

# 6자유도 병렬형 햅틱장치의 설계와 특이점 회피 알고리즘의 비교연구

## Design Scheme for a 6-DOF Parallel Haptic Device and Comparative Study on the Singularity-Free Algorithms

김형욱, 이재훈, 이병주, 서일홍  
(Hyung Wook Kim, Jae Hoon Lee, Byung-Ju Yi and Il Hong Suh)

**Abstract :** It is known that parallel-type mechanisms have many singularities than serial-type mechanisms. In haptic application, these singularities deteriorate the system performance when the haptic system displays the reflecting force. Moreover, different from general manipulators, haptic systems can't avoid the singular point, because they are operated by user's random motion command. Although many singularity-free algorithms for serial mechanisms have been proposed and studied, singularity-free algorithms for parallel haptic application have not been deeply discussed. In this paper, various singularity-free algorithms, which are appropriate to parallel haptic system, will be discussed and evaluated.

**Keywords :** haptic device, parallel mechanism, singularity, redundant actuation

### I. 서론

1950 년대에 Goertz 가 마스터/슬레이브 로봇 시스템을 제안한 이후로 M. Bergamasco[1]의 외골격형, Massie 와 Salisbury 의 PHANTOM[2], Hollis 의 MagLev Wrist[3] 등과 같은 여러 형태의 햅틱장치들이 개발되어 왔다. 이들 장치중에서 직렬형 햅틱장치는 딱딱한 접촉 감을 나타내기가 힘들고, 병렬형 햅틱장치는 작업영역이 작으며 부유구동기로 인하여 시스템 관성이 크기 때문에 전력소모가 큰 단점이 있다[4, 5-7].

이러한 단점을 극복하기 위하여 Gosselin[8]과 Lee[9,11]등이 새로운 구조를 제안하였는데, 모든 구동기를 지면에 배치하여 기구부의 무게를 줄였고, 다른 병렬형 구조에 비하여 작업영역이 크다. 병렬형 구조는 구조적인 강성이 크고, 힘의 밴드 폭과 다이내믹 범위가 넓은 등 햅틱장치로 사용될 때 여러 가지 장점을 가지고 있으나, 병렬형 구조는 햅틱 어플리케이션에서 힘 방향 특성을 나쁘게 하는 특이점이 직렬형 구조에 비해 상대적으로 많이 존재한다고 알려져 있다. 특이점에서는 힘 방향이 제대로 이루어지지 않을 뿐만 아니라 구동기의 토크 포화가 발생하므로, 병렬형 햅틱시스템의 힘 방향 성능을 유지하려면 특이점에서의 대처방안이 필요하게 된다.

직렬형 기구에 대한 특이점 회피 알고리즘이 많이 연구되어 왔지만[10,12-15], 병렬형 햅틱장치를 위한 특이점 회피 알고리즘에 대한 연구는 없었다.

본 논문에서는 여러 종류의 특이점 회피 방법들에 대하여 알아보고, 6 자유도 병렬형 햅틱장치에 적용하기에 적합한 방법을 제안한다. 또한, 알고리즘에 존재하는 여러 가지 한계

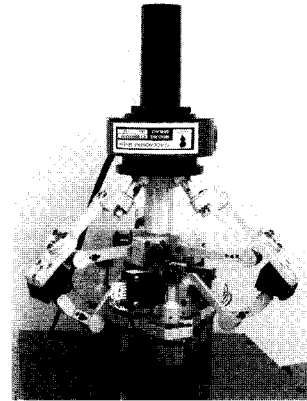


그림 1.6 자유도 병렬형 햅틱장치.  
Fig. 1. New 6-DOF parallel haptic device.

들을 극복하기 위하여 여유 구동을 포함한 새로운 형태의 병렬형 구조를 제안한다.

### II. 6 자유도 햅틱장치의 기구학

#### 1. 햅틱장치의 구조

본 논문에서 제안하는 6 자유도 병렬형 햅틱장치는 그림 1 과 같이 상판과 하판, 하판에 부착되는 지면의 구동기, 그리고 이를 연결하는 3 개의 다리로 구성되는데, 구동기와 링크간의 간섭을 제거하기 위하여 그림 2 에서와 같이 베벨기어를 이용하여 상위 구동기를 지면에 배치하였다. 따라서, 그림 3 에서와 같이 상위 구동기(M1)의 토크가 베벨기어를 통하여 첫번째 링크( $l_1$ )에 전달되면 첫번째 링크 ( $l_1$ )이 상하로 회전하게 된다. 모든 구동기들을 지면 아래에 배치함으로써 링크와 구동기간의 간섭을 최소화 하였으며, 결과적으로 작업영역이 커지게 되었다.

그림 4 에서  $\{B\}$  는 베이스의 중심에 부착된 기준좌표계를

논문접수 : 2002. 5. 29., 채택확정 : 2002. 11. 19.

김형욱 : 한양대학교 (hwkim@incorl.hanyang.ac.kr)

이재훈 : 한양대학교 (joyleejh@shinbiro.com)

이병주 : 한양대학교 (bj@hanyang.ac.kr)

서일홍 : 한양대학교 (ihshuh@hanyang.ac.kr)

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-000-00260-0(2002)) 지원으로 수행되었음.

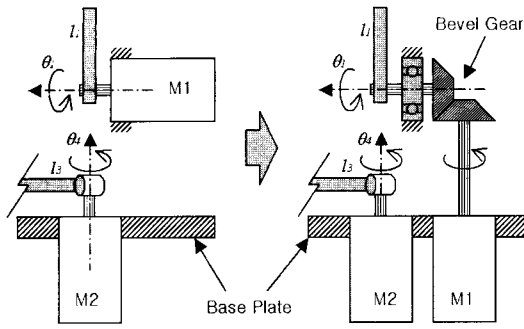


그림 2. 베벨기어를 이용한 동력전달 구조도.  
Fig. 2. Schematic diagram of bevel gear transmission.

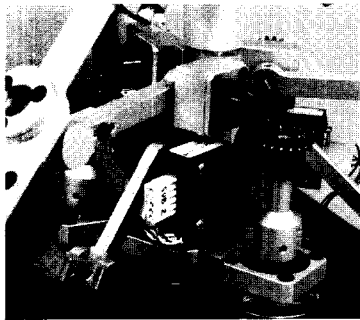


그림 3. 베벨기어의 사진.  
Fig. 3. Photograph of bevel gear set.

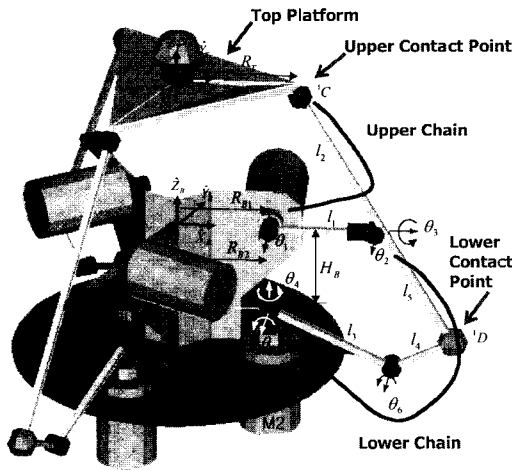


그림 4. 6 자유도 병렬형 햅틱장치의 다리 구조.  
Fig. 4. Kinematic leg structure of 6 DOF parallel haptic device.

{T}는 상판의 중심에 부착된 상판좌표계를 의미한다. 상판의 볼-소켓 관절( ${}^m\mathbf{C}$ ,  $m=1\sim 3$ )들은 상판의 중심에서 반경  $R_i$ 만큼 떨어진 곳에 서로  $120^\circ$ 의 간격으로 배치되어 있다. 세 쌍의 구동기들도 각각  $120^\circ$ 의 간격으로 떨어져서 지면에 배치되어 있으며, 각 구동기 쌍은 반경 ( $R_{B1}$ )만큼 떨어져 있는 상위 구동기(M1)과, 반경 ( $R_{B2}$ )만큼 떨어져 있는 하위 구동기(M2)로 구성되어 있다.  $H_B$ 는 상위 구동기와 하위 구동기간의 z 축 방향 거리를 의미한다.

각 다리는 그림 4에서와 같이 상위 체인과 하위 체인으로 구성되어 있다. 상위 체인은 상판의 볼-소켓 관절( ${}^m\mathbf{C}$ ,  $m=1\sim 3$ )과 상위 구동기(M1)를 연결한다.

하위 체인은 하위 볼-소켓 관절( ${}^m\mathbf{D}$ ,  $m=1\sim 3$ )을 하위 구동기(M2)에 연결하여, 구조적으로는 상위 구동기들이 z 축 방향의 운동을 생성하고 하위 구동기들이 x, y 방향의 운동을 생성하게 된다. 또한, 세 다리의 상호작용으로 상판의 회전 운동이 생성된다.

하판의 기준 좌표계에 대한 상판 좌표계의 위치벡터는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{u} = (x_i, y_i, z_i, \theta_x, \theta_y, \theta_z)^T, \quad (1)$$

여기서 앞의 세항 ( $x_i, y_i, z_i$ )은 기준 좌표계에 대한 상판의 위치를 나타내고, 뒤의 세항 ( $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ )은 상판의 방위각을 의미한다. 상판 좌표계의 방위각은  $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i$  축에 대한 연속적인 회전을 나타내는 오일러 각들로 표현되므로 기준 좌표계로부터 상판의 출력 좌표계로의 회전행렬은

$$[{}^i\mathbf{R}] = [\text{Rot}(\hat{x}_i, \theta_x)][\text{Rot}(\hat{y}_i, \theta_y)][\text{Rot}(\hat{z}_i, \theta_z)] \quad (2)$$

와 같이 얻어진다.

2. 정기구학 / 역기구학

일반적으로 병렬형 구조는 여러 개의 정기구학 해가 존재한다고 알려져 있다. 본 논문에서 제안한 6 자유도 병렬형 햅틱장치도 정기구학 해를 구하기 위해서는 8차 다항식을 풀어야 한다. 따라서, 각 다리별로 수동관절( $\theta_3$ )에 3 개의 인코더를 추가하여 단일 정기구학해를 구한다.

각 상위체인의 역기구학해는 상위 볼-소켓관절( ${}^m\mathbf{C}$ ,  $m=1\sim 3$ )의 위치벡터로부터 구할 수 있는데, 상위 볼-소켓관절의 위치벡터는 상판의 위치와 방향으로부터 구할 수 있다. 같은 방법으로, 하위체인의 역기구학해는 하위 볼-소켓관절( ${}^m\mathbf{D}$ ,  $m=1\sim 3$ )의 위치벡터로부터 구할 수 있다.

3. 1차 기구학 모델링

구동관절의 속도( $\dot{\theta}_i$ )와 상판의 출력속도( $\dot{\mathbf{u}}$ )의 관계를 나타내는 1 차 기구학적 영향 계수(1<sup>st</sup> order Kinematic Influence Coefficient)는 다음과 같이 얻어진다. 상위 접촉점의 위치벡터를

$$\mathbf{c} = ({}^1\mathbf{c}^T, {}^2\mathbf{c}^T, {}^3\mathbf{c}^T)^T, \quad (3)$$

로 정의할 때,  ${}^m\mathbf{c}$ 은  $m$  번째 상위 접촉점의 위치벡터로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$${}^m\mathbf{c} = ({}^m x_c, {}^m y_c, {}^m z_c)^T, \quad (4)$$

(4)는 상판의 위치벡터 ( $\mathbf{u}_i$ )와 상판 중심부터 상위 접촉점까지의 위치벡터 ( ${}^m\mathbf{r}_c$ )를 사용하여 다음과 같이 정의되며

$${}^m\mathbf{c} = \mathbf{u}_i + {}^m\mathbf{r}_c, \quad (5)$$

여기서,  ${}^m r_c = \begin{bmatrix} 1 \\ b \\ R \end{bmatrix} {}^m r_c^{(top\ plate)}$  이다.

(5)를 시간에 대하여 미분하면 상위 접촉점의 속도 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{C} = \dot{u}_i + \omega \times {}^m r_c, \quad (6)$$

여기서,  $\dot{u}_i$  는  $(\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^T$ ,  $\omega$  는  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$ ,  ${}^m r_c$  는  $({}^m r_{cx}, {}^m r_{cy}, {}^m r_{cz})^T$  이다.

(6)은 행렬 형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$${}^m \dot{C} = [{}^m G_u^c] \dot{u}, \quad (7)$$

여기서, 행렬  $[{}^m G_u^c]$  와 속도 벡터  $\dot{u}$  는 (8), (9)와 같이 정의된다.

$$[{}^m G_u^c] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & {}^m r_{cx} & -({}^m r_{cy}) \\ 0 & 1 & 0 & -({}^m r_{cx}) & 0 & {}^m r_{cy} \\ 0 & 0 & 1 & {}^m r_{cy} & -({}^m r_{cx}) & 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\dot{u} = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \omega_x, \omega_y, \omega_z)^T. \quad (9)$$

출력 속도 벡터  $\dot{u}$  와 상위 접촉점의 속도 벡터  $\dot{C}$  의 속도관계는

$$\dot{C} = [G_u^c] \dot{u}, \quad (10)$$

로 표현되며, 여기서 두 속도 벡터간의 관계를 나타내는 행렬  $[G_u^c]$  는 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[G_u^c] = [{}^1 G_u^c]^T [{}^2 G_u^c]^T [{}^3 G_u^c]^T. \quad (11)$$

각 다리의 상위체인에 대한 일차기구학은 (12)와 같이 정의된다.

$${}^m \dot{C} = [{}^m G_u^c] {}^m \dot{\theta}_u, \quad (12)$$

여기서  ${}^m \dot{\theta}_u$  는  $m$  번째 다리의 상위체인을 구성하는 관절들의 속도 벡터이다. 각 다리의 상태가 비특이 정상일 경우에 (12)로부터 다음과 같은 역변환 관계식을 얻을 수 있다.

$${}^m \dot{\theta}_u = [{}^m G_u^{u\theta}] {}^m \dot{C}. \quad (13)$$

$m$  이 1,2,3 일 경우에 (13)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\theta}_u = [G_u^{u\theta}] \dot{C}. \quad (14)$$

여기서

$$\dot{\theta}_u = \left( [{}^1 \dot{\theta}_u]^T [{}^2 \dot{\theta}_u]^T [{}^3 \dot{\theta}_u]^T \right)^T, \quad (15)$$

이고

$$[G_u^{u\theta}] = \begin{bmatrix} [{}^1 G_u^{u\theta}] & 0 & 0 \\ 0 & [{}^2 G_u^{u\theta}] & 0 \\ 0 & 0 & [{}^3 G_u^{u\theta}] \end{bmatrix}. \quad (16)$$

이다.

#### 4. 내부기구학

본 논문에서 제안한 햅틱장치의 각 다리는 상위체인과 하위체인이 하위 접촉점( ${}^m D$ )에 의해 구속되어 폐쇄체인을 형성한다. 하위 접촉점에서 상위체인과 하위체인이 동일한 위치와 속도를 가지게 되므로 각각의 1 차 직렬기구학으로 부터 다음의 관계가 주어진다.

$${}^m \dot{D} = [{}^m G_{u\theta}^D] {}^m \dot{\theta}_u = [{}^m G_{l\theta}^D] {}^m \dot{\theta}_l, \quad (17)$$

여기서,  $[{}^m G_{u\theta}^D]$  와  $[{}^m G_{l\theta}^D]$  는 각각 상위체인과 하위체인의 1 차 기구학적 영향계수이다.

하위체인의 형태가 비특이 정상일 경우에 (17)을 역변환 관계를 이용하여 다시 정리하면, 상위체인의 관절벡터와 하위체인의 관절벡터 사이의 1 차 기구학적 관계가 (18)과 같이 얻어진다.

$${}^m \dot{\theta}_l = [{}^m G_{l\theta}^D]^{-1} [{}^m G_{u\theta}^D] {}^m \dot{\theta}_u = [{}^m G_{u\theta}^{lD}] {}^m \dot{\theta}_u, m=1\sim 3. \quad (18)$$

(18)로부터 각 다리의 구동관절( ${}^m \dot{\theta}_A : {}^m \dot{\theta}_1, {}^m \dot{\theta}_A, m=1\sim 3$ )과 상위체인을 구성하는 관절( $\dot{\theta}_u$ )들 간의 속도관계는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{\theta}_A = [G_A^u] \dot{\theta}_u, \quad (19)$$

여기서,

$$[G_A^u] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [{}^1 G_{u\theta}^{lD}]_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [{}^2 G_{u\theta}^{lD}]_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [{}^3 G_{u\theta}^{lD}]_{1i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(6 \times 6)}, \quad (20)$$

$$\dot{\theta}_u = [{}^1 \theta_1 \ {}^1 \theta_2 \ {}^1 \theta_3 \ {}^2 \theta_1 \ {}^2 \theta_2 \ {}^2 \theta_3 \ {}^3 \theta_1 \ {}^3 \theta_2 \ {}^3 \theta_3]_{(9 \times 1)}^T. \quad (21)$$

이다. (14)와 (19)로부터 구동관절과 상위접촉점간의 속도관계는

$$\dot{\theta}_A = [G_A^c] \dot{C}, \quad (22)$$

로 표현된다. 여기서,

$$[G_A^c] = [G_A^u] [G_u^{u\theta}]. \quad (23)$$

(10)을 (22)에 대입하면 구동관절과 출력벡터 사이의 속도 관계는 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\theta}_{A(6 \times 1)} = [G_A^c] \dot{u} \quad (24)$$

여기서,  $[G_A^c] = [G_A^u] [G_u^c]$  이다.

따라서, 시스템이 비특이 정상일 경우에 (24)는 역변환을 통해 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{u} = [G_A^u] \dot{\theta}_A. \quad (25)$$

이원성 관계에 의하여 작업영역에서의 출력 힘과 관절의 토크 관계는 다음과 같이 기술되며

$$\mathbf{T}_{u(6\cdot1)} = [G_u^A]_{(6\cdot6)}^T \mathbf{T}_{4(6\cdot1)} \quad (26)$$

여기서,  $\mathbf{T}_{u(6\cdot1)}$  과  $\mathbf{T}_{4(6\cdot1)}$  는 각각 말단장치에서의 출력 힘 벡터와 구동 관절에서 필요한 토크 벡터이다.

**III. 특이점 회피 알고리즘**

일반적으로 병렬형 구조는 작업영역에서 특이점들이 존재한다고 알려져 있는데, 특이점은 토크 포화나 원하는 운동 등과 같은 심각한 문제를 발생시킬 수 있다. 일반적인 직렬형 매니퓰레이터는 궤적계획에 의하여 운용되므로 특이점을 피하는 알고리즘을 사용하여 특이점 문제에 대처하여 왔다. 하지만, 병렬형 햅틱장치의 경우에는 예측할 수 없는 조작자의 움직임 입력으로 받기 때문에 특이점을 피해가도록 운동 계획을 할 수 없다. 따라서, 병렬형 햅틱장치를 위한 특이점 회피 알고리즘이 필요하다.

**1. 특이점의 분류**

그림 5 는 3-다리 구조의 병렬형 햅틱장치가 가질 수 있는 3 가지의 특이점 형태를 보여준다. 그림 5(a)는 상관이 상위 체인들 중의 하나와 평행이 되는 경우, 그림 5(b)는 시스템이 작업영역의 경계에 접한 경우이고 그림 5(c)는 내부적인 기구학에 의한 알고리즘 특이점의 경우이다.

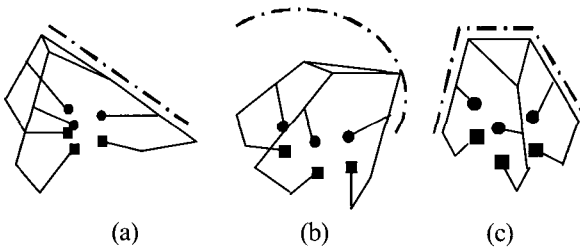


그림 5. 특이상태의 종류.  
Fig. 5. Singular configurations.

**2. 특이점 부근에서의 회피 알고리즘**

본 논문에서는 먼저 task-priority 알고리즘과 damped least-square 방법에 대하여 알아보고, 이를 병렬형 햅틱장치의 특이점 문제를 해결하는데 적용해 보고자 한다. Task-priority 알고리즘은 Maciejewski et. al.[12]와 Nakamura et. al.[13]에 의해 제안되었고, 기구학적인 여유 구동 매니퓰레이터의 제어에 적용되었다. Task-priority 알고리즘은 우선순위가 높은 작업을 먼저 수행하고, 기구학적인 여유자유도를 이용하여 우선순위가 낮은 작업을 수행하는 방법으로, 장애물회피, 말단효과장치의 방위각제어, 자세제어 등에 적용되어 왔다. 본 논문에서는 task-priority 알고리즘을 force-priority 알고리즘으로 수정하여 병렬형 햅틱장치의 특이점 문제를 해결하는데 적용한다.

**-Nakamura 의 알고리즘[13]**

먼저, [13]에서 Nakamura 가 제안한 task-priority 알고리즘을 살펴본다. 우선 순위가 높은 작업은 첫번째 힘관계  $\mathbf{T}_{u1} \in \mathbf{R}^m$

로 기술되고, 우선 순위가 낮은 작업은 두번째 힘관계  $\mathbf{T}_{u2} \in \mathbf{R}^m$  로 기술된다. (26)으로부터, 구동 관절 토크  $\mathbf{T}_4 \in \mathbf{R}^6$  와 출력 힘간의 관계는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{u1} \\ \mathbf{T}_{u2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} [G_u^A]_1^T \\ [G_u^A]_2^T \end{bmatrix} \mathbf{T}_4, \quad (27)$$

여기서,  $J_1$  과  $J_2$  는 각각 출력 힘과 모멘트를 의미하는 자코비안의 전치행렬이다. 본 논문에서는 출력 힘을 첫번째 우선 순위로, 출력 모멘트를 두번째 우선순위를 갖는 작업으로 선택했으나, 목적에 따라 자코비안 행렬을 변형할 수도 있다.

첫번째 우선순위인 힘에 해당하는 (27)의 일반해는 의사역행렬을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{T}_4 = J_1^+ \mathbf{T}_{u1} + \{I - J_1^+ J_1\} \mathbf{z}, \quad (28)$$

여기서,  $J_1^+$  행렬은  $J_1$  의 의사역행렬이며  $\mathbf{z}$  는 두번째 우선순위의 조건을 만족하는 임의의 벡터이다.  $m_2$  차원을 가지는 이차 작업은 다음과 같이 기술된다.

$$\mathbf{T}_{u2} = J_2 \mathbf{T}_4 \in \mathbf{R}^{m_2}, \quad (29)$$

여기서,  $J_2 \in \mathbf{R}^{m_2 \times m}$  은 이차 작업을 위한 자코비안 행렬이다. 이차 작업의 least square 에러  $\|\mathbf{T}_{u2} - J_2 \mathbf{T}_4\|_2$  를 최소화하는  $\mathbf{z}$  는 다음과 같이 구해진다[11].

$$\mathbf{z} = [J_2 \{I - J_1^+ J_1\}]^+ \{\mathbf{T}_{u2} - J_2 J_1^+ \mathbf{T}_{u1}\}, \quad (30)$$

따라서,  $\mathbf{T}_4$  의 일반해는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{T}_4 = J_1^+ \mathbf{T}_{u1} + \tilde{J}_2 \{\mathbf{T}_{u2} - J_2 J_1^+ \mathbf{T}_{u1}\} + \{I - J_1^+ J_1\} \{I - \tilde{J}_2 \tilde{J}_2\} \mathbf{z}. \quad (31)$$

여기서,  $\tilde{J}_2$  는  $J_2 \{I - J_1^+ J_1\}$  이다.

**- Chiaverini 의 알고리즘[14]**

일반적으로 역기구학의 해를 구할 때는 기구학적인 특이점과 알고리즘에 의한 특이점과 같은 두가지 종류의 특이점이 존재한다[14]. 기구학적인 특이점은 다음과 같은 경우에 생기며, 특히 후자의 경우를 이차 작업의 특이점이라 한다.

$$\text{rank}(J_1) < m_1 \quad \text{또는} \quad \text{rank}(J_2) < m_2.$$

알고리즘에 의한 특이점은 다음과 같은 경우에 발생한다.

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(J_1^+) \cap \mathcal{R}(J_2^+) &\neq \emptyset \quad \text{when } m_2 \leq n - m_1 \quad \text{또는} \\ \mathcal{N}(J_1) \cap \mathcal{N}(J_2) &\neq \emptyset \quad \text{when } m_2 > n - m_1 \end{aligned} \quad (32)$$

기구학적인 특이점은 역기구학의 해를 구할 때 반드시 발생하지만, 알고리즘에 의한 특이점은 알고리즘의 특성에 따라서 없애거나 바꿀 수 있다. 하지만, 특이점의 종류와 관계없이 일반해 (31)은 특이점 근처에서는 사용할 수 없다.

Nakamura 의 방법에 존재하는 알고리즘에 의한 특이점을 없애기 위하여 Chiaverini 는 (31)을 다음과 같이 변형하였다.

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{J}_i' \mathbf{T}_{i1} + \{I - \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i\} \mathbf{J}_i' \mathbf{T}_{i2} + \{I - \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i\} \{I - \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i\} \mathbf{z}. \quad (33)$$

Nakamura의 알고리즘(31)은 알고리즘에 의한 특이점이 존재하지만 일반적인 경우에 일차 작업과 이차 작업 에러가 없는 반면에, Chiaverini의 알고리즘(33)은 알고리즘에 의한 특이점은 없지만,  $\mathbf{J}_i \mathbf{J}_i' = 0$  일 경우를 제외하고 항상 이차 작업 에러가 존재한다.

**- Choi의 알고리즘[15]**

[15]에서는 알고리즘에 의한 특이점이 없는 Chiaverini의 알고리즘(33)을 확장하여 (34)와 같은 이차 작업 에러를 최소화하는 알고리즘을 제안하였다.

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{J}_i' \mathbf{T}_{i1} + \{I - \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i\} \mathbf{J}_i' \mathbf{T}_{i2} + \{I - \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i\} \{I - \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i\} \mathbf{z}, \quad (34)$$

여기서,  $\mathbf{J}_i'$ 는  $\mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}_i' (\mathbf{J}_i \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}_i')^{-1}$ 이다. 가중치 행렬을 다음과 같은 양의 정치행렬(positive definite matrix)로 선택하면

$$\mathbf{W} = \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_i' \mathbf{J}_i + \varepsilon \mathbf{I} > 0. \quad (35)$$

(34)는 양의 값  $\varepsilon$ 의 크기에 따라 이차 작업 에러가 발생하지만 알고리즘에 의한 특이점은 없어지게 된다.

**- Damped Least Square 알고리즘**

SVD(Singular Value Decomposition)의 정의는 다음과 같다. 임의의 행렬  $A_{(m \times n)}$ 에 대하여, (36)을 만족하는 직교행렬  $U_{(m \times m)}$ 와  $V_{(n \times n)}$ 가 존재하고,

$$A = U \Sigma V^T, \quad (36)$$

$\Sigma$ 가 다음과 같은 블록 행렬의 형태일 때

$$\Sigma = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad S = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r), \quad r = \text{rank}(A), \quad (37)$$

$A$ 행렬의 의사역행렬(pseudo inverse)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A^+ = V \Sigma^+ U^T, \quad \Sigma^+ = \begin{bmatrix} S^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Wampler[10]는 (39)로 주어지는 damped least-square 방법을 최초로 제안하였다.

$$A_\alpha^+ = V \Sigma_\alpha U^T. \quad (39)$$

여기서  $n \times m$  행렬  $\Sigma_\alpha$ 은 다음과 같다.

$$\Sigma_\alpha = \begin{bmatrix} S_\alpha \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_\alpha = \text{diag} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 + \alpha^2}, \dots, \frac{\sigma_m}{\sigma_m^2 + \alpha^2} \right). \quad (40)$$

$\alpha$ 가  $J$ 의 가장 작은 양의 고유치보다 충분히 작은 경우,  $\mathbf{T}_{i0}$ 는 최소 노름 해(minimum norm solution)가 된다. 고유치가 0에 접근할 때  $\sigma \geq \alpha$ 이면 해당되는  $s_\alpha$ 의 값은 증가하고  $\sigma < \alpha$ 이면 0으로 급격히 감소한다. 해의 크기  $\|\mathbf{T}_i\|$ 는  $\alpha$ 가 증가함에 따라 단조 감소한다. 이 사실은 관절의 토크 제한과 관련

된 해를 구할 경우에 유용하게 사용될 수 있다.

**IV. 모의실험**

특이점에서 병렬형 햅틱 장치는 6 자유도 힘/모멘트를 정확하게 생성하지 못할 뿐만 아니라 토크 포화까지 발생한다. 따라서, 안정적이고 정확한 작업을 위해서는 우선 순위가 낮은 작업의 정확도는 좀 떨어지더라도 우선 순위가 높은 작업의 경우에 토크 포화가 생기지 않으면서 작업의 정확도가 유지되어야 한다. 사용자는 작업 특성에 따라 우선 순위를 정할 수 있는데, 본 논문에서는 3 자유도의 힘을 일차 작업으로 3 자유도의 모멘트를 이차 작업으로 선택하였다.

다음의 표들은 3-다리 구조의 병렬형 햅틱장치에 대하여 여러 가지 특이점 회피 알고리즘을 시뮬레이션한 결과이다. 표 1은 특이점이 아닌 위치에서의 시뮬레이션 결과로서 역자코비안, Nakamura, damped least square 알고리즘의 경우에는 결과가 서로 비슷하며 만족할 만한 수준이지만, Chiaverini와 Choi의 알고리즘은 이차 작업(3 자유도 모멘트)의 에러가 존재한다.

표 2는 특이점이 그림 5(a)의 상태에서의 시뮬레이션 결과로서, 상판의 피치각도가 43.94°로 첫번째 체인과 상판이 평행인 경우이다. 역자코비안과 Nakamura의 알고리즘은 토크 포화를 발생시키지만 Chiaverini, Choi와 damped least square 알고리즘은 일차 작업(3 자유도 힘)의 성능을 보장한다. 특히, damped least square 알고리즘의 경우에 이차 작업의 에러가 최소인 것을 알 수 있다.

표 3은 시스템이 작업영역의 경계에 위치한(그림 5(b)) 상태에서의 시뮬레이션 결과이다. 표 2의 결과와 마찬가지로 역자코비안과 Nakamura의 알고리즘은 토크 포화를 발생시키지만 Chiaverini, Choi와 damped least square 알고리즘은 일차 작업(3 자유도 힘)의 성능을 보장한다. 역시, damped least square 알고리즘의 경우에 이차 작업의 에러가 최소인 것을 알 수 있다

표 1. 특이점회피 알고리즘의 비교 (비특이상태).

Table 1. Comparison of Singularity-free Algorithms : (nonsingular position).

Position	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)	Roll (Deg)	Pitch (Deg)	Yaw (Deg)
	0.0	0.0	10.0	0.0	0.0	0.0
Desired Force	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Method	Actuator Torque(Nm)					
	Output Force(N)			Output Moment(Nm)		
Inverse Jacobian	-3.958	-5.035	3.122	-6.376	0.836	6.376
	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Nakamura	-3.958	-5.035	3.122	-6.376	0.836	6.376
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.5	0.0
Chiaverini	-0.513	-0.568	0.224	0.018	0.289	0.649
	5.0	5.0	0.0	-0.014	0.065	-0.066
Choi	-0.527	-0.669	0.27	0.03	0.257	0.71
	5.0	5.0	0.0	0.003	0.067	-0.073
SVD Damping	-3.788	-4.986	3.026	-6.065	0.762	9.09
	5.0	4.999	0.0	0.495	0.479	-0.003

표 2. 특이점회피 알고리즘의 비교(그림 5(a)).

Table 2. Comparison of Singularity-free Algorithms : (Fig.5(a) configuration).

Position	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)	Roll (Deg)	Pitch (Deg)	Yaw (Deg)
	0.0	0.0	10.0	0.0	43.94	0.0
Desired Force	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Method	Actuator Torque(Nm)					
	Output Force(N)			Output Moment(Nm)		
Inverse Jacobian	-98655	-4.565	47822	-18820	47820	18820
	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Nakamura	-98655	-4.565	47822	-18820	47820	18820
	4.999	4.999	0.0	0.5	4.999	0.0
Chiaverini	-0.242	-0.488	-0.044	0.146	0.269	-0.039
	5.0	5.0	0.0	-0.0885	0.0347	0.0
Choi	-0.242	-0.629	0.015	0.206	0.209	0.021
	5.0	5.0	0.0	-0.058	0.035	-0.016
SVD Damping	-0.245	-4.529	0.993	-0.183	-0.766	-0.358
	5.003	4.999	0.003	0.497	0.035	-0.002

표 3. 특이점회피 알고리즘의 비교(그림 5(b)).

Table3. Comparison of Singularity-free Algorithms : (Fig.5(b) configuration).

Position	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)	Roll (Deg)	Pitch (Deg)	Yaw (Deg)
	8.56	0.0	10.0	0.0	0.0	0.0
Desired Force	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Method	Actuator Torque(Nm)					
	Output Force(N)			Output Moment(Nm)		
Inverse Jacobian	-2.781	5.741	-13.94	7.37	0.895	0.45
	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Nakamura	-2.781	5.741	-13.94	7.37	0.895	0.45
	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Chiaverini	-0.145	1.101	-7.33	3.79	7.56	3.913
	5.0	5.0	0.0	-0.9	0.023	2.843
Choi	-0.155	2.083	-6.71	3.5	6.89	3.592
	5.0	5.0	0.0	-0.31	0.03	1.567
SVD Damping	-1.294	1.6082	-5.15	2.73	-0.4	-0.22
	5.0	5.0	0.0	0.22	0.23	0.128

표 4. 특이점회피 알고리즘의 비교(그림 5(c)).

Table 4. Comparison of Singularity-free Algorithms : (Fig.5(c) configuration).

Position	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)	Roll (Deg)	Pitch (Deg)	Yaw (Deg)
	0.0	0.0	10.0	0.0	43.94	0.0
Desired Force	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Method	Actuator Torque(Nm)					
	Output Force(N)			Output Moment(Nm)		
Inverse Jacobian	0.379	-0.572	-0.159	0.448	-0.430	0.465
	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Nakamura	0.379	-0.572	-0.159	0.448	-0.430	0.465
	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0
Chiaverini	0.454	-0.432	-0.077	0.447	-0.510	0.560
	5.0	5.0	0.0	0.278	0.638	-1.185
Choi	0.401	-0.558	-0.142	0.436	-0.451	0.473
	5.0	5.0	0.0	0.4735	0.549	-0.008
SVD Damping	0.379	-0.572	-0.159	0.448	-0.430	0.465
	5.0	5.0	0.0	0.5	0.5	0.0

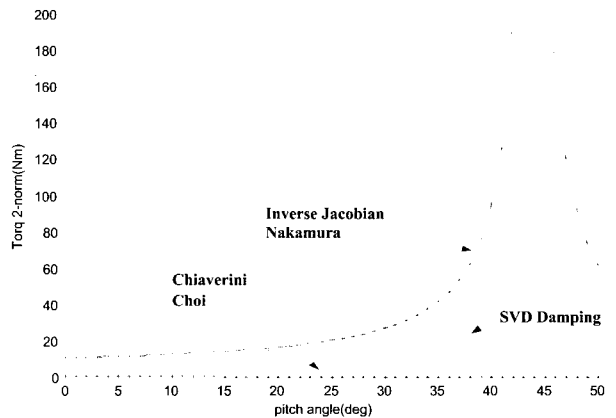


그림 6. 특이점 부근에서의 토크 2-놈 변화.  
Fig. 6. Torque 2-norm variation near a singularity.

표 4 는 여유 구동을 포함한 4다리 구조의 햅틱장치에 대한 시뮬레이션 결과이다. 네가지 알고리즘 모두에 대하여 토크 포화는 없지만 Chiaverini 와 Choi 의 알고리즘은 이차 작업의 에러가 존재함을 알 수 있다.

그림 6 은 특이점 부근에서의 입력토크의 크기를 나타내는 토크 2-놈의 변화를 보여준다. 역자코비안과 Nakamura 의 알고리즘은 특이점에 접근할수록 지수적으로 증가하고, Chiaverini 와 Choi 의 방법은 이차 작업(출력 모멘트)를 만족하지 못하기 때문에 0 에 가깝지만 damped least square 방법은 특이점 부근에서 감소한다.

앞에서 기술한 모의실험 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- (1) 역자코비안 알고리즘은 특이점 근처에서 토크 포화 상태를 발생시키므로 힘을 조작자에게 반환해주는 데는 사용할 수 없다.
- (2) Chiaverini 나 Choi 의 알고리즘과 같은 task-priority 알고리즘은 특이점 근처에서 토크 포화 상태를 발생시키지 않으나, 특이점이 아닌 일반적인 상태에서도 이차 작업 에러가 존재하므로 햅틱 어플리케이션에는 적합치 않다.
- (3) Damped Least Square 알고리즘은 전체 작업영역에서 특이점 여부와 상관없이 일차 작업 성능을 보장해주고, 특이점에서도 토크 포화 상태를 발생시키지 않으므로 특이점 회피 알고리즘으로 가장 적합하다고 할 수 있다.
- (4) 병렬형 햅틱장치에 여유 구동이 추가되면 특이점에서의 성능이 비약적으로 좋아지는 것을 알 수 있다. 따라서, 햅틱장치의 설계시에 여분의 구동기를 추가하는 것도 특이점 문제를 해결하는데 좋은 해결책이 될 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 병렬형 햅틱장치를 위한 여러 가지 특이점 회피 알고리즘들을 비교하였다. 일반적으로 잘 알려진 기구학적인 여유자유도를 이용한 특이점 회피 알고리즘들은 병렬형 햅틱장치에 적용하기에는 적합하지 않음을 알 수 있었고, damped least square 방법만이 특이점 부근에서 가장 좋은 성능을 보였다. 또한, 여유 구동을 포함한 4다리 구조에도 각각의 알고리즘을 적용해보았는데, 여분의 구동기를 추가함으로써

작업영역 내에서 특이점들을 없앨 수 있으므로 특이점이 없는 햅틱장치의 설계에 좋은 해결 방법이 될 수 있다.

**참고문헌**

[1] M. Bergamasco, et al., "An arm exoskeleton system for teleoperation and virtual environments applications", *Proc. of IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation*, San Diego, California, pp. 1449-1454, 1994.

[2] T. Massie and K. Salisbury, "PHANTOM haptic interface : A device for probing virtual objects", *ASME Journal of Dynamic System and Control*, New York, NY, pp. 295-299, 1994.

[3] P. J. Berkelman, R. L. Hollis and S. E. Salcudean, "Interacting with virtual environments using a magnetic levitation haptic interface", *Proc. of IEEE Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 117-122, Piscataway, NJ, 1995.

[4] R. E. Ellis, O. M. Ismaeil and M. G. Lipsett, "Design and evaluation of High-performance haptic interface", *Robotica*, Vol. 4., 1996.

[5] M. Ishii and M. Sato, "A 3D spatial interface device using tensed strings", *Presence-Teleoperators and Virtual Environments*, Vol. 3, No. 1, MIT Press, Cambridge, MA, pp. 81-86, 1994.

[6] J. M. Hollerbach, "Some current issues in haptic research", *Proc. of IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 757-762, 2000.

[7] J. H. Lee, B-J. Yi and S. R. Oh, "Optimal design of a Five-bar finger with redundant actuation", *Proc. of IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2068-2074, 1998.

[8] B. Monsarrat and C. M. Gosselin, "Singularity analysis of a 3-leg

6-dof parallel platform mechanism based on the grassmannline geometry," *Intl. Journal of Robotics Research*, Vol. 20, No. 4, pp.312-326, 2001.

[9] J. H. Lee, K. S. Eom, B-J. Yi and I. H. Suh, "Design of A new 6-DOF parallel haptic device", *Proc. of IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 886-891, 2001.

[10] Charles W. Wampler, "Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped Least-squares methods", *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-16, No. 1, 1986.

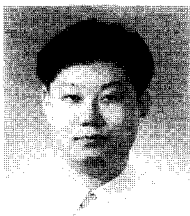
[11] H. W. Kim, K. S. Eom, I. H. Suh and B-J. Yi, "A transparency-optimized control for a New 6-DOF Parallel-structured haptic device", *Proc. of Intl. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2331-2336, 2001.

[12] A. A. Maciejewski and C. A. Klein, "Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments", *Intl. Journal of Robotics Research*, Vol. 4, No. 3, pp. 109-117, 1985.

[13] Y. Nakamura, H. Hanafusa and T. Yoshikawa, "Task-priority based redundancy control of robot manipulators", *Intl. Journal of Robotics Research*, Vol. 6, No. 2, pp. 3-15, 1987.

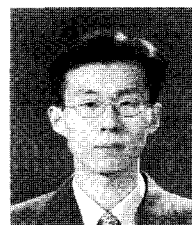
[14] S. Chiaverini, "Singularity-robust task-priority redundancy resolution for Real-time kinematic control of robot manipulators", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 13, No. 3, pp. 398-410, 1997.

[15] Y. J. Choi, W. K. Chung, Y. W. Oh, S. R. Oh and I. H. Suh, "On the task priority manipulation scheme with high execution performance for a robotic manipulator", *Intl. Conf. on Advanced Robotics*, 2001.



**김형욱**

1971년 2월 14일생. 1994년한양대학교 전자공학과(공학사). 1997년 한양대학교 전자공학과(공학석사). 1997년~현재 한양대학교 전자공학과 박사과정 재학중. 관심분야 : 햅틱시스템, 원격제어, 가상환경, 3차원 모델링.



**이재훈**

1973년 6월 29일생. 1996년 한국기술교육대학교 제어기계공학과(공학사). 1998년 한양대학교 제어계측공학과(공학석사). 1998년~현재 한양대학교 전자전기 제어 계측공학과 박사과정. 관심분야 : Biomechanical System Modeling and

Analysis, 햅틱 시스템, 여유자유도/여유구동로봇 시스템, 로봇 메카니즘 설계 및 해석.

**이 병 주**

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 6 권 제 7 호 참조.

**서 일 흥**

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 6 권 제 4 호 참조.