미터 변화에 매우 민감할 수 있다. 그 결과로 파라미터 값이 미소하게 변화함에도 불구하고 상태공간에서 다양한 궤적 즉, 상수해, 주기해(periodic solution), 준주기(quasi-periodic)해, 혼돈현상 등이 발생할 수 있다. 본 장에서는 AFM 시스템에 있어서 팁의 질량, 외팔보의 스프링상수, 진동진폭의 관계에 따라 혼돈현상이 발생하며, 혼돈현상을 발생시키는 파라미터 값의 변화를 조사한다. 먼저 비선형 해석기법인 위상묘사(phase portrait), 초기 상태에 대한 민감성(sensitive dependence on initial conditions), 파워스펙트럼(power spectrum), 포인카레 사상(Poincaré map) 등을 통하여 혼돈현상의 발생을 확인하고 이러한 방법들을 종합함으로써 혼돈현상이 발생하는 정확한 파라미터구간을 찾아내기로 한다.

시스템의 가진진폭과 공진주파수 부근에서의 거동을 정성적으로 보다 자세히 관찰하기 위하여 (9)를 무차원화시킨다[13]. 즉, (9)의 양변을  $z_s = \frac{3}{2}(2\gamma)^{1/3}$ 으로 나누고, 시간을  $T = \omega_1 t$ 로 바꾸면 (9)는 다음과 같다.

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \quad (10)$$

$$\dot{\xi}_2 = -\xi_1 + \frac{2\lambda^6}{405(\xi_0 + \xi_1)^8} - \frac{4}{27(\xi_0 + \xi_1)^2} + \varepsilon(\Gamma \cos \Omega T - \frac{c}{m} \xi_2),$$

여기서  $\xi_0 = z_0/z_s$ ,  $\xi_1 = z_1/z_s = 2z/3(A_2 R / 3k)^{1/3}$ ,  $\xi_2 = \dot{z}_2 / \omega_1 z_s = 2z\sqrt{m}/3k^{1/6}(A_2 R / 3)^{1/3}$ ,  $\lambda = \sigma/z_s$ ,  $\varepsilon = 1/\omega_1 = \sqrt{m/k}$ ,  $\Gamma = f/\omega_1 z_s = 2\mu k^{5/6}/3\sqrt{m}(A_2 R / 3)^{1/3}$ , 그리고  $\Omega = \omega/\omega_1$ 이다. 이제, (10)에서 새로운 상태변수  $\theta = \Omega T$ 를 도입함으로써 시변시스템인 (10)을 다음과 같은 시불변시스템으로 바꿀 수 있다[14].

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \quad (11)$$

$$\dot{\xi}_2 = -\xi_1 + \frac{2\lambda^6}{405(\xi_0 + \xi_1)^8} - \frac{4}{27(\xi_0 + \xi_1)^2} + \varepsilon(\Gamma \cos \theta - \frac{c}{m} \xi_2),$$

$$\dot{\theta} = \Omega$$

여기서  $(\xi, \theta) \in R^2 \times S^1$ ,  $S^1 = [0, 2\pi]$ 이다.

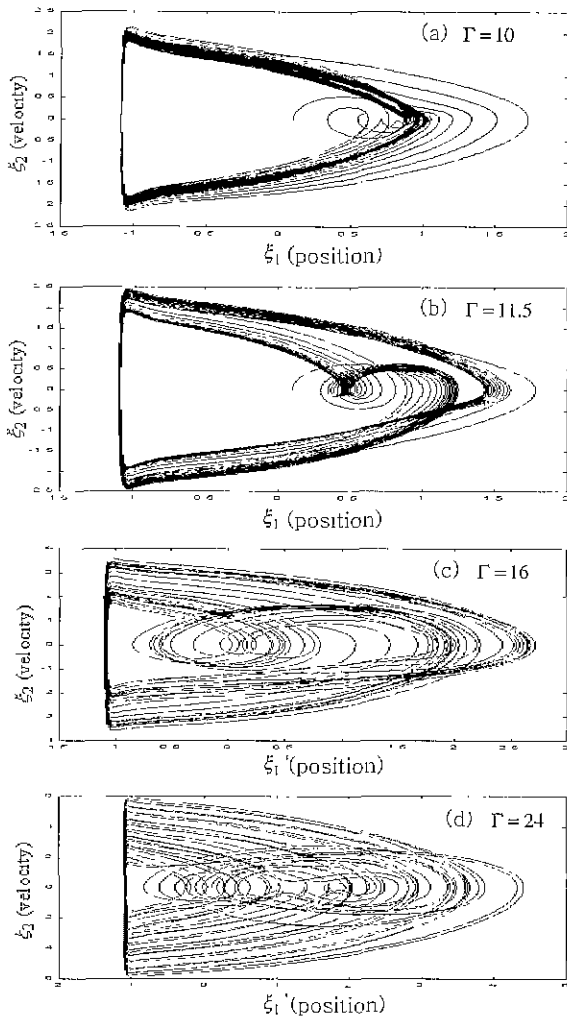


그림 7.  $\Gamma$  값의 변화에 따른 (11)의 위상묘사.  
Fig. 7. Phase portraits of (11) with various  $\Gamma$ 's.

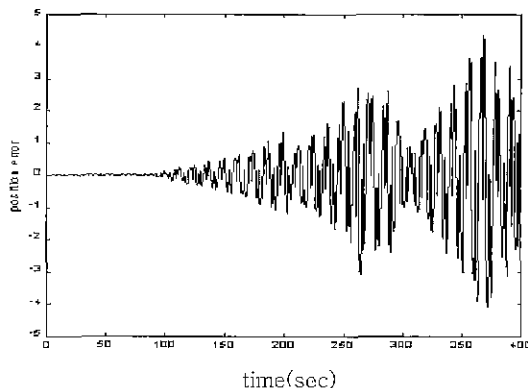


그림 8. (11)의 초기치에 대한 민감성:  $\Gamma=24$ , 초기 오차=0.001.  
Fig. 8. Sensitive dependence on initial conditions:  $\Gamma=24$  and initial deviation=0.001.

(11)에서 혼돈현상은  $\Gamma$  값의 변화에 따라 발생하며,  $\Gamma$ 는 외팔보의 스프링상수  $k$ , 덩의 질량  $m$ , 진폭  $\mu$  그리고 표본의 물리적 성질(르나드-존스 위치에너지식에서

나타나는 상수값)  $A_2$ 에 연관됨을 알 수 있다. 이제, 혼돈 현상을 발생시키는 파라미터  $\Gamma$ 를 제외한 나머지 파라미터 값들은  $\varepsilon=0.1$ ,  $\Omega=1$ ,  $c/m=0.4$ ,  $\xi_0=1.2$ ,  $\lambda=0.3$ 으로 설정한다. (11)에 대하여 다음의 네가지 해석기법을 통하여 혼돈현상이 일어나는  $\Gamma$  값을 찾아보자.

1. 위상묘사

위상묘사에서 혼돈현상이라 함은 시스템의 위상궤적이 평형점, 주기궤적, 준주기궤적들의 일정한 궤적을 가지지 않고, 두가지 이상의 거동이 랜덤하게 결합되어 있을 때를 혼돈현상이라 정의한다[14,16]. 그림 7에서  $\Gamma=10$ 일때 상태궤적은 과도응답이 끝난 후 주기궤적을 가짐을 알 수 있다.  $\Gamma=11.5$ 일때 상태궤적은 2개의 주기궤적을 가지고,  $\Gamma=16$ 에서 준주기궤적을 가짐을 알 수 있다. 또한,  $\Gamma=24$ 에서는 두가지 이상의 거동이 불규칙(random)하게 혼란되어 있으므로 시스템의 거동이 혼돈거동임을 알 수 있다.

2. 초기상태에 대한 민감성

혼돈시스템은 초기상태에 대한 민감성으로부터도 확인할 수 있다. 혼돈시스템에서 초기치의 미소한 차이는 출력에 상당한 영향을 미치며 이것은 “나비효과(butterfly effect)”로도 알려져 있다[14]. 초기상태에 대한 민감성을 가진 시스템에서는 극히 미소한 차이의 초기상태에서 시작된 동일한 비선형 방정식의 궤적이라도 시간이 지남에 따라 현저한 차이를 보인다. 그림 8은 (11)에서  $\Gamma=24$ 이고 한 궤적은 초기상태가  $[\xi_1, \xi_2]=[1, 0]$  이고 또다른 궤적은  $[\xi_1, \xi_2]=[1.001, 0]$ 이 있을 때, 즉 초기오차가 0.001이 있을 때 두 궤적의 오차가 시간에 따라 점점 증폭되고 있는 것을 보이고 있다 이는 (11)이 초기상태에 대한 민감성을 가지고 있는, 즉 혼돈시스템이라는 것을 말한다.

3. 파워스펙트럼 분석

파워스펙트럼 분석은 시스템 거동이 어떠한 궤적을 가지고 있는가를 구별하는데 유용하게 사용되는 방법이다 [16]. 혼돈거동의 스펙트럼은 연속적인 광대역을 가지

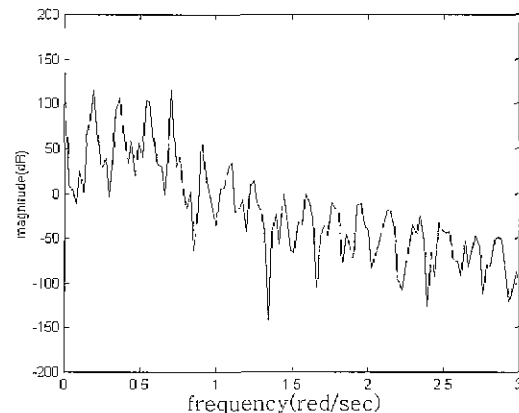


그림 9. 혼돈거동을 보이는 AFM 시스템의 파워스펙트럼 밀도함수( $\Gamma=24$  일때).

Fig. 9. Power spectral density of the chaotic AFM system( $\Gamma=24$ ).

는 반면 상수, 주기, 준주기함수들은 스파이크(spikes)의 집합으로 나타나므로 스펙트럼의 분포를 보고 혼돈현상의 발생을 쉽게 알 수 있다. 그림 9는  $\Gamma=24$ 에서 혼돈 현상이 발생하는 AFM 시스템의 스펙트럼 밀도함수를 보이고 있다. 그림 9에서 보여지는 것처럼 파워스펙트럼 밀도함수가 스파이크들의 집합이 아니라 연속적으로 광대역에 걸쳐 있음이 관찰된다.

4. 포인카레 사상

포인카레 사상은  $n$  차의 연속시간시스템(continuous time system)을  $n-1$  차의 이산시간시스템(discrete time system)으로 바꿈으로써 시스템이 가지고 있는 문제의 복잡성을 1차원 줄이는 방법이다[15]. 포인카레 사상을 그리기 위해 (11)의 미분방정식의 해의 거동을 다음과 같이 생각해 보자.

$$\phi(t) = (\xi(t), \theta(t) = \Omega t + \theta_0). \quad (12)$$

또한, 각 상태들을 시스템(11)의 벡터공간으로 천이시키는 단면(cross-section)  $\sum \bar{\theta}_0$  를 정의한다.

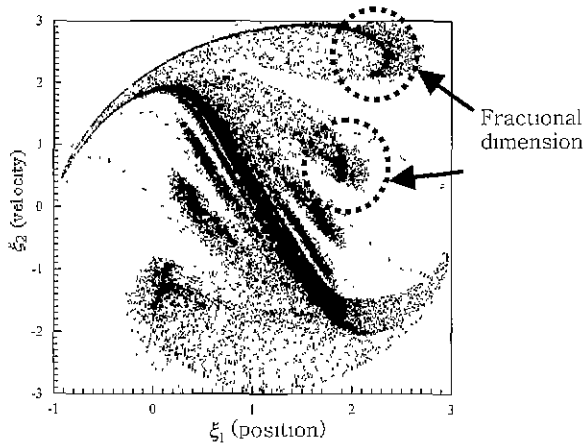


그림 10. 혼돈거동을 가진 AFM 시스템에 대한 포인카레 사상.

Fig. 10. Poincaré map of the chaos AFM system ( $\square=24$ ).

$$\sum \bar{\theta}_0 = \{(\xi, \theta) \in R^2 \times S^1 \mid \theta = \bar{\theta}_0 \in (0, 2\pi)\}. \quad (13)$$

그러면,  $\sum \bar{\theta}_0$  의 포인카레 사상을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P_{\bar{\theta}_0} : \sum \bar{\theta}_0 \rightarrow \sum \bar{\theta}_0$$

$$\left( \xi \left( \frac{\bar{\theta}_0 - \theta}{\Omega} \right), \bar{\theta}_0 \right) \rightarrow \left( \xi \left( \frac{\bar{\theta}_0 - \theta + 2\pi}{\Omega} \right), \bar{\theta}_0 + 2\pi \equiv \bar{\theta}_0 \right) \quad (14)$$

그림 10은  $\Gamma=24$  인 시스템의 포인카레 사상을 보여주고 있다. 그림에 나타난 포인트들의 집합은 주기나 준주기 시스템과 같이 간단한 기하학적 시스템이 아니라는 것을 볼 수 있다. 또한, 혼돈시스템의 전형적인 특징인 프랙탈 차원(fractional dimension)을 가지므로 이

시스템을 혼돈시스템으로 정의할 수 있다.

고찰 : 위의 네가지 방법으로  $\Gamma$  값이 증가할수록 혼돈 현상에 가까워짐을 알 수 있으며 혼돈현상이 발생하는 구간은  $\Gamma \geq 24$  임을 알 수 있다.

IV. 모델기준 적응제어

III장에서는 혼돈현상을 발생시키는 파라미터  $\Gamma$ 가 존재하고, 그 발생구간을 시뮬레이션을 통하여 조사하였다. 진동방식의AFM에서 외팔보의 팁의 진폭은 일정하게 유지되어야 한다. 그러나 팁이 표본의 돌출부분을 지날 때는 인력 및 반발력 때문에 진폭이 작아지게 되고 골부분을 지날 때는 진폭이 커지게 된다. III장에서 살펴본 것처럼 진폭  $\mu$ 를 포함하는 파라미터  $\Gamma$ 가 혼돈현상이 발생하는 구간으로 들어가게 되면 표면에 대한 정확한 정보를 얻을 수 없다. 또한, 고정된 제어기만으로는 공기의 감쇠계수 및 달라진 표본의 물성과 같은 미지의 파라미터를 포함하고 있는 비선형 항들을 가진 시스템에 대해서는 모든 구간에 걸친 적절한 제어가 어렵다. 따라서 시스템의 파라미터값을 규명하면서 제어입력을 계산하는 모델기준 적응제어기[17]를 설계한다.

먼저 일정한 진폭을 가지고 혼돈현상이 발생하지 않는 최적의 2차 선형시스템을 기준모델로 정한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_{m1} \\ \dot{\xi}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{m1} \\ \xi_{m2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t), \quad (15)$$

여기서  $\zeta = 0.707$ ,  $\omega_n = 1$ 이며  $r(t)$  는 기준입력으로 본 논문에서는  $r(t) = \cos t$  로 진폭이 1이고 주기가  $2\pi$  인 진동신호를 가정한다. 또한, 시스템 규명시에 입력신호의 들뜸지속성(persistent excitation)을 보장하기 위하여 제어시 기준입력 외에 부가적으로  $0.05 \cos 2t$  의 섭동항을 추가하기로 한다[17].

(10)에서  $p_1 = c\epsilon/m$ ,  $p_2 = 2\lambda^6/405$ ,  $p_3 = \epsilon\Gamma$  로 두고, 제어입력  $u$  가 작용한다고 가정하면 플랜트 방정식은 다음이 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -p_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{(\xi_0 + \xi_1)^8} \\ \cos t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{4}{27(\xi_0 + \xi_1)^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (16)$$

여기서  $p_1$  은 공기의 마찰에 따른 미지량,  $p_2$  와  $p_3$  는 표본의 재질에 따른 미지량이다. (15)와 (16)을 같게 두면 제어입력  $u$  를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u = \hat{p}_1 \dot{\xi}_2 - \frac{\hat{p}_2}{(\xi_0 + \xi_1)^8} - \hat{p}_3 \cos t - 2\zeta\omega_n \dot{\xi}_2 + \frac{4}{27(\xi_0 + \xi_1)^2} + r(t), \quad (17)$$

여기서  $\hat{\cdot}$  은 갱신하여야 할 파라미터들을 나타낸다. 기준모델을 추종하기 위해서는 제어기에 포함된  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3$  을 계속 갱신하여야 하기 때문에 Lyapunov함수를 사용하

여 적응법칙을 유도한다. 먼저, (16)에서 (15)를 빼면 다음과 같은 오차 동역학식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{\xi} - \dot{\xi}_m \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1.414 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{p}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \tilde{p}_2 & \tilde{p}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{(\xi_0 + \xi_1)^3} \\ -\cos t \end{bmatrix} \\ &= A_m e + B_m \varphi \xi + B_m \varphi f(\xi) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서  $e = \xi - \xi_m$ ,  $\tilde{p}_1 = \hat{p}_1(t) - p_1$ ,  $\tilde{p}_2 = \hat{p}_2(t) - p_2$ ,  $\tilde{p}_3 = \hat{p}_3(t) - p_3$ ,  $B_m = [0 \ 1]^T$ ,  $\varphi = [0 \ \tilde{p}_1]$ ,  $\varphi = [\tilde{p}_2 \ \tilde{p}_3]$ ,  $f(\xi) = [-1/(\xi_0 + \xi_1)^3 \ -\cos t]^T$ 이다. Lyapunov함수 후보를 다음과 같이 정의한다.

$$V(e, \varphi) = e^T P e + Tr[\varphi^T \varphi], \quad P > 0. \quad (19)$$

(19)를 시간에 대해 미분하고, (18)을 미분한 (19)에 대입하면 다음이 얻어진다.

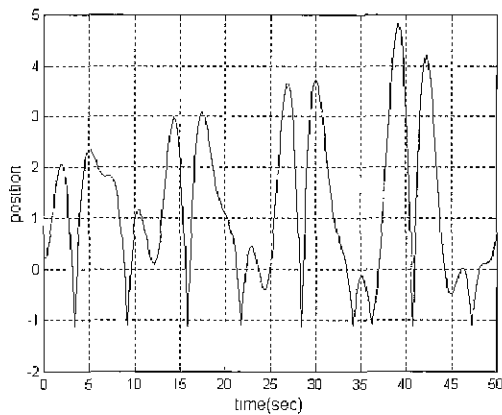


그림 11. 혼돈현상이 나타나는 제어되지 않은 튜브의 거동.  
Fig. 11. Uncontrolled output: chaotic behavior.

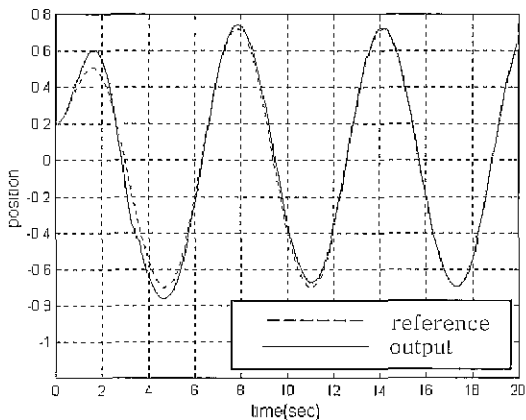


그림 12. 기준모델과 제어된 AFM 시스템의 출력.  
Fig. 12. Outputs of the reference model and the controlled AFM system.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \varphi) &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2e^T P B_m \varphi \xi \\ &\quad + 2e^T P B_m \varphi f(\xi) + Tr[2\dot{\varphi}^T \varphi + 2\varphi^T \dot{\varphi}]. \end{aligned} \quad (20)$$

이제, 제어기의 적응법칙을 다음과 같이 설계한다.

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t) &= -B_m^T P e \xi^T, \\ \varphi(t) &= -B_m^T P e f^T(\xi). \end{aligned} \quad (21)$$

(21)을 (20)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \varphi) &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2e^T P B_m \varphi \xi + 2e^T P B_m \varphi f(\xi) \\ &\quad - 2Tr[\xi e^T P B_m \varphi] - 2Tr[f(\xi) e^T P B_m \varphi] \\ &= -e^T Q e + 2e^T P B_m \varphi \xi + 2e^T P B_m \varphi f(\xi) \\ &\quad - 2e^T P B_m \varphi \xi - 2e^T P B_m \varphi f(\xi) \\ &= -e^T Q e \leq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 두번째 등식관계 유도시에  $Tr(ab^T) = b^T a$  와  $A_m^T P + P A_m = -Q$ ,  $Q > 0$ , 의 관계가 사용되었다. 마지막으로, 임의의 양한정 대칭행렬  $Q$ 에 대하여 Lyapunov 방정식  $A_m^T P + P A_m = -Q$ 를 만족시키는 양한정 대칭행렬  $P$ 를 구하여 (21)에 대입하면 다음과 같은 적응법칙을 유도할 수 있다.

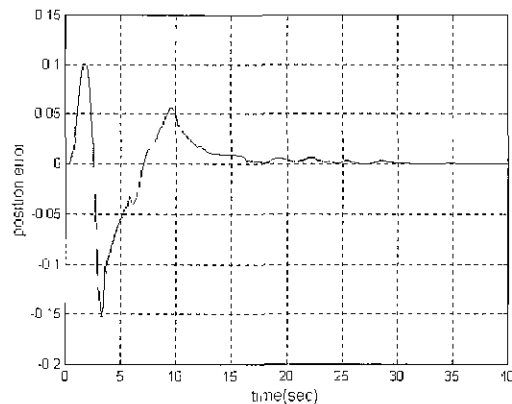


그림 13. 기준모델과 제어된 AFM 시스템의 위치오차.  
Fig. 13. Position error between the reference model output and the controlled AFM system output.

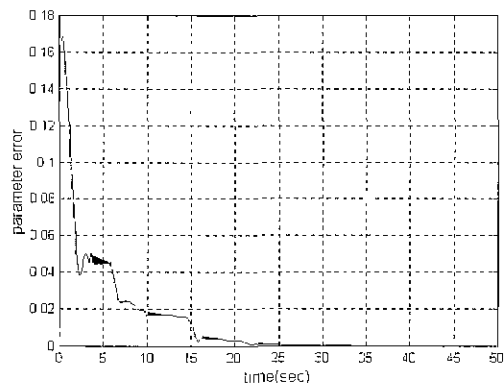


그림 14. 0으로 수렴하는 파라미터 오차.  
Fig. 14. Controller parameter error converging to 0.

$$\text{zero} : E = \sqrt{\tilde{p}_1^2 + \tilde{p}_2^2 + \tilde{p}_3^2}.$$

$$\begin{aligned}\varphi &= \dot{\tilde{p}}_1 = \dot{\tilde{p}}_1 = -(e_1 + 1.414e_2)\xi_2, \\ \dot{\varphi}_1 &= \dot{\tilde{p}}_2 = \dot{\tilde{p}}_2 = (e_1 + 1.414e_2) \frac{1}{(\xi_0 + \xi_1)^8}, \\ \dot{\varphi}_2 &= \dot{\tilde{p}}_3 = \dot{\tilde{p}}_3 = (e_1 + 1.414e_2) \cos t.\end{aligned}\quad (23)$$

### V. 모의실험

IV장에서 구한 적응제어 알고리즘을 가지고 MATLAB/SIMULINK를 이용하여 컴퓨터 모의실험을 시도하였다. (11)의 감쇠계수와 비선형 항들의 파라미터값들을 모른다고 가정하고 적응제어 알고리즘으로 파라미터값을 규명하면서 (15)의 모델을 추정하도록 하였다. 또한, III장에서 구한 혼돈현상을 발생시키는 파라미터 구간에서  $\Gamma$ 를 선정하여 시뮬레이션 초기에 혼돈현상을 발생시켜 구현한 제어기가 어떠한 성능을 나타내는지 시뮬레이션하였다. 즉 외팔보가 표면을 두드리던 중 표본의 끝부분을 지나면서 진폭이 증가함으로 말미암아 시스템이 혼돈상태로 들어감을 가정한 것이다. 그림 11은 제어되지 않은 AFM시스템의 진동을 시간역으로 표시한 그림이다. 시스템이 불규칙한 진동 즉 혼돈현상을 나타내고 있음이 관찰된다. 그림 12-13은 기준모델의 출력과 제어된 AFM시스템의 출력이고 기준모델과 제어된 AFM시스템의 위치오차를 나타내는 그림이다. 그림에서 보여지는 것처럼 초기의 과도구간을 지난 후 시스템이 점차적으로 안정한 진동을 하며 기준모델을 추종함이 관찰된다. 또한, 그림 14에서는 파라미터오차를  $E = \sqrt{\tilde{p}_1^2 + \tilde{p}_2^2 + \tilde{p}_3^2}$ 으로 정의하여 파라미터오차의 수렴성을 조사한 그림이다. 그림에서 나타나듯이 미지의 파라미터들이 시간이 지남에 따라 실제값으로 수렴함을 알 수 있다. 결론적으로 IV장에서 설계한 적응제어기로 인해 혼돈시스템이 일정한 주기를 갖는 안정한 시스템이 되었으며 미지의 파라미터들도 규명됨을 알 수 있다.

### VI. 결론

본 논문은 진동방식의 원자간력 현미경의 모델링 및 발생하는 혼돈현상의 적응제어에 관한 연구이다. 팁과 표본사이에 작용하는 인력과 반발력은 르나드-존스 위치에너지를 이용하여 나타내었으며 발생하는 혼돈현상의 제어를 위하여 팁과 표본사이의 관계는 질량-스프링-댐퍼로 모델링하였다. 혼돈현상의 발생을 비선형 해석기법인 위상묘사, 초기상태에 대한 민감성, 파워스펙트럼, 포인카레 사상 등을 사용하여 확인하였으며, 동일 재질의 표본을 검사하는 도중이라도 팁이 골을 통과할 때 진폭이 비정상적으로 커지면 발생할 수 있음을 확인하였다. 본 논문에서는 공기의 마찰계수, 표본재질의 물성치 등을 포함하는 항들을 미지의 파라미터로 두고 제어기에 포함된 이들 파라미터값들을 규명하면서 기준모델의 출력을 추종하는 모델기준 적응제어기를 설계하였다. 본 논문에서 제시한 적응제어기는 원자간력 현미경의 성능개선에 실제적으로 적용될 수 있으리라 판단된다.

### 참고문헌

- [1] N. A. Burnham, A. Kulik, G. Gremaud, and G. Briggs, "Nanosubharmonics: The dynamics of small nonlinear contacts," *Physical Review Letters*, vol. 74, no. 25, pp. 5092-5095, 1995.
- [2] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling chaos," *Physical Review Letters*, vol. 64, no. 11, pp. 1196-1199, 1990.
- [3] G. Chen and X. Dong, "On feedback control of chaotic continuous time systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 40, no. 9, pp. 591-601, September 1993.
- [4] K. Pyragas, "Continuous control of chaos by self-controlling feedback," *Physical Letters A*, vol. 170, no. 5, pp. 421-428, 1992.
- [5] T. Hartley and F. Mossayebi, "A classical approach to controlling the Lorenz equations," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 2, no. 4, pp. 881-887, 1992.
- [6] A. W. Hübler, "Adaptive control of chaotic systems," *Helvetica Physica Acta*, vol. 62, no. 4, pp. 343-346, 1989.
- [7] H. K. Qammer and F. Mossayebi, "System identification and model-based control of a chaotic system," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 4, no. 4, pp. 843-851, 1994.
- [8] L. Fradkov and A. Yu. Pogromsky, "Speed gradient control of chaotic continuous-time systems," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 43, no. 11, pp. 907-913, November 1997.
- [9] M. E. Brandt, A. Ademoglu, D. Lai, and G. Chen, "Auto-regressive self-tuning feedback control of a noisy Henon map," *Physical Review E*, vol. 54, no. 6, pp. 6201-6206, 1996.
- [10] H. Nijmeijer and H. Berghuis, "On Lyapunov control of the Duffing equation," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. 42, no. 8, pp. 473-477, August 1995.
- [11] M. Ashhab, M. V. Salapaka, M. Dahleh, and I. Mezic, "Control of chaos in atomic force microscopes," *American Control Conf. Albuquerque*, New Mexico, pp. 1256-1262, 1997.
- [12] J. N. Jacob, *Intermolecular and Surface Forces*, Academic Press, 1995.
- [13] M. Basso, L. Giarré, M. Dahleh, and I. Mezic, "Complex dynamics in a harmonically excited Lennard-Jones oscillator: microcantilever-sample interaction in scanning probe microscopes," *submitted to Trans. of the ASME. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*.
- [14] T. S. Parker and L. O. Chua, *Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems*, Springer-Verlag, 1989.
- [15] S. Wiggins, *Introduction to Applied Nonlinear*



*Dynamical System and Chaos*, Springer-Verlag, 1990.

[16] A. H. Nayfeh and B. Balachandran, *Applied Nonlinear Dynamics*, Wiley, 1995.

[17] S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*, Prentice Hall, 1989.



강 동 현

1972년 11월 26일생. 1998년 동아대학교 기계공학과 (공학사). 1998-현재 부산대학교 대학원 지능기계공학과 재학중. 관심분야는 시스템 규명, 불확실성의 정량화, 건설적응제어, 분포매개변수시스템의 제어.

적응제어, 분포매개변수시스템의 제어.



홍 금 식

1957년 8월 25일생. 1975-1979 서울대학교 기계설계학과 (공학사). 1985~1986 Columbia University (New York) 기계공학과 (공학석사). 1987-1991 University of Illinois at Urbana - Champaign (UIUC) 응용수학과 (이학석사) 및 기계공학과 (공학박사). 1991-1992 UIUC 기계공학과 Postdoctoral Fellow. 1979-1982 군북부(포병). 1982-1985 대우중공업 (인천) 기술연구소 연구원, 디젤엔진 소음·진동 담당. 1993-현재 부산대학교 공과대학 전임강사, 조교수, 부교수. 관심분야는 시스템이론, 적응제어, 비선형제어, 분포매개변수시스템의 제어.

응용수학과 (이학석사) 및 기계공학과 (공학박사). 1991-1992 UIUC 기계공학과 Postdoctoral Fellow. 1979-1982 군북부(포병). 1982-1985 대우중공업 (인천) 기술연구소 연구원, 디젤엔진 소음·진동 담당. 1993-현재 부산대학교 공과대학 전임강사, 조교수, 부교수. 관심분야는 시스템이론, 적응제어, 비선형제어, 분포매개변수시스템의 제어.