

STT(Skid-to-Turn)미사일의 매개변수화 어파인 모델링 및 제어

New Parametric Affine Modeling and Control for Skid-to-Turn Missiles

좌 동 경, 최 진 영, 김 진 호, 송 찬 호
(DongKyoung Chwa, Jin Young Choi, Jinho Kim, and Chanho Song)

Abstract : This paper presents a new practical autopilot design approach to acceleration control for tail-controlled STT (Skid-to-Turn) missiles. The approach is novel in that the proposed parametric affine missile model adopts acceleration as the controlled output and considers the couplings between the forces as well as the moments and control fin deflections. The aerodynamic coefficients in the proposed model are expressed in a closed form with fittable parameters over the whole operating range. The parameters are fitted from aerodynamic coefficient look-up tables by the function approximation technique, which is based on the combination of local parametric models through curve fitting using the corresponding influence functions. In this paper, in order to employ the results of parametric affine modeling in the autopilot controller design, we derived a parametric affine missile model and designed a feedback linearizing controller for the obtained model. Stability analysis for the overall closed loop system is provided, considering the uncertainties arising from approximation errors. The validity of the proposed modeling and control approach is demonstrated through simulations for an STT missile.

Keywords : STT missiles, parametric affine missile model, aerodynamic coefficient in closed form, function approximation, feedback linearizing controller

I. 서론

최근에, 비선형 특성이 강한 미사일의 자동조종장치 설계에 대해 비선형 제어기법을 적용하기 위한 시도가 많이 진행되어 오고 있다[1]~[11]. 대부분의 기존의 결과들 [1]~[9]은 널리 알려진 궤환 선형화 제어를 적용하기 위한 방법으로서, 추종 명령을 각위치나 반응각 등으로 하는 제어 편각과 이들의 입력력 관계식이 최소위상인 미사일 모델을 다루었다. 그러나, 실제적인 면으로 볼 때, 고성능을 가지는 자동조종장치의 설계를 위해서는 가속도 출력력을 직접적으로 추종하도록 제어를 하는 것이 보다 바람직하다. 그러나, 꼬리날개의 제어편각에 의해 조종되는 미사일 시스템에서는 제어 편각과 미사일의 가속도 사이에는 비최소 위상 특성을 지니게 된다[1].

이러한 비최소위상 문제를 다루기 위해, 부분 선형화 기법에 의해 유도된 부분선형화 모델[10]에 대해 특이 섭동 기법을 적용하여, 근사화된 최소위상 미사일 모델을 유도함으로써 궤환 선형화 제어를 적용하는 연구가 진행되었다[11]. 여기서 설계된 제어기는 공력 지시표의 역할을 구하여야 하는데, 이는 또한 공력 지시표의 값을 필요로 하기 때문에 지시표의 특성상, 여러 다양한 매개변수화된 모델에 대한 적응제어기법을 비롯한 여러 제어 기법들을 적용하는데 어려움이 있다. 실제로, 풍동 실험에 의해 공력지시표가 구해지므로 공력 계수를 구할 때 불확실성이 필연적으로 존재하게 되는데, 이를 보

상하기 위해서는 적응 제어 기법을 적용할 필요성이 생기게 된다. 따라서, 다양한 기법들을 적용하여 자동조종장치를 설계하기 위해서는 매개변수화된 미사일 모델이 유용하다고 할 수 있다. 더욱이, 제어 입력에 대해 유사한 (affine) 미사일 모델은 자동조종장치의 설계를 더욱 쉽게 할 수 있다.

특히, 어파인 미사일 모델에 대한 연구가 수행되어 왔는데 [1]~[9], 이러한 연구 결과들은 가속도를 직접적으로 추종하도록 하는 것이 아니라, 각위치 또는 반응각이 대신 추종되도록 함으로써, 간접적으로 가속도가 추종되도록 하였다. 이와 같이 다른 변수들을 추종하도록 함으로써 영점 동력학과 관련된 비최소위상 문제를 우회할 수 있지만, 과도기 상태에서 정확히 가속도 명령을 추종하기는 어렵게 된다. 더 자세히 설명하면, [1]에서의 결과는 선형화된 모델을 다루었다. 또한 [3][4]에서는 고정된 극부 영역에서, 그리고 [5]~[8]에서는 모든 비행 영역에 대해서 매개변수화 미사일 모델(즉, 매개변수화된 공력 계수를 가진 미사일 모델)을 유도하고 적용하였다. 그러나, [5]~[8]에서는 공력학적 힘과 제어 편각 사이에 존재하는 연성(coupling)을 무시한 매개변수화 모델을 유도하였다. [9]에서는 각각 극부 영역에서 구해진 선형 모델을 결합함으로써 구해진 유사선형모델과, 수치적인 알고리즘에 의해 얻어지는 온라인 어파인 모델을 구한 후에 이를 제어하는 방법을 제시하였다. 이들 모델들은 각각, 선형화 과정에서 무시되는 비선형성에 따른 성능 저하와 복잡한 알고리즘에 따른 실시간 적용 문제가 존재한다. 특히, 본 논문에서의 미사일을 포함하여 많은 미사일 구조에서는 제어 편각에 의해 발생하는 공력학적 힘이 무시될 만큼 작지 않다[12]~[13]. 따라서, 보다 실제적인 적용을 위해서는, 비선형과 더불어 공력학적

접수일자 : 1999. 9. 14., 수정완료 : 2000. 2. 15

좌동경, 최진영 : 서울대학교 전기공학부

김진호 : 인하대학교 항공우주공학과

송찬호 : 국방과학연구소

※본 논문은 국방 과학 연구소 및 서울대 자동 제어 특화 센터, BK21의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

힘 및 제어 편각 사이에 존재하는 연성을 고려하고서, 비행환경에 상관없이 가속도를 직접 추종할 수 있는 매개변수화 어파인 모델을 구하는 것이 바람직하다.

본 논문에서는, 모든 동작점에 대해 유효한 새로운 매개변수화 어파인 모델을 제시한다. 여기서는 가속도를 추종변수로 하고, 제어 편각과 공력학적 힘 및 모멘트 사이의 연성을 모두 고려하여 유도된다. 제안된 모델은 마하 수에 따른 국부 매개변수화 모델 및 각 국부 영역을 지시하는 지역화 함수(influence function)들로 특징지어지는 함수 근사화 기법(function approximation technique)을 이용하여 구해진다. 미사일 모델의 공력 계수는 피팅(fitting) 가능한 매개변수들에 대해 수치적인 함수로 표시될 수 있는데, 오프라인 상태에서 공력 지시표로부터 최소자승(least-squares) 알고리즘을 이용한 곡선 피팅(curve fitting)에 의해 구해진다.

또한, 특이점동 기법[11]을 사용하여 약한 최소위상(weak minimum phase) 모델로 근사화된 매개변수화 어파인 미사일 모델에 대해, 궤환 선형화 제어기[18]~[20]를 설계하였다. 이와 같이 궤환 선형화된 모델은 근사화 오차가 존재하지 않으면, 기준 모델의 특성을 지니게 된다. 특이점동기법 및 함수 근사화 기법의 영향 분석은 오차 동력학을 유도한 후 리아푸노프 안정성 이론을 적용함으로써 수행하였다. 제안된 모델링 및 제어 기법의 유용성은 STT 미사일에 대해 모의실험결과로부터 확인하였다.

본 논문의 II장에서는 STT 미사일에 대한 매개변수화 어파인 모델을 제시한다. III장에서는 제어기 설계 방법을 보이고, 또한 제어기를 포함한 전체 미사일 시스템의 안정성을 분석한다. IV장에서는 모의 실험결과를 통해 제시된 기법의 유효성을 보인다. 마지막으로, V장에서는 결론을 맺고 추후 연구 과제를 제시한다.

II. STT 미사일의 매개변수화 어파인 모델

본 장에서는 미사일 동력학과 함수 근사화 기법에 기반한 매개변수화된 공력학에 대해 설명한 후, 약한 비최소 위상 특성을 지니는 매개변수화 어파인 모델을 구한다.

미사일을 포함한 대부분의 시스템은 다음의 일반적인 동력학 형태를 갖는다.

$$\begin{cases} \dot{x} = f_0(x, u) \\ y = h_0(x). \end{cases}$$

여기서, 함수 f_0, h_0 는 스무드(smooth)하고, $x \in R^n$, $u, y \in R^m$ 이다. 여기서, 궤환선형화 제어기법을 포함한 이론들의 적용을 위해서는 위의 상태 방정식이 제어입력에 대해 다음의 선형적인 형태를 지니는 것이 보다 바람직하다.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x). \end{cases}$$

여기서, 함수 f, g, h 는 스무드(smooth)하고, 임의의 $x \in R^n$ 에 대해 $g(x) \neq 0$ 가 성립한다.

본 논문에서는 미사일 모델에 대해 함수근사화 기법을 적용하여 $f(x), g(x), h(x)$ 가 매개변수화된 형태를 지니는 매개변수화 어파인 미사일 모델을 제시한다.

1. STT 미사일 동력학

3차원 공간을 비행하는 강체의 운동 방정식에 대해, 선형 모멘트 및 각 모멘트 벡터 $P = mv$ 와 $H = I\omega$ ($v := [U \ V \ W]^T$, $\omega := [p \ q \ r]^T$)를 시간에 대해 미분한 후 동체에 미치는 힘과 모멘트와 각각 같게 놓을 수 있다. 비회전 좌표계에 대해 미분을 취하면, 전체 6 자유도를 가지는 미사일 시스템을 다음과 같은 병진 동력학(1a)과 회전 동력학(1b)으로 나타낼 수 있다.

$$F_a = mv + m\dot{v} + m(\omega \times v) - g, \quad (1a)$$

$$M_a = \dot{I}\omega + I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega) \quad (1b)$$

여기서

$$F_a := [F_x \ F_y \ F_z]^T, \quad M_a := [L \ M \ N]^T, \quad g := [g_x \ g_y \ g_z]^T$$

이다.

이로부터, 미사일의 동력학을 유도하기 위해, 다음과 같은 가정을 도입한다.

가정 2.1 : m, I_y, I_z 의 변이는 무시할 수 있다 ($\dot{m} = \dot{I} = 0$).

가정 2.2 : 미사일은 Y, Z -축에 대해 대칭이다 ($I_y = I_z = I_M, I_{xy} = I_{yz} = I_{zx} = 0$).

가정 2.3 : 미사일은 롤 안정화되어 있다($p=0$).

가정 2.4 : $U \cong V_M = \text{상수}$.

부연 2.1 : 가정 2.1, 2.2, 2.3은 STT 미사일의 모델링시에 쓰이는 일반적인 가정들이다. 가정 2.3에서는 롤 가속도가 쉽게 안정화되므로 이를 무시하고 있지만, 요축과 피치 축간의 맹크각에 의한 연성은 고려되고 있다.

부연 2.2 : 가정 2.4에서의 근사화 가정은 실제 상황에서 유효하다고 할 수 있고, 또한 급기동 및 고성능을 만족하는 [10]의 결과에서도 가정한 것이다. 가정 2.4의 등호에 대해서는, 전 방향의 선 속도 U 는 비행체 제어 분야에서 일정하다고 가정되는 경우가 많고[6], 또한 추력 제어에 의해서도 이를 만족시킬 수 있다[7][8]. 더욱이, 4장에서의 구형과 명령의 추종 결과로부터 가정 2.4를 가정하지 않은 상태에서의 모의실험들을 수행한 결과, 가정 2.4에 관계없이 만족할 만한 성능을 얻을 수 있었다.

미사일 모델에 대한 비선형 미분 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\text{요 동력학 : } \begin{cases} \dot{\beta} = -r + \frac{QS}{Um} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \\ \dot{r} = \frac{QSD}{I_M} C_n(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \\ A_y = \frac{QS}{m} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A), \end{cases} \quad (2a)$$

$$\text{피치 동력학: } \begin{cases} \dot{\alpha} = q + \frac{QS}{Um} C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) \\ \dot{q} = \frac{QSD}{I_M} C_m(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) \\ A_z = \frac{QS}{m} C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A). \end{cases} \quad (2b)$$

위 동력학 (2)에서의 첫번째 식에서 \dot{U} 와 관련된 항을 쉽게 포함할 수 있지만, 이를 고려하면 매개변수화 어파인 모델의 형태만 복잡해 지고, 또한 여러 모의실험 결과를 통해 성능면에서 볼 때 거의 차이가 없음을 확인할 수 있었다. 따라서, 위의 동력학식으로 부터 매개변수화 어파인 모델을 유도한다.

공력 계수 C_m, C_n, C_y, C_z 들은 공력 지시표로 부터 주어지고, $\alpha, \beta, \phi, \delta_r, \delta_q, M_m$ 를 매개변수로 가진다. 공력 계수의 이러한 특징으로 볼 때, (2a), (2b)는 매개변수화 어파인 모델의 유도를 위한 보다 자연스러운 식이라고 할 수 있다.

이제 동력학 (2)를 보다 선형적인 형태를 지니도록 하기 위해, 다음에 새로운 공력 함수 C_a, C_b 를 정의한다. 새로 도입된 C_a, C_b 는 미사일 동체에 의해 생성되는 모멘트의 공력계수가 ϕ_A, β, α 에 의해 잘 표현될 수 있음을 나타내고 있다.

$$C_a(\phi_A, \beta) = \begin{cases} \left(\frac{l_f - l_b}{I_M} \right) \tan \beta, & \text{if } \cos \phi_A = 0 \\ \left(\frac{l_f - l_b}{I_M} \right) \text{sgn}(\tan \beta) |\cos \phi_A| \cdot f_N \left(\sin^{-1}(|\tan \beta| \cdot \frac{1}{|\cos \phi_A|}) \right), & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$C_b(\phi_A, \alpha) = \begin{cases} \left(\frac{l_f - l_b}{I_M} \right) \tan \alpha, & \text{if } \sin \phi_A = 0 \\ \left(\frac{l_f - l_b}{I_M} \right) \text{sgn}(\tan \alpha) |\sin \phi_A| \cdot f_N \left(\sin^{-1}(|\tan \alpha| \cdot \frac{1}{|\sin \phi_A|}) \right), & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서, l_f 와 l_g 는 각각 미사일 맨 앞으로 부터 동체의 압력 중심 (center-of-pressure of cylindrical body) 과 중력 중심 (center-of-gravity) 까지의 거리이다. 그리고 함수 f_N 은 미사일의 실린더형 동체에 의해 생성되는 공력 힘의 수직 성분을 나타낸다. [11]에서 f_N 이 다음의 성질을 만족함이 알려져 있다.

f_N 은 전체각 α_T 에 의존하고, 연속적으로 미분가능하며, $f_N(0) = 0$ 를 만족하면서 $0 \leq \alpha_T < \frac{\pi}{4}$ 범위에서 엄밀히 증가한다.

또한 공력 모멘트 계수에 해당하는 C_m, C_n 와 공력 힘 계수에 해당하는 C_y, C_z 사이에 다음의 관계식이 성립함을 [11]에서와 같이 보일 수 있다.

$$C_n(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) = -\frac{I_M}{SD} C_a(\phi_A, \beta) - \frac{l_f - l_g}{D} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \quad (3a)$$

$$C_m(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) = \frac{I_M}{SD} C_b(\phi_A, \alpha) + \frac{l_f - l_g}{D} C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A). \quad (3b)$$

(2)에 (3)을 대입하면 다음과 같은 모델을 얻을 수 있다. 요 동력학:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -r + \frac{QS}{Um} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \\ \dot{r} = -QC_a(\phi_A, \beta) - \frac{QS(l_f - l_g)}{I_M} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \\ A_y = \frac{QS}{m} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A), \end{cases} \quad (4a)$$

피치 동력학:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = q + \frac{QS}{Um} C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) \\ \dot{q} = QC_b(\phi_A, \alpha) + \frac{QS(l_f - l_g)}{I_M} C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) \\ A_z = \frac{QS}{m} C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A). \end{cases} \quad (4b)$$

요 및 피치 동력학에 대해서는 서로 동일한 전제가 가능하므로, 앞으로 본 논문에서는 요 동력학에 대해서만 기술한다.

2. 공력학의 매개변수화

본 논문에서는, 가속도 제어를 위한 매개변수화 어파인 모델을 유도하기 위해 함수 근사화 방법 (function approximation technique) 을 사용한다. 이 기법은 마하수의 극부 영역에서 정의되는 여러 개의 극부 매개변수화 모델 및 각 영역에 영향을 미치는 지역화 함수로 특징지어 진다. 제시되는 기법에 의해 공력 계수 $C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$ 와 $C_a(\phi_A, \beta)$ 가 매개변수 모델로 근사적으로 표현된다.

본 논문에서 사용된 $C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$ 은 스케줄링 변수 $M_m, \beta, \delta_r, \phi_A$ 에 대해 (5)의 형태를 가진다.

$$\begin{aligned} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) &= C_{y0}(M_m, \beta, \delta_r) + [C_{y45}(M_m, \beta, \delta_r) - C_{y0}(M_m, \beta, \delta_r)] \cdot \sin^2(2\phi_A) \\ &= C_y^{f1}(M_m, \beta, \delta_r) + C_y^{f2}(M_m, \beta, \delta_r) \cdot \sin^2(2\phi_A). \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, C_{y0}, C_{y45} 는 벵크각이 각각 0, 45도인 수평방향 공력계수를 나타낸다

다음에는, C_y^{f1} 와 C_y^{f2} 를 [3] ~ [6]에서의 모델과 유사하게, 각 마하 영역에 따라 극부 매개변수화 모델로 근사화한다. 각 마하수에 따른 동작 영역은 $M_m = M_i, i = 1, \dots, N$, 에 중심을 둔 여러 개의 극부 영역으로 나뉘어 있다.

여기서, C_y^{f1}, C_y^{f2} 는 대부분의 미사일이 만족하는 바와 같이 β 에 대해 3차곡선 형태를 지니면서 엄밀하게 증가하는 형태를 지니고 있어 β^2 항이 필요없으며, 또한 [6] [14]~[16]에서의 비선형 미사일 모델은 제어편각 δ_r 에 대해 선형으로 놓은 사실로부터 C_y^{f1}, C_y^{f2} 에 대한 국부 매개변수화 모델은 (6)과 같이 설정한다.

$$\hat{C}_y^{f1}(M_m = M_i, \beta, \delta_r) = c_{i1}^{f1} \beta + c_{i2}^{f1} \beta^3 + c_{i3}^{f1} \delta_r, \quad (6a)$$

$$\hat{C}_y^{f2}(M_m = M_i, \beta, \delta_r) = c_{i1}^{f2} \beta + c_{i2}^{f2} \beta^3 + c_{i3}^{f2} \delta_r. \quad (6b)$$

이 모델은 국부 영역 $M_i - \Delta/2 < M_m < M_i + \Delta/2$ 에서 유효한 것으로 가정한다. 여기서, Δ 는 국부 영역의 폭이다. $c_{ij}^{f1}, c_{ij}^{f2}, i=1, \dots, N$, 은 $M_m = M_i, i=1, \dots, N$, 에 대해 피팅된 값들인데, 이들은 공력 지시표로부터 곡선 피팅에 의해 구하였다.

위에서 얻어진 국부 매개변수화 모델을 사용할 때, 각 국부 영역간의 경계에서는 불연속성이 존재하는데, 이를 해소하고 전체 영역에서 연속적인 근사화 함수를 구하기 위해, 각 마하 영역에서 단위분할(partition of unity) [17]을 이루는 지역화 함수들을 도입한다.

지역화 함수 μ_i 를 사용하게 되면, 보간된 전체 함수는

$$\hat{C}_y^{f1}(M_m, \beta, \delta_r) = \sum_i^N \mu_i(M_m) \hat{C}_y^{f1}(M_m = M_i, \beta, \delta_r), \quad (7a)$$

$$\hat{C}_y^{f2}(M_m, \beta, \delta_r) = \sum_i^N \mu_i(M_m) \hat{C}_y^{f2}(M_m = M_i, \beta, \delta_r) \quad (7b)$$

와 같이 주어지게 된다.

만약, 적당한 연속 함수를 지역화 함수로 선정하게 되면, 각 국부 모델간의 스무드(smooth)한 보간이 이루어지게 된다. 이러한 지역화 함수의 예로서, 방사기저 함수(radial basis function)와 삼각함수(triangular function: i.e., first-order spline)를 들 수 있다. 여기서는, (8)로 정의된 방사기저 함수를 사용한다.

$$\mu_i^0(M_m) = \exp(-(M_m - M_i)^2 / \sigma_i^2), \quad i=1, \dots, N. \quad (8)$$

여기서, σ_i 는 지역화 함수의 형태를 결정하는 0이 아닌 상수이다. 단위분할의 성질을 만족시키기 위해, 지역화 함수 $\mu_j(M_m)$ 를

$$\mu_i(M_m) = \frac{\mu_i^0(M_m)}{\sum_{j=1}^N \mu_j^0(M_m)}, \quad i=1, \dots, N. \quad (9)$$

와 같이 정의하여 얻을 수 있다.

(5), (6), (7)로 부터, (10)과 같은 근사화된 함수

$\hat{C}_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$ 를 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \hat{C}_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(M_m) [c_{i1}^{f1} \beta + c_{i2}^{f1} \beta^3 + c_{i3}^{f1} \delta_r \\ &\quad + (c_{i1}^{f2} \beta + c_{i2}^{f2} \beta^3 + c_{i3}^{f2} \delta_r) \sin^2(2\phi_A)] \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(M_m) [(c_{i1}^{f1} + c_{i1}^{f2} \sin^2(2\phi_A)) \beta \\ &\quad + (c_{i2}^{f1} + c_{i2}^{f2} \sin^2(2\phi_A)) \beta^3 + (c_{i3}^{f1} + c_{i3}^{f2} \sin^2(2\phi_A)) \delta_r]. \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, 새로운 변수

$$w_{y1} = \sum_{i=1}^N \mu_i(M_m) (c_{i1}^{f1} + c_{i1}^{f2} \sin^2(2\phi_A)), \quad (11a)$$

$$w_{y2} = \sum_{i=1}^N \mu_i(M_m) (c_{i2}^{f1} + c_{i2}^{f2} \sin^2(2\phi_A)), \quad (11b)$$

$$w_{y3} = \sum_{i=1}^N \mu_i(M_m) (c_{i3}^{f1} + c_{i3}^{f2} \sin^2(2\phi_A)) \quad (11c)$$

를 정의하면, (12)를 얻는다.

$$\hat{C}_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) = w_{y1} \beta + w_{y2} \beta^3 + w_{y3} \delta_r. \quad (12)$$

여기서 w_{y1}, w_{y2}, w_{y3} 는 마하수 및 벵크각 ϕ_A 에 의존하는 시변 매개변수이다. 즉, $\hat{C}_y(M_m, \beta, \delta_r)$ 은 β, β^3, δ_r 의 선형 결합으로 표시될 수 있다. 이렇게 근사화된 공력학적 함수들은 공력 계수의 공력지시표를 대체할 수 있다.

반면에, $C_a(\phi_A, \beta)$ 은 마하수에 의존하지 않으므로, 국부 영역 모델을 사용할 필요가 없게 된다. C_y 을 곡선 피팅에 의해 매개변수화한 [5] [6]의 결과와 유사하게, 근사화된 함수 (13) 를 얻을 수 있다.

$$\hat{C}_a(\phi_A, \beta) = c_{a1} \beta + c_{a2} |\phi_A| \beta + c_{a3} \beta^3. \quad (13)$$

여기서, c_{a1}, c_{a2}, c_{a3} 은 피팅 상수이다. 이제,

$$v_{a1} = c_{a1} + c_{a2} |\phi_A|, \quad (14a)$$

$$v_{a2} = c_{a3} \quad (14b)$$

를 정의하면, (15)를 얻는다.

$$\hat{C}_a(\phi_A, \beta) = v_{a1} \beta + v_{a2} \beta^3 \quad (15)$$

여기서, v_{a1} 는 ϕ_A 에 의존하는 시변 계수이다.

이제, 요 채널에서의 공력계수를 나타내면 (16)과 같다.

$$\begin{cases} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) = w_{y1} \beta + w_{y2} \beta^3 + w_{y3} \delta_r + \Delta_y \\ C_a(\phi_A, \beta) = v_{a1} \beta + v_{a2} \beta^3 + \Delta_a. \end{cases} \quad (16)$$

여기서 $\Delta_y := C_y - \hat{C}_y$ 와 $\Delta_a := C_a - \hat{C}_a$ 는 근사화 오차이다.

3. 약한 비최소위상 어파인 STT 모델

(16)을 (4)에 대입하면, 다음과 같은 요 동력학을 얻게 된다.

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -r + \frac{QS}{Um}(w_{y1}\beta + w_{y2}\beta^3 + w_{y3}\delta_r + \Delta_y) \\ \dot{i} = -Q(v_{a1}\beta + v_{a2}\beta^3 + \Delta_a) \\ \quad - \frac{QS(l_f - l_g)}{I_M}(w_{y1}\beta + w_{y2}\beta^3 + w_{y3}\delta_r + \Delta_y) \\ A_y = \frac{QS}{m}(w_{y1}\beta + w_{y2}\beta^3 + w_{y3}\delta_r + \Delta_y). \end{cases} \quad (17)$$

위의 시스템이 거의 선형적인 특성을 가지도록 하기 위해, 다음의 제어 입력을 사용한다.

$$\delta_r = \frac{1}{w_{y3}} \left(\frac{m(u_y + Ur)}{QS} - w_{y1}\beta - w_{y2}\beta^3 \right). \quad (18)$$

여기서, u_y 는 설계되는 제어 입력 변수이고, (11)에서 정의된 w_{y3} 는 0이 아닌 값을 갖는다. (18)에 의해 제어되는 시스템 (17) 은 (19)로 표현할 수 있다.

$$\Sigma_y : \begin{cases} \dot{\beta} = \frac{u_y}{U} + \frac{QS}{Um}\Delta_y \\ \dot{r} = -Q(v_{a1}\beta + v_{a2}\beta^3 + \Delta_a) - h_y u_y - h_y Ur - \frac{QSh_y}{m}\Delta_y \\ A_y = u_y + Ur + \frac{QS}{m}\Delta_y. \end{cases} \quad (19)$$

여기서 $h_y = \frac{(l_f - l_g)m}{I_M}$ 이다.

케환 선형화 기법 [18] ~ [20]을 직접적으로 비최소위상 시스템에 적용하게 되면 영점 동력학이 불안정해 지고, 내부 동력학의 안정성을 보장할 수 없으므로, 꼬리날개에 의해 제어되는 미사일 시스템의 가속도 제어에는 직접적으로 적용할 수 없다. [11]에서와 마찬가지로, (19)로 나타나는 동력학은 다음과 같은 방법에 의해 약한 최소위상 시스템으로 근사화 될 수 있다.

(19)의 두번째 식에서의 $h_y U$ 값이 물리적으로 매우 큰 값이므로 r 은 비교적 빨리 정상상태에 도달하게 된다. 즉, \dot{r} 값을 0으로 두고서 r 값을 다음과 같이 정상상태 값과 동일하다고 볼 수 있다.

$$r = -\frac{1}{h_y U} \left(Q(v_{a1}\beta + v_{a2}\beta^3 + \Delta_a) + h_y u_y + \frac{QSh_y}{m}\Delta_y \right). \quad (20)$$

(19), (20)을 합치게 되면, 다음과 같은 간략화된 형태의 요 동력학이 된다.

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{u_y}{U} + \frac{QS}{Um}\Delta_y \\ A_y = -\frac{Q}{h_y}(v_{a1}\beta + v_{a2}\beta^3) - \frac{Q}{h_y}\Delta_a. \end{cases} \quad (21)$$

(21)에서의 요 동력학은 물리적으로 안정한 뱅크각을 해로 가지는 영점 동력학을 가지므로 약한 최소위상 시스템이다 [18].

III. 제어기 설계 및 안정성 분석

본 장에서는, 제어기의 설계 방법을 제시하고, 제어기를 포함한 전체 미사일 시스템의 안정성을 분석한다.

(20), (21)로부터 근사화 오차가 없을 경우 ($\Delta_y = \Delta_a = 0$)의 약한 최소위상 시스템은 (22)와 같이 주어지게 된다.

$$\bar{\Sigma}_y : \begin{cases} \dot{\bar{\beta}} = \frac{\bar{u}_y}{U} \\ \dot{\bar{r}} = -\frac{1}{h_y U} (Q(v_{a1}\bar{\beta} + v_{a2}\bar{\beta}^3) + h_y \bar{u}_y) \\ \bar{A}_y = -\frac{Q}{h_y} (v_{a1}\bar{\beta} + v_{a2}\bar{\beta}^3). \end{cases} \quad (22)$$

이제, 보다 간단한 형태의 제어기를 얻기 위해, 다음과 같이 가정한다.

가정 3.1 : 뱅크각의 시간에 대한 미분치는 0이다. 즉, $\frac{d}{dt}|\phi_A| = 0, \dot{v}_{a1} = 0$.

부연 3.1 : 위의 가정은 STT 미사일의 제어시에 주로 가정되어 온 것이다 [12]. 제어기의 구조를 간단히 하기 위해 뱅크각 ϕ_A 에 의해 커플되는 변수 v_{a1} 의 시간에 대한 미분치는 무시 가능하다고 가정한다. 하지만, 가정 3.3을 가정한 안정성 분석에서는 무시된 뱅크각에 의한 영향을 고려하였다.

약한 최소위상 미사일 모델 (22)에 대한 케환 선형화 제어기의 설계 방법은 다음의 보조정리에서 요약된다.

보조정리 3.1(제어기 설계) : 가정 3.1 하에서 미사일 시스템 (22)에 대한 제어 입력을 다음과 같이 설정한다.

$$\delta_r = \frac{1}{w_{y3}} \left(\frac{m(\bar{u}_y + U\bar{r})}{QS} - w_{y1}\bar{\beta} - w_{y2}\bar{\beta}^3 \right). \quad (23)$$

여기서,

$$\bar{u}_y = -\frac{Uh_y \bar{u}_1}{Q(v_{a1} + 3v_{a2}\bar{\beta}^2)} \quad (24)$$

이다. 또한, 보상기를

$$\dot{\bar{u}}_1 = -\theta_1 \bar{u}_1 + \theta_2 (A_{yc} - \bar{A}_y) \quad (25)$$

와 같이 설계했을 때, 시스템 (22)의 특성은 다음의 기준 모델을 추종하게 된다.

$$\ddot{\bar{A}}_y + \theta_1 \dot{\bar{A}}_y + \theta_2 \bar{A}_y = \theta_2 A_{yc}. \quad (26)$$

여기서, θ_1 와 θ_2 은 적당한 기준 모델을 설정하기 위한 설계 변수이다.

증명 : [21] 참조.

부연 3.2 : 연성된 매개 변수들은 제어기 (23) 의 설계 시 고려가 되므로, 연성 효과가 감소됨을 알 수 있다.

실제로, 전체 동력학 (19)에 (23), (24), (25) 대신 다음의 제어 입력을 적용하게 된다.

$$\begin{cases} \delta_r = \frac{1}{w_{y3}} \left(\frac{m(u_y + Ur)}{QS} - w_{y1}\beta - w_{y2}\beta^3 \right) \\ u_y = -\frac{Uh_y u_1}{Q(v_{a1} + 3v_{a2}\beta^2)} \\ \dot{u}_1 = -\theta_1 u_1 + \theta_2 (A_{yc} - A_y). \end{cases} \quad (27)$$

먼저, (19), (27)로 주어지는, 근사화 오차를 포함한 전체 페루프 시스템의 안정성 및 성능 분석을 위해, 다음의 정리에서 페루프 어파인 STT 모델의 오차 동력학을 유도한다.

보조정리 3.2(페루프 어파인 STT 모델 오차 동력학) : (19) 와 (22)사이의 오차 동력학은 (28)로 구해질 수 있다.

$$\tilde{\Sigma}_y : \begin{cases} \dot{e}_{u1} = -\theta_1 e_{u1} - \theta_2 e_\eta - \theta_2 e_r + D_1 \\ \dot{e}_\eta = e_{u1} + D_2 \\ \varepsilon \dot{e}_{r0} = -h_v e_{r0} - \varepsilon \frac{d}{dt} h_1(\phi_A, \beta, v_y) \\ e_{A_y} = e_\eta + e_{r0} - \frac{D_1}{\theta_2}. \end{cases} \quad (28)$$

여기서,

$$h_1(\phi_A, \beta, u_y) = \frac{1}{h_v} \left(-Q\hat{C}_a(\phi_A, \beta) - h_v u_y - \frac{QSh_v}{m} \Delta_y - Q\Delta_a \right) \quad (29)$$

$$r_0 = Ur - h_1(\phi_A, \beta, u_y), \quad \varepsilon = \frac{1}{U}, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} e_{u1} &= u_1 - \bar{u}_1, \quad e_\eta = -\frac{Q}{h_v} \{ \hat{C}_a(\phi_A, \beta) - \hat{C}_a(\phi_A, \bar{\beta}) \}, \\ e_{r0} &= r_0 - \bar{r}_0 = r_0, \quad e_{A_y} = A_y - \bar{A}_y, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\bar{h}_1(\phi_A, \beta, u_y) = \frac{1}{h_v} \{ -Q\hat{C}_a(\phi_A, \bar{\beta}) - h_v \bar{u}_y \}, \quad (32)$$

$$\bar{r}_0 = U\bar{r} - \bar{h}_1(\phi_A, \bar{\beta}, \bar{u}_y), \quad (33)$$

$$D_1 = \theta_2 \cdot \frac{Q}{h_v} \Delta_a,$$

$$\begin{aligned} D_2 &= \left(-\frac{Q}{h_v} \frac{\partial \hat{C}_a(\phi_A, \beta)}{\partial \beta} \right) \frac{QS}{Um} \Delta_y \\ &\quad - \frac{Q}{h_v} \left(\frac{\partial \hat{C}_a(\phi_A, \beta)}{\partial \phi_A} - \frac{\partial \hat{C}_a(\phi_A, \bar{\beta})}{\partial \phi_A} \right) \cdot \left(\frac{d}{dt} \phi_A \right) \end{aligned} \quad (34)$$

이다.

증명 : 부록 A 참조.

보조정리 3.1과 3.2는 다음의 정리 3.1의 근사화 오차를 포함한 전체 페루프 미사일 시스템의 안정성 및 성능 분석을 위한 정리에서 사용된다. 여기서, 다음의 가정을 도입한다.

가정 3.2 : 근사화 오차 Δ_y 와 Δ_a 는 유한하고 스무드 (smooth) 하다.

가정 3.3 : 벡크각 및 그의 미분치는 유한하다.

부연 3.3 : 가정 3.1 보다 조건이 약한 가정 3.3 은 실제적인 상황을 고려할 뿐만 아니라, 다음의 정리에서의 근사화 오차의 안정성에 대한 영향을 분석하기 위해 가정한 것이다. 반면에, 가정 3.1은 제어 법칙을 간단히 하기 위해 도입한 것이다.

정리 3.1(오차 동력학의 안정성) : 오차 동력학 (28) 은 가정 3.2, 3.3을 만족하게 되면, 다음과 같은 의미에서의 안정성을 지니게 된다.

i) 추종 오차 $e_y = A_{yc} - A_y$ 는 유한한 시간 이후에 0 부근에서 머무르게 된다(uniformly ultimately bounded). 즉, $e_y \in L_\infty$.

ii) 모델링 오차가 존재하지 않으면, 즉 근사화 오차가 0으로 감소하고 가정 3.1또한 만족되면, e_y 또한 점근적으로 0으로 수렴한다. 즉, $\Delta_v = \Delta_a = 0$ 이면, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_y = 0$.

증명 : 부록 B 참조.

부연 3.4 : 지금까지 가정 3.2, 3.3이 성립할 때, 제시된 방법에 의한 전체 시스템의 안정성 및 성능을 분석하였다. 이러한 가정들은 강인 및 적응 제어 기법의 적용시에 불확실성의 유한성을 가정하는 것과 마찬가지로, 모델링 오차의 유한성을 가정한 것으로서, 근사화 오차 결과는 다음장의 모의실험 결과에서 확인할 수 있다.

IV. 모의 실험

본 장에서는 앞장에서 제시된 기법을 STT 미사일에 적용한 결과를 보인다. 모의 실험에 의해 우리는 먼저, 함수 근사화 기법에 기반한 매개변수화 모델이 공력 지시표에 의한 모델을 제대로 나타내고 있음을 보이고, 둘째로 매개변수화 어파인 모델에 대해 설계된 제어기의 성능을 확인한다.

1. 공력 계수에 대한 공력지시표의 매개변수화

매개변수화 모델 $\hat{C}_a(\phi_A, \beta)$ (13)의 피팅 변수 c_{a1}, c_{a2}, c_{a3} 은 곡선 피팅에 의해 구해지는데, 이 값들은 모두 양수이다. 여기서 발생하는 근사화 오차는 임의의 ϕ_A 와 β 에 대해 10% 이내이다. 그림 1 (a), (b), (c)는 각각 공력지시표의 $C_a(\phi_A, \beta)$ 와 매개변수화된 $\hat{C}_a(\phi_A, \beta)$, 그리고 근사화 오차를 나타낸다. 그림 1에서와 같이, $\hat{C}_a(\phi_A, \beta)$ 는 ϕ_A 와 β 에 대해 근사화가 잘 되어 있음을 알 수 있다. $\hat{C}_b(\phi_A, \alpha)$ 에 대해서도 마찬가지로의 결과를 얻을 수 있었다.

(5)의 C_y^{f1} 와 C_y^{f2} 은 (6a), (6b)에서의 극부 매개변수화 모델을 이용하여 각 마하수에 대해 근사화 될 수

있다. $C_y^{f1}(M_m, \beta, \delta_r)$ 에 대한 공력 지시표는 마하수 $M_f = [M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6]$ 에 따라 지시되는 6개의 표로 주어진다.

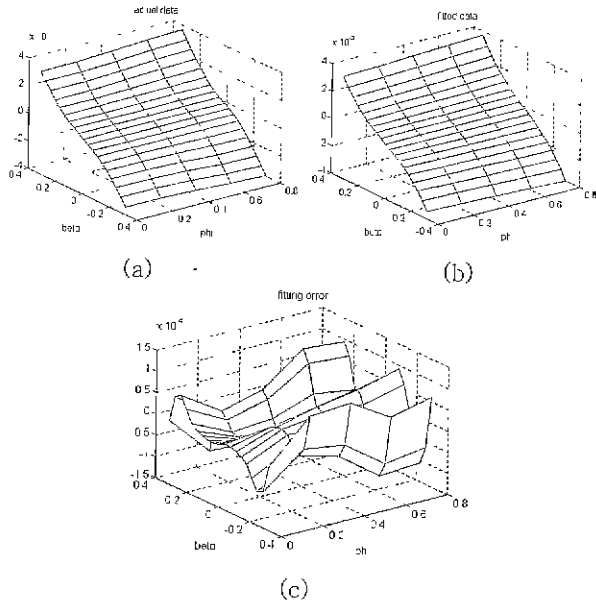


그림 1. 공력 지시표의 C_α (a) 와 매개변수화된 \hat{C}_α (b) 및 근사화 오차 (c).

Fig. 1 C_α from the look-up table (a), its parametric model \hat{C}_α (b), and the approximation error (c).

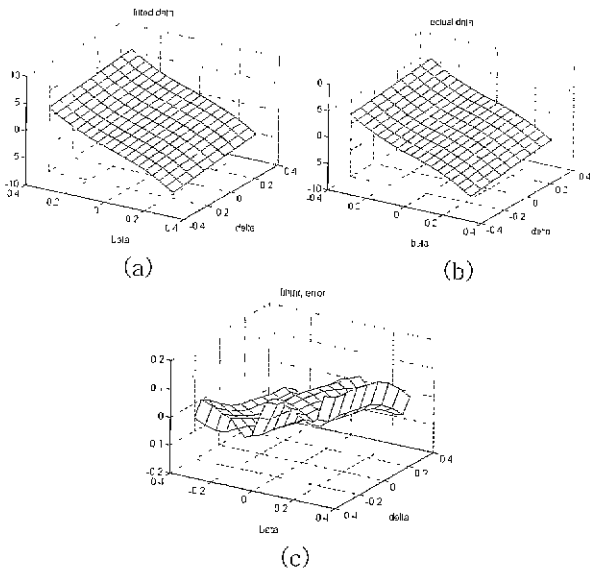


그림 2. $M_m = M_5$ 에서의 공력 지시표의 C_y^{f1} (a) 와 매개변수화된 \hat{C}_y^{f1} (b) 및 근사화 오차 (c).

Fig. 2 C_y^{f1} from the look-up table (a), its local parametric model \hat{C}_y^{f1} (b), and the approximation error (c).

그림 2에서는, $M_m = M_5$ 에 대해, 공력 지시표와 국부 매개변수화 모델을 비교한 결과를 보이고 있다. 제시

된 매개변수화 모델에서는, 공력 계수가 (12)에서 주어지는 바와 같이 지역화 함수에 따라 전체 영역에 대해 표시될 수 있다. 그림 3에서는 M_5 와 M_6 사이의 파

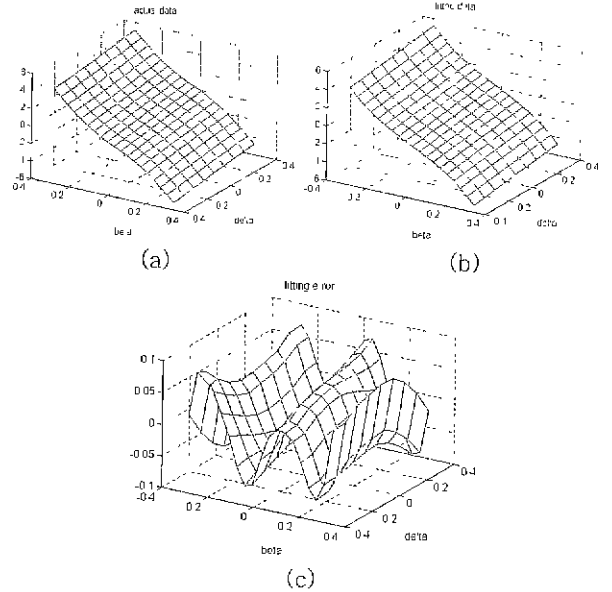


그림 3. $M_5 < M_m < M_6$ 에서의 선형 보간을 이용한 공력 지시표의 C_y^{f1} (a) 와 매개변수화된 \hat{C}_y^{f1} (b) 및 근사화 오차 (c).

Fig. 3 C_y^{f1} from a look-up table using a linear interpolation (a), the proposed parametric model \hat{C}_y^{f1} (b), and the approximation error ; $M_5 < M_m < M_6$.

하수에서의 공력 계수를 나타내고 있다. 여기서 (a)는 공력 지시표에서 선형 보간을 한 결과를 보이고 있고, (b)에서는 매개 변수화된 값 (12)을, (c)에서는 근사화 오차를 보여주고 있다. 그림 2, 3으로부터, 제시된 매개변수화 방법에 의해 근사화가 정확하게 이루어지고 있음을 알 수 있다. 다른 마하수에 대해서도 유사한 결과를 얻을 수 있었다. (8) 에서의 지역화 함수의 형태를 결정하는 변수 $\sigma_i, i=1, \dots, 6$, 는 모두 0.5로 정하였다. $C_y^{f2}, C_z^{f1}, C_z^{f2}$ 에 대해서는 C_y^{f1} 와 동일하므로, 이에 대한 결과는 생략한다. C_{y0} 와 C_{y45} 가 각 마하수에 대해 구해지므로, C_y (또는 C_z)를 표시하는데 12개의 공력 지시표가 필요하다. 제안된 C_y 에 대한 매개변수화 모델은 각 공력 지시표에 세개씩, 모두 36개의 피팅 변수들이 존재하는데, 이들은 각 마하수와 벵크각에 의존하는 세개의 변수로 줄여질 수 있다. 매개변수화 모델은 이와 같은 시변 변수들에 대해 적응제어를 적용할 수 있는 형태를 가지고 있다. 적응 제어의 적용은 추후 연구 과제로서 추진 될 수 있다.

2 궤환선형화 제어기의 성능평가

모의실험 수행시에 미사일의 동역학은 공력 지시표를 이용한, (1a), (1b)로 주어지는 6자유도 비선형 방정식을 사용하였고, 보다 실제적인 면을 고려하여 가정 2.1~2.3만을 가정하였다. 가정 2.4는 제시된 매개변수와 어퍼인

모델을 유도할 때에만 사용하였다.

궤환 선형화 제어기 (25)에서의 설계 변수들은 (35)로 주어진다.

$$\theta_1 = 2\xi\omega_n, \theta_2 = \omega_n^2 \quad (35)$$

여기서,

$$\xi = 0.7, \omega_n = 15 \quad (36)$$

이다.

구동기 모델로는, 요 및 피치 동력학에 대해 다음의 저주파수 통과 필터를 사용하였다.

$$\tau \dot{\delta}_r = -\delta_r + \delta_r^c, \quad \tau \dot{\delta}_q = -\delta_q + \delta_q^c \quad (37)$$

여기서, $\tau = 0.01\text{sec}$ 이다. 실제로 [11]에서와 마찬가지로, 이보다 좀더 빠르거나 느린 시정수에 대해서도 유사함을 확인할 수 있었다.

구형파의 가속도 명령 추종시에는 전방향 속도 U 가 884 m/sec 에서 379 m/sec 까지 감소하는 조건하에서 성능을 확인하였다. 그림 4는 설계된 제어기의 추종 성능을 보여주고 있는데, 본 논문에서 목표로 하는 자동조종 장치의 성능사양과 실제 성능을 비교한 결과를 다음의 표로 나타내었다.

표 1. 자동조종장치의 성능 사양 및 실제 성능 비교.

Table 1. Comparison of design specification and actual performance of autopilot.

	상향오차 (positive overshoot)	하향오차 (negative overshoot)	응답속도 (settling time)	정상상태오차 (steady-state error)
성능사양	5% 이내	10% 이내	0.3 초이내	없음
실제성능	5%	9.2%	0.23 초	없음

이상의 결과에서 상승 시간 (rise time), 상향 및 하향 오차 (overshoot), 그리고 정상 상태 오차 (steady-state error) 등이 만족할 만 함을 알 수 있는데, 이 결과들로부터 매개변수화 어파인 모델의 유효성을 확인할 수 있다. 또한, 위의 결과에서 보던 제어 편각은 최대치까지 도달하지 않으면서, 또한 큰 제어 입력 에너지를 필요로 하지 않는다. 더욱이, 공력 계수의 함수 근사화 결과 또한, 가속도 출력에 영향을 미치지 않을 만큼 정확하다. 그림 4의 (a) 와 (d)를 비교하면, 미끄러짐각 (받음각) 과 미사일의 요 (피치) 가속도 사이의 매우 유사한 관계가 있음을 알 수 있다. 그림 4 (c) 에서의 롤 각속도 값은 미사일이 롤 안정화가 되어 있다는 가정으로부터, 0 으로 고정시켜 놓은 것이다.

본 절에서는 매개변수화 어파인 미사일 모델에 궤환 선형화 제어기를 설계함으로써 구형파 가속도 명령의 추종시 만족할 만한 추종성능을 얻을 수 있음을 보였다.

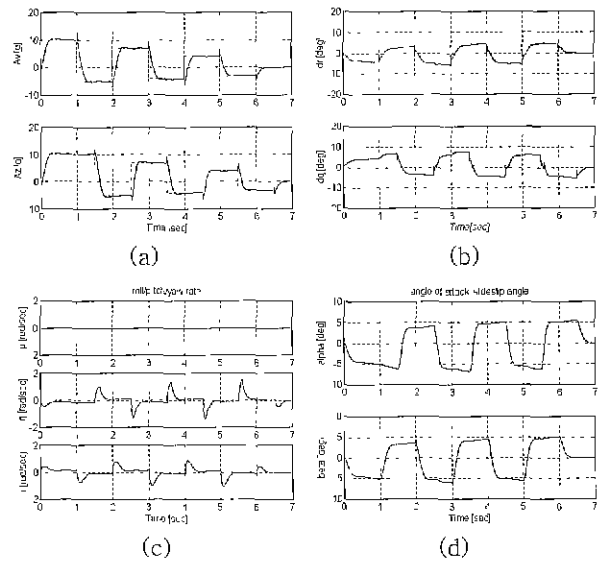


그림 4. 93구형파 추종 성능. (a) 명령(점선) 및 출력(실선) 가속도, (b) 제어 편각, (c) 롤, 피치, 요 각속도, (d) 받음각 및 옆미끄러짐각.

Fig. 4. Tracking performance of a square wave command. (a) commanded (dotted) and achieved (solid) output, (b) control fin deflection, (c) roll, pitch, and yaw rate, (d) angle of attack and sideslip angle.

V. 결론

본 논문에서는, 가속도 추종을 위한 매개변수화 어파인 미사일 모델을 제안하고, 이에 대한 제어기를 설계한 후, 전체 미사일 시스템의 안정성을 분석하였다. 우리가 제시한 모델의 특징을 열거하면 다음과 같다.

- 1) [3][4]에서의 결과와는 달리 전체 비행 동작 영역에서 유효하다.
- 2) [5]~[8]에서 비최소위상 특성을 우회하기 위해, 받음각과 옆미끄러짐각을 추종 변수로 본 것과는 달리, 여기서는 가속도를 직접적으로 추종하도록 하였다.
- 3) [5]~[8]에서의 매개변수화 모델과는 달리, 제어 편각과 공력학적 힘 및 모멘트 사이의 커플링을 모두 고려하였다.
- 4) 공력 계수의 함수 형태는 곡선 피팅 및 국소적으로 정의된 지역화 함수들로부터 매개변수화 모델을 유도하는 함수 근사화 기법에 의하여 구한다. 이렇게 되면, 적응제어를 비롯한 보다 다양한 제어 기법들을 적용할 수 있다는 장점이 있다.
- 5) [10],[11]에서의 선형 속도(즉, V 와 W)를 상태변수로 하는 모델과는 달리, 전체 동력학이 받음각과 옆미끄러짐각 (α , β)에 의해 표현되는데, α 와 β 가 측정 또는 추정에 의해 구해지며 공력 계수가 M_m , δ_r , δ_q , α , β 를 매개변수로 한다는 점을 볼 때, 보다 자연스러운 모델이라고 할 수 있다.

본 논문에서의 미사일 모델의 계수들은 공력 지시표

에 대해 함수 근사화 기법을 적용함으로써 구해졌다. 모의 실험 결과에서 보면, 근사화된 함수와 공력 지시표 사이에 근사화 오차가 존재한다. 일반적으로 공력 지시표는 풍동 실험을 통해 구해지므로, 필연적으로 모델링 오차가 존재하게 된다. 따라서, 실제로 근사화 오차는 모의 실험 결과와는 달리 더 커질 수 있다. 추후 과제로서, 이러한 근사화 오차를 포함한 모델링 오차를 보상하기 위한 실시간에서의 적응 제어기법을 본 논문에서 제시한 매개변수화 어파인 미사일 모델에 적용할 계획이다.

참고문헌

- [1] M. Tahk, M. Briggs, and P. K. A. Menon, "Applications of plant inversion via state feedback to missile autopilot design." *Conference on Decision and Control*, Austin, Texas, pp. 730-735, Dec., 1988.
- [2] K.-Y. Lian, L.-C. Fu, D.-M. Chuang, and T.-S. Kuo, "Nonlinear autopilot and guidance for a highly maneuverable missile," *Proceedings of the American Control Conference*, Baltimore, Maryland, pp. 2293-2297, Jun., 1994.
- [3] R. A. Hull, D. Schumacher, and Z. Qu, "Design and evaluation of robust nonlinear missile autopilots from a performance perspective." *Proc. of the American Control Conference*, Seattle, Washington, pp. 189-193, Jun., 1995.
- [4] R. A. Hull and Z. Qu, "Dynamic robust recursive control design and its application to a nonlinear missile autopilot." *Proc. of the American Control Conference*, Albuquerque, New Mexico, pp. 833-837, Jun., 1997.
- [5] J. Huang, and C. F. Lin, "Sliding mode control of HAVE DASH II missile systems," *Proc. of American Control Conference*, San Francisco, California, pp. 183-187, Jun., 1993.
- [6] J. Huang, C. F. Lin, J. R. Cloutier, J. H. Evers, and C. D'Souza, "Robust feedback linearization approach to autopilot design," *Proc. IEEE Conference on Control Applications*, vol. 1, pp. 220-225, 1992.
- [7] J. J. Romano, and S. N. Singh, "1-0 map inversion, zero dynamics and flight control." *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 6, pp. 1022-1028, 1990.
- [8] S. N. Singh, and M. Steinberg, "Adaptive control of feedback linearizable nonlinear systems with application to flight control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19, no. 4, pp. 871-877, 1996.
- [9] V. H. L. Cheng, C. E. Njaka, and P. K. Menon, "Practical design methodologies for robust nonlinear flight control." *AIAA, Guidance Navigation and Control Conference*, 96-3785, San Diego, CA, Jul., 1996.
- [10] J. I. Lee, J. H. Oh, I. J. Ha, E. G. Kim, and H. J. Cho, "A new approach to autopilot design for highly nonlinear missiles," *AIAA, Guidance Navigation and Control Conference*, 96-3915, San Diego, CA, Jul., 1996.
- [11] J. H. Oh and I. J. Ha, "Missile autopilot design via functional inversion and time-scaled transformation," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 64-76, 1997.
- [12] J. H. Blakelock. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [13] M. J. Hensch, and J. N. Nielsen, *Tactical Missile Aerodynamics*. Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 104, New York: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1986.
- [14] C. F. Lin, *Advanced Control Systems Design*, Englewood Cliffs, NJ: PTR Prentice Hall, 1994.
- [15] R. A. Nichols, R. T. Reichert, and W. J. Rugh, "Gain scheduling for H-infinity controllers: A flight control example," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 1, no. 2, pp. 69-79, Jun. 1993.
- [16] J. S. Shamma, and J. R. Cloutier, "Gain scheduled missile autopilot design using linear parameter varying transformation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16, no. 2, pp. 256-263, 1993.
- [17] M. Spivak, *Calculus on Manifold*, New York: W. A. Benjamin, 1965.
- [18] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, second edition, 1996.
- [19] A. Isidori, *Nonlinear Control System*, Springer-Verlag, third edition, 1995.
- [20] H. Nijmeijer, and van der Schaft, A., *Nonlinear Dynamical Control Systems*, New York: Springer-Verlag, 1990.
- [21] D. K. Chwa, and J. Y. Choi, "New parametric affine modeling and control for skid-to-turn missiles," Technical Report no. SNU-EE-TR-1999-16.

Nomenclature

(X, Y, Z)	미사일의 동체 좌표계
U, V, W	미사일 속도 벡터의 X, Y, Z -축 방향 부분벡터 크기 (m/sec)
p, q, r	각속도 벡터의 X, Y, Z -축 방향 부분벡터 크기 (rad/sec)
F_x, F_y, F_z	전체 공력학 힘 벡터의 X, Y, Z -축 방향부분 벡터 크기 ($kg \cdot m/sec^2$)
L, M, N	전체 공력학 모멘트 벡터의 X, Y, Z -축 방향 부분벡터 크기 ($kg \cdot m^2/sec^2$)

- g_x, g_y, g_z 중력의 X, Y, Z- 축 방향 부분벡터 크기 (m/sec^2)
- I_x, I_y, I_z 관성 모멘트의 X, Y, Z- 축 방향 부분벡터 크기 ($kg \cdot m^2$)
- I_{xy}, I_{yz}, I_{zx} 축간 관성곱 ($kg \cdot m^2$)
- $I \in R^{3 \times 3}$ 관성 모멘트 ($kg \cdot m^2$)
- α, β, ϕ_A 받음각, 옆미끄러짐각, 뱅크각 (rad)
($\alpha = \tan^{-1}(W/U), \beta = \tan^{-1}(V/U), \phi_A = \tan^{-1}(V/W)$)
- α_T 전체각 ($\alpha_T = \tan^{-1}(\sqrt{V^2 + W^2} / V_M)$) (rad)
- V_S 음속 (m/sec)
- V_M 미사일비행속도
($= \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}$) (m/sec)
- M_m 마하수 ($= V_M / V_S$) ($Mach$)
- m, ρ 미사일의 질량, 공기밀도 (kg), (kg/m^3)
- Q 동압력 ($= \rho |V_M|^2 / 2$)
- S, D 공력학적 기준 면적 및 길이 (m^2), (m)
- $\delta_r, (\delta_q)$ 요(피치) 제어 편각 (rad)
- $\delta_r^c, (\delta_q^c)$ 요(피치) 제어 편각 명령 (rad)
- $A_y, (A_z)$ 요(피치) 출력 가속도 (g)
- $A_{yc}, (A_{zc})$ 요(피치) 가속도 명령 (g)
- $C_y, (C_z)$ 수평(수직) 힘 계수
- $C_m, (C_n)$ 피칭(요잉) 모멘트 계수
- \dot{x} x 의 시간에 대한 미분값
- $\|x\|$ 벡터 $x \in R^n$ 의 유클리디안 노름
- $\|x\|_\infty$ $\sup_{t \geq 0} \|x(t)\|$

부 록

부록 A : 보조정리 3.2의 증명

(19)에 (27)의 제어입력을 적용한 후 (29), (30)의 정의와 (22)의 간략화된 시스템을 이용하면, (28)의 첫번째, 세번째 식이 증명된다. (31)에 정의된 e_η 을 시간에 따라 미분하면 두번째 식이 증명되고, 네번째식은 쉽게 유도될 수 있다. (상세한 증명은 [21] 참조)

부록 B : 정리 3.1의 증명

먼저, (34)에서의 D_1, D_2 은 근사화 오차와, 가정 3.1을 도입하여 설계된 제어기로 인한 모델링 오차에 해당된다. 천천히 변하는 변수에 해당하는 (28)의 첫번째 및 두번째 식은 다음과 같은 행렬 형태로 쓸 수 있다.

$$\dot{w} = A_{11}w + A_{12}e_{r,0} + D \tag{B1}$$

여기서,

$$w = \begin{bmatrix} e_{u1} \\ e_\eta \end{bmatrix}, A_{11} = \begin{bmatrix} -\theta_1 & -\theta_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} -\theta_2 \\ 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$$

이다. (28)의 세번째 식은 빨리 변하는 동적 특성을 지니고 있다. 가정 3.2, 3.3 으로부터, 피팅 오차 및 뱅크각의 미분치는 유한하다. 보조정리 3.1에 의해 Σ_y 은 제어 입력 (23)에 의해 안정화 된다.

두번째로, 리아푸노프 함수를 선정한 후 대수적인 수식 변환을 통해, 노름 $\|e_{u1}(t)\|, \|e_\eta(t)\|, \|e_{Ay}(t)\|, \|e_{r,0}(t)\|$ 의 상한을 유도한다. A_{11} 가 $\theta_1, \theta_2 > 0$ 에 대해 Hurwitz 행렬이므로, 다음을 만족하는 양의 한정행렬 P 가 존재한다.

$$A_{11}^T P + P A_{11} = -Q. \tag{B2}$$

여기서, Q 는 적당한 양의 한정 행렬이다. 리아푸노프 함수를

$$V_1(e_{u1}, e_\eta) = \frac{1}{2} w^T P w, V_2(e_{r,0}) = \frac{1}{2} e_{r,0}^T e_{r,0} \tag{B3}$$

와 같이 선정하면, $V_1(e_{u1}, e_\eta)$ 를 시간에 따라 미분한 결과는 다음과 같다. (상세한 과정은 [21] 참조)

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{\lambda_m(Q)}{\lambda_M(P)} V_1 + \lambda_M(P) (\|\theta_2\| \cdot \|e_{r,0}\| + \|D\|) \cdot (\sqrt{2} \frac{\sqrt{V_1}}{\sqrt{\lambda_m(P)}}).$$

여기서, $\lambda_M(P)$ 와 $\lambda_m(P)$ 는 각각 행렬 P 의 최대, 최소 고유치를 나타낸다. $v_1 = \sqrt{V_1}$ 를 위의 \dot{V}_1 에 대한 관계식에 대입하면,

$$\dot{v}_1 \leq -\frac{\lambda_m(Q)}{2\lambda_M(P)} v_1 + \frac{\lambda_M(P)}{\sqrt{2\lambda_m(P)}} (\|\theta_2\| \cdot \|e_{r,0}\| + \|D\|) \tag{B4}$$

를 얻을 수 있고, (B4)을 시간에 대해 적분하면 (B5)가 된다.

$$v_1(t) \leq v_1(0)e^{-\sigma t} + \frac{\lambda_M(P)}{\sqrt{2\lambda_m(P)}} \int_0^t (\|\theta_2\| \cdot \|e_{r,0}(\tau)\| + \|D\|) e^{-\sigma(t-\tau)} d\tau \tag{B5}$$

여기서 $\sigma = \frac{\lambda_m(Q)}{2\lambda_M(P)}$; $\sigma > 0$ 이다. 따라서, (B5)은 (B3)과 (28)의 네번째 식으로부터, 각각 (B6a), (B6b)의 관계식으로 표현된다. (상세한 과정은 [21] 참조)

$$\|e_{u1}(t)\|, \|e_\eta(t)\| \leq B_1 e^{-\sigma t} + B_2 \int_0^t (\|\theta_2\| \cdot \|e_{r,0}(\tau)\| + \|D\|) e^{-\sigma(t-\tau)} d\tau, \tag{B6a}$$

$$\|e_{Ay}(t)\| \leq B_1 e^{-\sigma t} + B_2 \int_0^t (\|\theta_2\| \cdot \|e_{r,0}(\tau)\| + \|D\|) e^{-\sigma(t-\tau)} d\tau + \|e_{r,0}(t)\| + \left\| \frac{D_1}{\theta_2} \right\|. \tag{B6b}$$

여기서, $B_1 = \frac{2}{\lambda_m(P)} v_1(0)$, $B_2 = \frac{\lambda_M(P)}{\lambda_m(P)}$ 이다. 이제, (B3)의 $V_2(e_{r,0})$ 를 시간에 대해 미분하고, $V_1(e_{u1}, e_\eta)$ 에 서와 같이 진행하면,

$$\|e_{r,0}\| \leq \|e_{r,0}(0)\| e^{-\frac{h_x}{c} t} + \int_0^t \left\| \frac{d}{dt} h_1(\phi_A, \beta, u_y) \right\| e^{-\frac{h_x}{c}(t-\tau)} d\tau \tag{B6c}$$

가 구해진다. 위의 (B6a), (B6b), (B6c)을 보면, $e_{u1}, e_\eta, e_{Ay}, e_{r,0}$ 의 유계는 $\frac{d}{dt} h_1(\phi_A, \beta, u_y)$ 의 유계에 의존함

을 알 수 있다.

세번째로, $\frac{d}{dt}h_1(\phi_A, \beta, u_y)$ 에 대해 자세히 고찰한다. (29)를 미분하면, (B7)이 된다. (상세한 과정은 [21] 참조)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}h_1(\phi_A, \beta, u_y) = & u_1 - \frac{Q}{h_v} \cdot \frac{\partial \hat{C}_a(\phi_A, \beta)}{\partial \beta} \cdot \frac{QS}{Um} \Delta_y \\ & - \frac{Q}{h_v} \frac{\partial \hat{C}_a(\phi_A, \beta)}{\partial |\phi_A|} \cdot \frac{d}{dt}|\phi_A| - u_y - \left(\frac{QS}{m} \Delta_y\right)' - \left(\frac{Q}{h_v} \Delta_a\right)' \end{aligned} \quad (B7)$$

여기서, 두번째 등호에서는 (B2)의 두번째 식을 사용하였다. (27)의 두번째 식을 미분하게 되면, (B8)이 된다. (상세한 과정은 [21] 참조)

$$\dot{u}_y = E_1 u_1 + E_2 e_y. \quad (B8)$$

여기서,

$$\begin{aligned} E_1 = & -\frac{6Uh_v^2 v_{a2} \beta}{Q^2(v_{a1} + 3v_{a2} \beta^2)^3} + \frac{6Sh_v v_{a2} \beta}{m(v_{a1} + 3v_{a2} \beta^2)^2} \Delta_y \\ & + \frac{Uh_v \theta_1}{Q(v_{a1} + 3v_{a2} \beta^2)}, \\ E_2 = & -\frac{Uh_v \theta_2}{Q(v_{a1} + 3v_{a2} \beta^2)} \end{aligned}$$

이다. 가정 3.2로부터 E_1 와 E_2 은 β 의 크기에 관계없이 유계임을 알 수 있다. 간략화된 시스템 $\bar{\Sigma}_y$ 은 보조정리 3.1에 의해 안정화되므로, 가정 3.2와 3.3으로부터, 다음 식을 얻게 된다.

$$|\bar{u}_1(t)| \leq \lambda_{u1}, \quad |A_{ye}(t) - \bar{A}_y(t)| \leq \lambda_{Ay}, \quad |\hat{C}_a(\phi, \bar{\beta})| \leq \lambda_{\hat{C}_a}. \quad (B9)$$

여기서, λ_{u1} , λ_{Ay} , $\lambda_{\hat{C}_a}$ 는 양의 상수이다. 만약 근사화 오차가 존재하지 않으면, λ_{Ay} 는 (26)으로 부터 알 수 있듯이, 0으로 점근적으로 감소하게 된다. 실제로 $\hat{C}_a(\phi, \bar{\beta})$ 의 유계성은 다음으로부터 더욱 명확해진다. 식 (26)으로부터 \bar{A}_y 은 유계이고, (15)와 (22)의 마지막 식으로부터, 이는 $\hat{C}_a(\phi, \bar{\beta})$ 또한 유계임을 의미한다. 따라서, 부등식

$$\|u_1\|_\infty \leq \lambda_{u1} + \|e_{u1}\|_\infty, \quad \|e_y\|_\infty \leq \lambda_{Ay} + \|e_{Ay}\|_\infty \quad (B10)$$

와 (B8)을 사용하여,

$$\begin{aligned} \|u_y\|_\infty \leq & \|E_1\|_\infty \|u_1\|_\infty + \|E_2\|_\infty \|e_y\|_\infty \\ = & \|E_1\|_\infty \cdot \lambda_{u1} + \|E_2\|_\infty \cdot \lambda_{Ay} + (\|E_1\|_\infty \cdot \lambda_{u1} + \|E_2\|_\infty \cdot \lambda_{Ay}) \end{aligned} \quad (B11)$$

를 얻을 수 있다. (B6a), (B6b) 형태로 e_{Ay} 와 e_η 가 유한하므로, (B7), (B10), (B11)를 쓰게 되면, 적당한 상수 h_i^* , $i=1,2,3$, 에 대해 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다. (상세한 과정은 [21] 참조)

$$\left\| \frac{d}{dt} h_1(\phi_A, \beta, u_y) \right\| \leq h_1^* \|e_{u1}\|_\infty + h_2^* \|e_{Ay}\|_\infty + h_3^*. \quad (B12a)$$

여기서,

$$h_1^* = \|E_1\|_\infty + 1, \quad h_2^* = \|E_2\|_\infty,$$

$$\begin{aligned} h_3^* = & (\|E_1\|_\infty + 1)\lambda_{u1} + \|E_2\|_\infty \lambda_{Ay} \\ & + \left\| \frac{Q}{h_v} \frac{\partial \hat{C}_a(\phi_A, \beta)}{\partial |\phi_A|} \cdot \frac{d}{dt}|\phi_A| + \frac{Q}{h_v} \frac{\partial \hat{C}_a(\phi_A, \beta)}{\partial \beta} \cdot \frac{QS}{Um} \Delta_y \right. \\ & \left. + \left(\frac{QS}{m} \Delta_y\right)' + \left(\frac{Q}{h_v} \Delta_a\right)' \right\| \end{aligned} \quad (B12b)$$

이다. 이제, (B13)의 관계식을 얻을 수 있다. (상세한 과정은 [21] 참조)

$$\begin{aligned} & \int_0^t \left\| \frac{d}{dt} h_1(\phi_A, \beta, u_y) \right\| e^{-\frac{h_v}{\varepsilon}(t-\tau)} d\tau \\ \leq & (B_1^* e^{-\sigma t} + B_2^*) + \int_0^t B_3^* \|e_{r,0}(\tau)\| e^{-\sigma(t-\tau)} d\tau. \end{aligned} \quad (B13)$$

여기서

$$B_1^* = (h_1^* + h_2^*) \frac{\varepsilon}{h_v - \varepsilon \sigma} \left(B_1 + \frac{B_2}{\sigma} \|D\| \right), \quad B_2^* = \left(h_3^* \left\| \frac{D_1}{\theta_2} \right\| + h_3^* \right) \frac{\varepsilon}{h_v},$$

$$B_3^* = (h_1^* + h_2^*) B_2 \frac{\varepsilon}{h_v - \varepsilon \sigma} + h_2^*$$

이다.

마지막으로, 앞에서 유도한 식들로부터 e_y 에 대한 안정성 해석을 마무리한다. (B13)의 관계식을 (B6c)에 대입하면, Gronwall-Bellman Inequality [18]를 사용하여

$$\begin{aligned} \|e_{r,0}(t)\| \leq & \|e_{r,0}(0)\| e^{-\frac{h_v t}{\varepsilon}} + B_1^* e^{-\sigma t} + B_2^* \\ & + \int_0^t (\|e_{r,0}(0)\| e^{-\frac{h_v \tau}{\varepsilon}} + B_1^* e^{-\sigma \tau} + B_2^*) B_3^* e^{-\sigma(t-\tau)} \exp\left(\int_\tau^t B_3^* e^{-\sigma(t-\tau')} d\tau'\right) d\tau \end{aligned} \quad (B14)$$

를 얻게 되고, 이는 다시 (B15)가 된다.

$$\begin{aligned} \|e_{r,0}(t)\| \leq & \|e_{r,0}(0)\| e^{-\frac{h_v t}{\varepsilon}} + B_1^* e^{-\sigma t} + B_2^* \\ & + B_3^* e^{\sigma t} \left(\frac{\varepsilon}{h_v - \sigma \varepsilon} \|e_r(0)\| \cdot (e^{-\sigma t} - e^{-\frac{h_v t}{\varepsilon}}) + \frac{B_1^*}{\sigma \varepsilon} + \frac{B_2^*}{\sigma} \right) \end{aligned} \quad (B15)$$

여기서, e 는 자연로그의 밑을 나타낸다. (B15)에서 B_3^* 는 유한하지만, B_1^* 와 B_2^* 는 모델링 오차에 따라 유한성이 결정된다. 또한, (B6a), (B6b), (B15)에 의해, 정상상태에서의 추종 오차는 초기 조건 ε 과 함께 모델링 오차에 의존한다. (30)에서 정의된 것과 같이, 전 방향 속도 U 의 역에 해당하는 ε 가 충분히 작다면 $e_{r,0}(t)$ 는

가정 3.2, 3.3 에 의해 유한한 시간이 지난 후 0 근처로 수렴한다. 따라서, (B6b), (B10)으로부터, 추종 오차 $e_y(t)$ 는 주로 모델링 오차에 의존하고, 이 모델링 오차

가 또한 충분히 작으면, 추종 오차 또한 0으로 수렴할 것이다. 이는 나중에 보이는 모의 실험 결과에서도 확인할 수 있다.

좌 동 경

제어·자동화·시스템공학논문지 제5권, 제3호, 참조.

최 진 영

제어·자동화·시스템공학논문지 제4권, 제4호, 참조.

김 진 호

제어·자동화·시스템공학논문지 제5권, 제3호, 참조.

송 찬 호

제어·자동화·시스템공학논문지 제3권, 제2호 참조.