

# 달걀형 웹 개구부를 가진 합성보의 강도와 초기강성도

## Strength and Initial Stiffness of Composite Beams with an Egg-Shaped Web-Opening

김 원 기\*                      박 노 응\*\*  
Kim, Won Ki                  Park, Noh Woong

### 국문요약

강한 지진 하에서 효율적으로 거동하도록 유도하는 연구중의 하나로서 개구부를 가진 합성보의 이력거동을 조사하고 있다. 직사각형 개구부를 가진 합성보에 대한 연구를 발전시켜 에너지 소산 능력이 보다 큰 달걀형 개구부를 가진 합성보에 대해 연구를 수행하였다. 실험적 연구와 비선형 FEM 해석 연구 모두가 그러한 합성보의 연성도를 입증하였다. 본 연구는 달걀형 웹 개구부를 가진 합성보의 강도와 초기강성도를 산정하는 약산식을 제시하였고, 그 결과를 실험 및 비선형 FEM 해석의 결과와 비교 분석하였다.

**주요어** : 합성보, 웹 개구부, 강도, 초기강성도, 이력거동

### ABSTRACT

This study investigates the cyclic behavior of open-web composite beams developed for efficient performance against strong earthquake. Typical rectangular web-opening of composite beams has been advanced to egg-shaped web-opening, which results in larger capacity of energy dissipation. Both experimental and nonlinear FEM analyses demonstrate their ductile behavior. This research proposes a simplified design method for determining strength and initial stiffness of the composite beams with an egg-shaped web-opening, and compares the design formula with those of experimental test and nonlinear analyses.

**Key words** : composite beam, web opening, strength, initial stiffness, cyclic behavior

## 1. 서 론

강구조 건축물의 지진피해중에서, 보와 기둥이 만나는 접합부에서 용접부에 발생하는 손상은 취성파괴를 초래하고 있다. 그림 1은 기둥-보 접합부의 파괴형태로서, 용접부 주변에 나타나는 여러 가지의 파괴형태를 보여주고 있다. 이러한 취성파괴에 의한 피해를 극소화하기 위한 연구로서 보의 단부 가까이에 있는 부재 단면을 감소하여, 이 감소된 단면에서 소성힌지를 유도하여 인성파괴의 결과를 초래하는 연구<sup>(1),(2)</sup>가 계속되었다. 그 중에서 강재보의 플랜지 부

분을 곡선으로 감소시킨 그림 2의 (a)dogbone beam은 미국에서 실용화되어 있는 상태이며, (b)slotted beam 형태는 현재 미국에서 연구중이다.

개구부를 가진 유공 합성보의 단조하중에 대한 거동에 관한 연구 역시 그 동안 많이 수행되었으며 부재의 공칭강도 산정 설계식<sup>(3),(4)</sup>이 이미 제시되었다. 국내에서는 웹 개구부가 상단에 설치된 경우인 상부 유공 합성보의 극한 내력에 관한 연구<sup>(5)</sup>가 이미 시행되어 단조하중에 대한 성능은 우수함이 확인되었다. 또한 반복하중을 받는 합성보에서 합성보의 웹 단면에 직사각형 개구부를 설치하여 개구부 주변의 소성힌지를 유도하여 인성파괴를 유도하는 실험<sup>(6)</sup>을 수행하였다.

\* 정회원 · 호서대학교 건축토목공학부, 교수

\*\* (주)C·S 구조엔지니어링

본 논문에 대한 토의를 2001년 2월 28일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

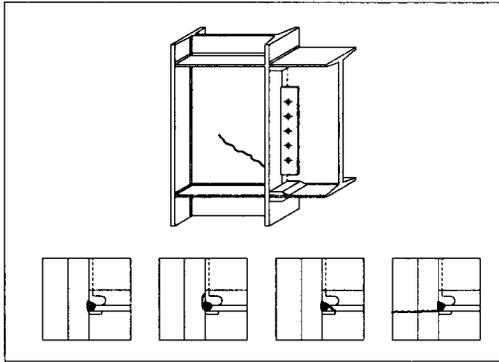


그림 1 기둥-보 접합부의 파괴 형태

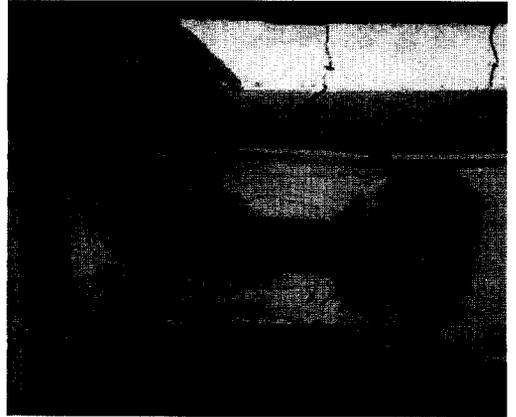
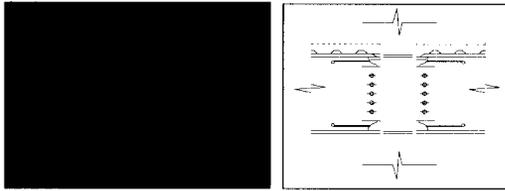


그림 3 직사각형 개구부를 가진 합성보



(a) Dogbone beam (b) Slotted beam

그림 2 외국의 연구사례

이 연구는 보 단부의 전단력에 의한 2차모멘트의 영향으로 생기는 개구부 부위의 소성모멘트를 이용하여 에너지소산과 연성에 대하여 확인하였다. 그리고 직사각형 개구부를 가진 합성보의 강도와 초기강성도 산정 약산식을 제안<sup>(11)</sup>하였다.

합성보의 웹 단면에 달갈형 개구부를 설치한 실험<sup>(10)</sup>은 직사각형 개구부의 형태를 향상시켜 연성도와 에너지 소산능력을 향상시키며 결국 합성보의 내진성능을 향상시키는데 목적이 있다. 즉 그림 3과 같은 직사각형 개구부 대신에 달갈형의 개구부를 두어 4개 부위의 소성모멘트를 증가시키고, 소성모멘트 영역을 증가시키는데 목적이 있다.

## 2. 연구 목적

이번 연구는 달갈형 형태의 웹 개구부를 가진 합성보의 강도와 초기강성도를 약산식으로 산정하는 방법을 제안하고자 한다.

직사각형 개구부를 가진 합성보의 강도 산정식을 이용하여 달갈형 형태의 개구부를 가진 합성보로 발전시키고자 하며, 또한 앞서 수행한 실험 및 전산해석<sup>(10)</sup>에서의 강도와 비교하고자 한다.

또한, 기존의 직사각형 개구부를 가진 합성보의 초기강성도 산정식을 이용하여 달갈형 개구부를 가진 합성보로 발전시키고자 하며, 기존의 전산해석 결과와 여기서 유도한 수식의 계산 및 실험결과를 비교하고자 한다.

## 3. 실험

웹 달갈형 개구부를 가진 합성보의 실험으로 그림 4와 5와 같은 형상의 시험체를 2개 제작하여 그림 6과 같이 실험하였다.

시험체는 기둥과 보로 구성되었다. 가력점은 기둥에서 180cm 떨어져있고, 개구부 중앙에서 155cm 떨어져 있다. 시험체 'CEGW'와 'CEGN'은 보단부에서 25cm 떨어진 위치가 개구부의 중앙이다. 개구부의 크기는 'CEGN'는 개구부가 타원형으로 높이 15cm, 폭 25cm이며, 'CEGW'는 개구부가 타원으로 높이 20cm, 폭 25cm이다. 실험은 하중-변위의 거동을 조사하기 위해 반복하중을 가하였다. 실험과 관련된 자세한 사항은 참고문헌 10에 상세히 수록되어 있다.

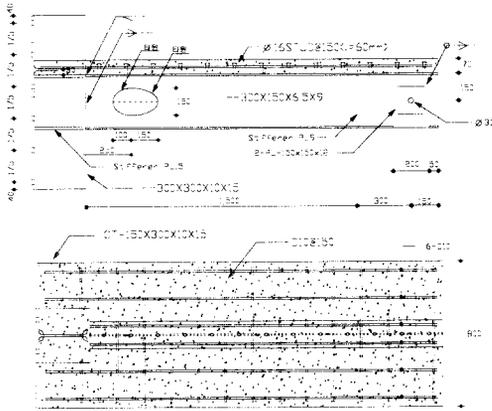
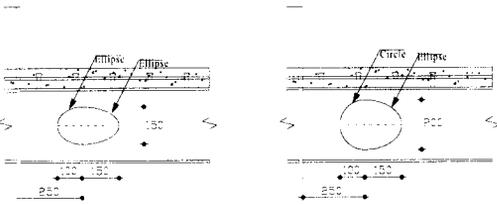


그림 4 시험체 형상



(a) 시험체 'CEGN' (b) 시험체 'CEGW'

그림 5 개구부 상세

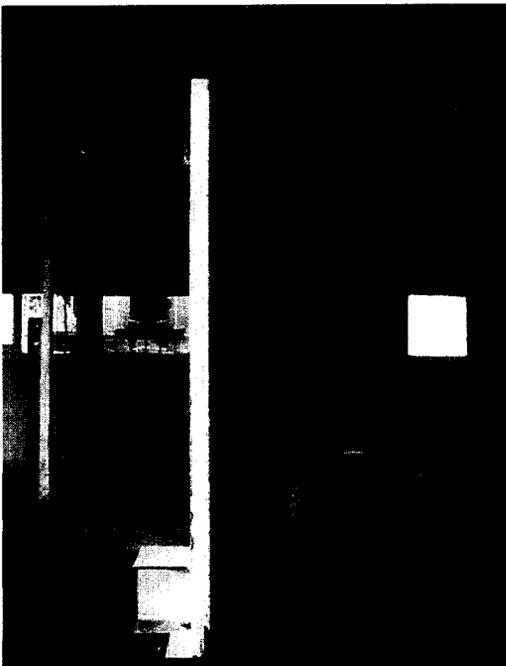


그림 6 시험 현장

두 개의 시험체 모두가 그림 7과 같이 콘크리트 부분이 완전히 파괴되고, 개구부 주변에 소성힌지가 발생한 후에, 플랜지의 국부좌굴과 개구부 부분의 파단으로 내력이 저하되어 실험을 중단하였다.

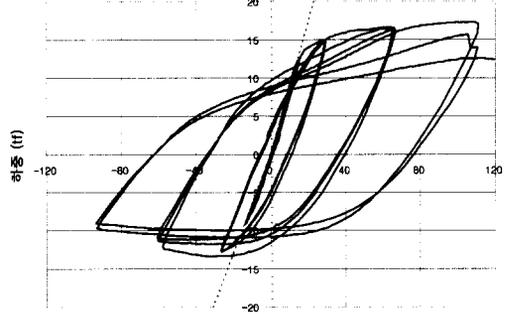
그림 8은 실험이 완료되기까지의 하중-변위 곡선을 보여주고 있다. 시험체 'CEGN'의 경우에



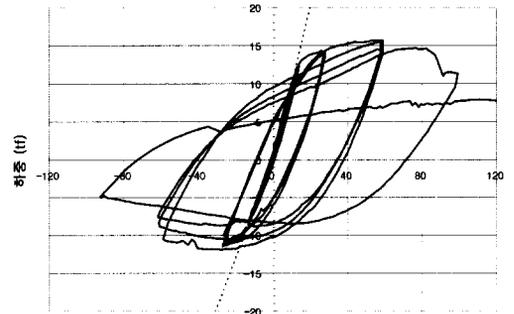
(a) 시험체 'CEGN' (b) 시험체 'CEGW'

그림 7 시험체 파괴형

범례 점선: 초기강성도 실선: 실험값



(a) 달걀형 시험체 'CEGN'



(b) 달걀형 시험체 'CEGW'

그림 8 시험체 하중-변위 이력곡선

정모멘트 구간의 최대하중은 약 17.31tonf(변위 107mm)에 도달하였고, 부모멘트 구간의 최대하중은 약 13.36tonf(변위 32mm)에 도달하였다. 정모멘트구간에서의 초기강성도는 약 8.8tonf/cm이며 부모멘트구간의 초기강성도는 약 6.5tonf/cm이다. 정모멘트구간과 부모멘트구간의 최대변위는 155mm이다.

시험체 'CEGW'의 경우에 정모멘트 구간의 최대하중은 약 15.68tonf(변위 58mm)에 도달하였고, 부모멘트 구간의 최대하중은 약 11.87tonf(변위 28mm)에 도달하였다. 정모멘트구간에서의 초기강성도는 약 9.4tonf/cm이며 부모멘트구간의 초기강성도는 약 6.3tonf/cm이다. 정모멘트구간과 부모멘트구간의 최대변위는 152mm이다.

참고적으로, 달걀형 개구부 시험체가 직사각형 개구부보다 연성도와 에너지소산 능력이 우수한 사항은 참고문헌 10에 수록되어 있다.

#### 4. 전산해석

전산해석에서 앞선 실험의 시험체를 그림 9와 같이 모델링하였다. 전산해석은 비탄성해석 프로그램인 MARC<sup>(7)</sup>를 사용하여 수행하였다. 전산해석에 사용된 유한요소의 종류 및 모델링 방법은 참고문헌 8과 9에 상세히 수록되어있다.

전산해석에서 웨브 개구부를 가진 합성보의 강도와 강성을 평가하기 위한 모델의 평면도와 입면도 및 개구부 상세는 그림 9(a),(b),(c)와 같다. 시험체는 콘크리트 슬래브의 폭이 80cm이었으나 전산해석 시간의 단축을 위하여 20cm로 축소하였다. 즉, 콘크리트 슬래브의 시어래그 (shear lag)효과는 무시하였다. 또한, 강재보의 요소(element)는 개구부 주변의 응력도-변형도 관계와 전산해석 시간을 고려하여 개구부 주변만 작게 분할하였다.

전산해석에서 경계조건은 그림 9와 같으며 하중은 단부에서 180cm 떨어진 위치에서 변위 제어(displacement control)로 가력하였다. 강성도를 산정할 때의 해석은 탄성해석으로, 강도를 산정할 때 해석은 비탄성해석으로 수행하였다.

재료의 성질은 그림 10 및 표 1과 같다.

전산해석은 표 2와 같이 6가지 경우로 해석하였다. 전산해석에서의 부모멘트 구간은 합성보의 콘크리트가 인장을 받는 경우이다. 이 경우

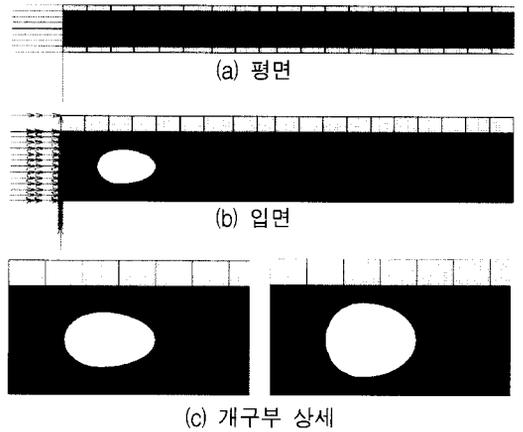
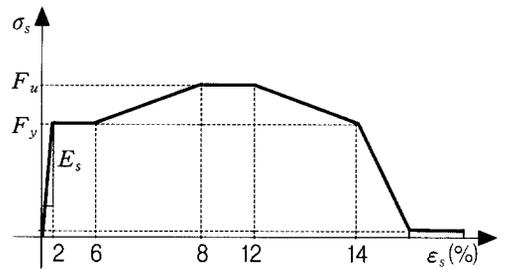
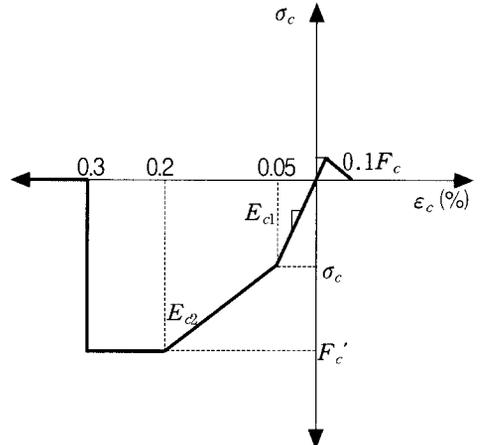


그림 9 전산 해석 모델



(a) 강재



(b) 콘크리트

그림 10 재료의 응력-변형 곡선

표 1 재료의 역학적 성질 (tonf/cm<sup>2</sup>)

강재	$F_y$	3.8
	$F_u$	5.0
	$E_s$	2,100
콘크리트	$F_c'$	0.24
	$\sigma_c$	0.12
	$\sigma_t$	0.024
	$E_{cl}$	232
	$E_{ct}$	80
	$E_t$	41

표 2 초기강성도의 전산해석 결과 (tonf/cm)

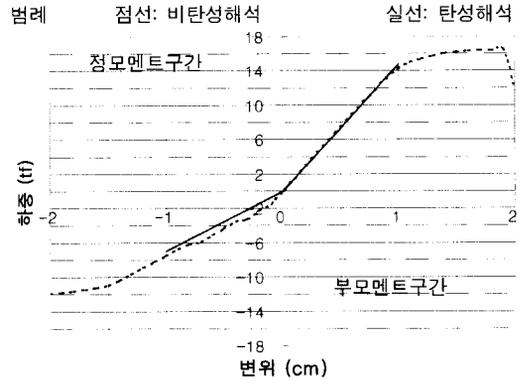
	개구부 없는 경우	개구부 있는 경우	
		CEGN	CEGW
부모멘트 구간	7.5	6.7	5.6
정모멘트 구간	17.6	14.9	13.16
		CEGW	13.16

콘크리트의 인장력을 무시하고 해석하였다. 즉, 부모멘트 구간의 전산해석 모델링은 콘크리트 슬래브가 없는 강재보의 강성도와 같다. 전산해석에서 정모멘트 구간은 콘크리트가 압축을 받는 경우이다. 즉, 전산해석 모델링을 합성보로 설계하였다. 강성도 전산해석 결과는 그림 11과 표 2에 정리하였다.

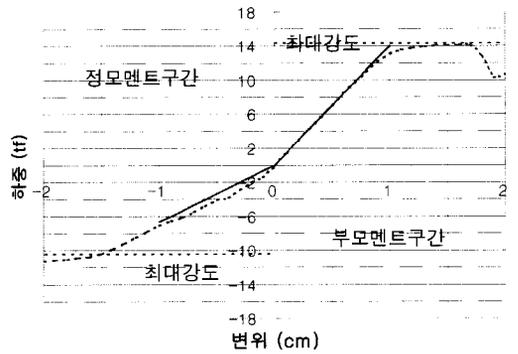
여기서, 그림 8과 11에서 보는 바와 같이 실험에 의한 강성도가 적게 나타난 주된 이유는 고정단의 회전에 의한 변형 때문이다. 따라서 이후 강성도의 비교에서는 실험결과를 생략하기로 한다.

시험체 'CEGN'의 경우에 정모멘트 구간의 최대하중은 약 14.2tonf에 도달하였고, 부모멘트 구간의 최대하중은 약 11.2tonf에 도달하였다. 정모멘트구간에서의 초기 강성은 약 14.0tonf/cm이며 부모멘트구간의 초기 강성은 약 6.7tonf/cm이다.

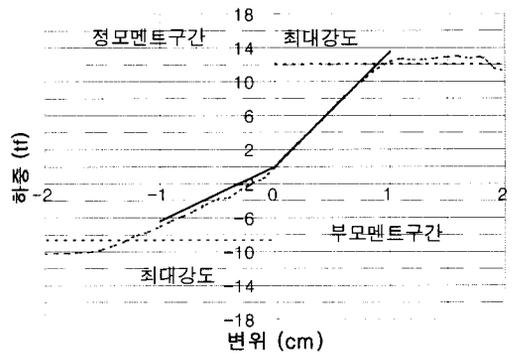
시험체 'CEGW'의 경우에 정모멘트 구간의 최대하중은 약 13.0tonf에 도달하였고, 부모멘트 구간의 최대하중은 약 10.3tonf에 도달하였다. 정모멘트구간에서의 초기 강성은 약 13.6tonf/cm이며 부모멘트구간의 초기 강성은 약 6.4tonf/cm이다.



(a) 무개구부 시험체



(b) 시험체 'CEGN'



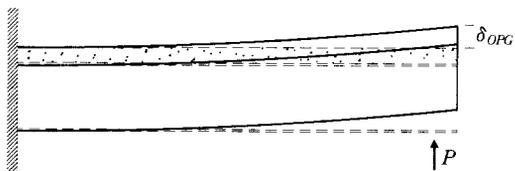
(c) 시험체 'CEGW'

그림 11 전산해석 하중-변위 이력곡선

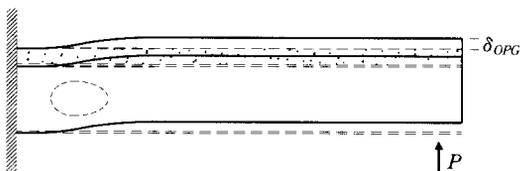
## 5. 초기강성도와 강도의 약산식

### 5.1 초기강성도 약산식 산정

초기강성도, 즉 탄성이론에 의한 약산식은 그림 12와 같이 개구부가 없는 경우의 변위를



(a) 개구부가 없는 경우의 변위 ( $\delta_{ORG}$ )



(b) 개구부로 인한 추가 변위 ( $\delta_{OPN}$ )

그림 12 구조체의 변형 형태

우선 계산하고 개구부 효과 즉, 전단력에 대한 2차 모멘트의 효과인 전단변형에 의한 변위를 계산하여 추가하는 방법으로 산정한다. 다만 여기서 전단응력도에 의한 변형은 무시하였다.

합성보의 강성도 산정에 적용한 변위는 다음 식 (1)로 산정하였다.

$$\delta_{TOT} = \delta_{ORG} + \delta_{OPN} \quad (1)$$

여기서

$\delta_{TOT}$  : 전체 변위

$\delta_{ORG}$  : 개구부 없는 경우의 변위

$\delta_{OPN}$  : 개구부로 인한 추가 변위

합성보의 부모멘트 구간의  $\delta_{ORG}$ 의 계산은 콘크리트 인장강성을 무시하고 강재보로 변위를 계산하였다.

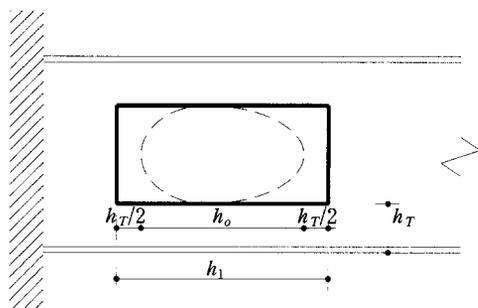


그림 13 부모멘트 구간 개구부 확대 모델

$\delta_{OPN,N}$ 의 계산은 그림 14와 같은 라멘골조 모델로 개구부에 의한 변위를 계산하였으며, 그림 13과 같이 개구부 크기를  $h_1$ 으로 확대하였다. 개구부 크기를 확대한 이유는 그림 7과 같이 개구부 주변에 응력집중이 발생하기 때문에 그 효과를 고려하였다.

개구부 효과의 계산은 다음 식 (2)와 같으며, 합성보의 부모멘트 구간의 전체 변위의 계산 결과는 표 3에 정리하였다.

$$\delta_{OPN,N} = Ph_1^3 / 12E(2I_T) \quad (2)$$

여기서,

$h_1$  :  $h_o + h_T$  확대된 개구부 폭 (cm)

$h_o$  : 실제 개구부 폭 (cm)

$h_T$  : T형 단면 스템의 춤 (cm)

$I_T$  : T형단면의 단면2차모멘트 (cm<sup>4</sup>)

결과적으로 부모멘트 구간의 강성도는 단위 하중에 의한 변위의 역수로서 값을 적용하면 개구부가 없는 경우 7.5, 개구부가 있는 경우 시험체 CEGN은 7.1, CEGW는 6.3이 된다.

합성보의 정모멘트 구간의  $\delta_{ORG}$ 의 계산은

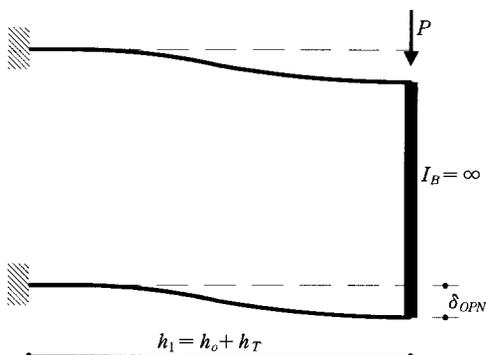


그림 14 부모멘트 구간 개구부 해석 모델

표 3 부모멘트 구간의 단위하중에 의한 변위 (cm/tonf)

변위 약산식	$\delta_{ORG}$	$\delta_{OPN,N}$	$\delta_{TOT}$
CEGN	0.13	0.01	0.14
CEGW		0.03	0.16

콘크리트 압축강성을 고려하여 변위를 계산하였다.

$\delta_{OPN,P}$ 의 계산은 그림 16과 같은 라멘골조 모델로 개구부에 의한 변위를 계산하였다. 개구부 효과의 계산은 그림 15와 같이 개구부 크기를  $h_1$ 으로 확대하였다. 개구부 효과의 계산은 다음 (3)식과 같이  $h_1$ 과  $h_2$ 를 대입하며, 합성보의 정모멘트 구간 전체 변위의 계산 결과는 표 4에 정리하였다.

$$\delta_{OPN,P} = P \left( \frac{h_1^3}{1 + (h_1/h_2)^3} \right) / 12EI_T \quad (3)$$

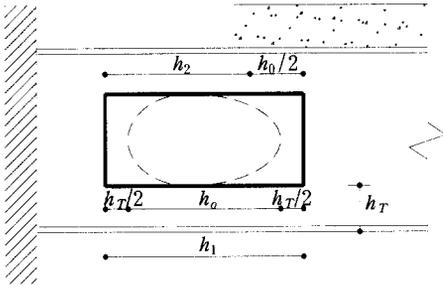


그림 15 정모멘트 구간 개구부 확대 모델

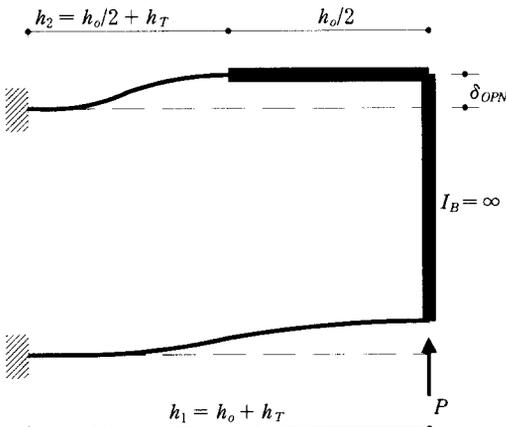


그림 16 정모멘트 구간 개구부 해석 모델

표 4 정모멘트 구간의 단위하중에 의한 변위 (cm/tonf)

약산식 \ 변위	$\delta_{ORG}$	$\delta_{OPN,P}$	$\delta_{TOT}$
CEGN	0.057	0.004	0.061
CEGW		0.010	0.067

여기서,

$$h_2 : h_o/2 + h_T$$

압축 플랜지 부분의 개구부 폭 (cm)

$$I_T : T\text{형단면의 단면2차모멘트 (cm}^4\text{)}$$

결과적으로 부모멘트 구간의 강성도는 단위 하중에 의한 변위의 역수로서 값을 적용하면 개구부가 없는 경우 17.6, 개구부가 있는 경우 시험체 CEGN은 16.4, CEGW는 14.9가 된다.

참고적으로,  $\delta_{ORG}$ 은 부재 길이에 따른 영향이 크며,  $\delta_{OPN}$ 은 부재 길이와 무관하고 개구부 크기에 따라 영향이 크다.

### 5.2 강도의 산정

강도는 미국 AISC 규준에 따라 공칭강도를 산정한다. 미국 강구조학회인 AISC<sup>(3)</sup>에서 제공한 설계식을 적용하여 웨브 개구부를 가진 강재보와 합성보의 공칭강도를 산정하였다. 다만, 달걀형 개구부는 그림 17과 같이 직사각형 개구부 형태로 변환하여 계산하였다.

계산 과정은 참고문헌 3과 4에 자세히 수록되어 여기서 생략하며, 휨강도와 전단강도의 상관식은 참고문헌 3에 따라 다음 (4)식과 같다.

$$\left( \frac{M_n}{M_m} \right)^3 + \left( \frac{V_n}{V_m} \right)^3 = 1 \quad (4)$$

여기서,

$M_n$  : 전단력을 고려한 공칭휨강도

$M_m$  : 전단력이 없다고 가정된 경우의 공칭 순수휨강도

$V_n$  : 휨모멘트를 고려한 공칭전단강도

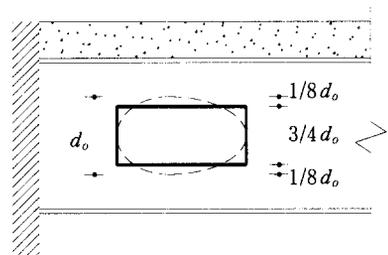


그림 17 AISC규준 산정 개구부 모델

$V_m$  : 휨모멘트가 없다고 가정한 경우의 공칭  
순수전단강도

## 6. 결과 분석

### 6.1 해석 결과 정리

전산해석의 강성도 결과와 수식해석의 강성도 결과는 표 5, 6과 같이 나타난다.

표 7은 1) 미국 AISC규준의 공칭강도 2) 전산

표 5 부모멘트 구간 강성도의 비교 (tonf/cm)

	개구부 없는 경우	개구부 있는 경우	
		CEGN	CEGW
전산해석	7.0	6.7	6.4
약산식	7.5	7.1	6.3
		CEGW	6.3
약산식/전산해석 (%)	107%	CEGN	106%
		CEGW	98%

표 6 정모멘트 구간 강성도의 비교 (tonf/cm)

	개구부 없는 경우	개구부 있는 경우	
		CEGN	CEGW
전산해석	14.7	14.0	13.6
약산식	17.6	16.4	14.9
		CEGW	14.9
약산식/전산해석 (%)	120%	CEGN	117%
		CEGW	106%

표 7 강도 산정의 결과 비교

구 분		최대 하중 (tonf)	
		정모멘트	부모멘트
AISC 규준 공칭강도	CEGN	14.4	10.4
	CEGW	12.1	8.6
전산 해석	개구부 있는 경우	CEGN	14.2
	CEGW	13.0	10.3
개구부 없는 경우	CEGN	16.5	11.9
	CEGW	17.3	13.4
실험 최대 하중	CEGN	17.3	13.4
	CEGW	15.7	11.9

해석, 그리고 3) 반복하중 실험으로부터의 결과의 최대 하중값이다. 표 7에서 1)은 개구부에서의 전소성 하중을 계산한 값이고, 2)는 전산해석에서 2부터 -2cm의 변위 제어인 경우의 최대 하중이며, 3)은 실험값 중에서 최대하중 값이다.

### 6.2 결과 비교분석

초기강성도에 있어서 개구부가 있는 부모멘트 구간의 경우 전산해석과 약산식을 비교하면 표 5와 같다. 약산식/전산해석의 비율은 시험체 CEGN이 106%, CEGW가 98%로 나타났다.

초기강성도에 있어서 개구부가 있는 정모멘트 구간의 경우 전산해석과 약산식을 비교하면 표 6과 같다. 약산식/전산해석의 비율은 시험체 CEGN이 117%, CEGW가 106%로 나타났다.

약산식에서 부모멘트 구간과 정모멘트 구간의 개구부 없는 경우의 초기강성도에 대한 약산식/전산해석의 비율을 각각 비교하면 107%, 120%로 나타났다. 약산식에서는 전단응력도의 영향이 포함되지 않았기 때문이다. 전산해석과 약산식에서 개구부가 없는 경우의 강성도 차이를 전단응력도의 영향으로 볼 수 있다.

강도는 미국 AISC규준과 전산해석을 비교하면 정모멘트 구간에서는 시험체 CEGN이 1%, CEGW가 7%의 차이가 있으며, 부모멘트 구간에서는 시험체 CEGN이 8%, CEGW가 20%의 차이가 있다.

강도해석 결과에서 실험과 전산해석이 차이가 있는 것은 전산해석은 단조하중이고 실험은 변형도경화가 포함된 반복하중이기 때문으로 판단된다. 참고적으로 시험체의 재료실험 결과로서  $F_y = 3.72 \text{ tonf/cm}^2$ 이며 항복비  $F_y/F_u = 0.72$ 이다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 웹브에 달걀형 개구부를 가지는 합성보의 전산해석과 수식해석 및 실험을 수행하였다. 세 가지 방법에서 얻은 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 부모멘트 구간과 정모멘트 구간의 초기강성도 산정에서 직사각형에 비해 완만한 모서리의 응력집중을 고려하여 개구부 크기를 확대하며 제시한 약산식이 적합하며, 전산해석과 유사한 결과를 보이고 있다.
2. 강도 산정의 약산식은 미국 AISC규준이 제시한 약산식을 그대로 사용하되, 달걀형 개구부를 직사각형 개구부로 변환하는 방법을 제시하였으며, 전산해석보다 다소 안전한 측의 결과를 보이고 있다.
3. 전산해석과 AISC규준의 강도산정 방법은 변형도경화가 포함이 안되어 최대 강도가 모두 실험값보다 작다.
4. 미국 AISC규준이 제시한 강도 산정용 약산식과 여기서 제시한 개구부 형태의 변환 방법은 부재의 내력 평가에 적용될 수 있으며, 여기서 제시한 초기강성도 산정용 약산식은 변위 또는 고유진동수 평가에 적용될 수 있다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단(KOSEF)의 연구비 지원 하에 지진공학연구센터에서 집행하고 있는 과제중의 한 세부과제로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

### 참고 문헌

1. Iwankiw, N. R., "Ultimate strength considerations for seismic design of the reduced beam section(internal plastic hinge)," *AISC Engineering Journal*, Vol. 34, No. 1, 1997, pp. 3-16.
2. Andre, P., "The dogbone: back to the future," *AISC Engineering Journal*, Vol. 34, No. 2, 1997, pp. 61-67.
3. Darwin, D., *Steel and Composite Beams with Web Openings/Steel Design Guide Series 2*, American Institute of Steel Construction, Inc., 1990.
4. 김원기, 이승준, 신영창, 이강훈, "춤이 큰 열연 H형강 보의 효용성", 강원산업주식회사, 1995. 8.
5. 이승준, 김원기, 정이근, "상부 유공 합성보의 극한 내력", 대한건축학회논문집, 제11권, 제6호, 대한건축학회, 1995. 6, pp. 137-144.
6. 박노웅, 김원기, 이승준, "웹 개구부를 가진 합성보의 이력거동", *Proceedings of EEEK Conference*, Vol. 2, No. 1, 1998, pp. 173-179.
7. MARC Analysis Research Corporation, *Computer Program MARC*, California, U.S.A., 1994.
8. Kim, W. K. and Park, N. W., "Geometric nonlinear and inelastic analyses of open-web composite beam," *Strutural Steel PSSC '98*, Vol. 1, 1998.
9. 박노웅, 김원기, "개구부를 가진 합성보의 비선형 해석", *MARC User's Forum 98*, 1998. 10.
10. 박노웅, 김원기, "달걀형 개구부를 가진 합성보의 이력거동", 학술발표대회 논문집, 대한강구조학회, 1999. 6, pp. 14-21.
11. 김원기, 박노웅, 이승준, "직사각형 웹 개구부를 가진 합성보의 강도와 초기강성도", 한국지진공학회 논문집, 제3권, 제3호 (통권 제11호), 1999. 9, pp. 55-62.