

속도관측기를 활용한 영구자석동기전동기의 적응 백스테핑 제어기 설계

Adaptive Backstepping Controller Design for a Permanent Magnet Synchronous Motor using Speed Observer

현근호, 양해원
(Keun-Ho Hyun and Hai-Won Yang)

Abstract : A nonlinear speed controller for a surface mounted permanent magnet synchronous motor (PMSM) based on a newly developed adaptive backstepping approach is presented. To compensate parameter uncertainties and load torque disturbance, a nonlinear adaptive backstepping control law and adaptive law are derived systematically through virtual control input and suitable Lyapunov function. Also, speed observer without using costly speed sensor is presented. Simulation results show that the proposed controller can observe the speed and track the reference speed signal generated by a reference model.

Keywords : PMSM, nonlinear, adaptive, uncertainty, backstepping, observer

I. 서론

영구자석동기전동기(PMSM : Permanent Magnet Synchronous Motor)는 다양한 산업분야에 확대 응용되고 있으며 높은 출력밀도, 관성에 비례한 큰 회전력 및 고효율 등 직류기나 유도기에 비해 많은 장점을 갖고 있다. 그러나, PMSM은 회전속도와 d-q축 전류와의 커플링으로 비선형적인 특성이 매우 크다.

근래에는 PMSM의 비선형 특성을 고려하여 슬라이딩모드 VSC(Variable Structure Control)[2], 입출력 feedback linearization [3] 등 여러 가지의 비선형 제어기법이 적용되었다. 그러나, VSC기법은 제어입력의 흔들림(chattering)현상이 발생하는 등의 단점이 있고, feedback linearization기법은 파라미터의 불확실성 및 외란에 약한 단점 등이 지적되어 왔다.

최근에는 적응 백스테핑 제어기법[4]이 개발되어 불확실성이 존재하는 비선형 시스템의 제어에 많이 적용되고 있으며 가상적인 제어변수(virtual control variable)를 활용하여 각 단계별로 리아프노프 함수(Lyapunov function)를 설정하면서 최종의 제어입력 및 적응칙(adaptive law)을 결정하는 제어방식으로서 본 연구에서도 이 방식을 기본으로 PMSM에 대한 적응 백스테핑 제어기를 구현하고자 한다.

한편, 현재까지 PMSM 속도제어는 기본적으로 전류와 회전속도를 측정하여 이를 제어입력에 포함하는 방식이 대부분이었으나 속도를 측정하고자 하면 기계적인 속도센서가 필요하며 이에 따른 구동시스템과의 결선 등으로 비용이 추가되므로 속도센서가 필요 없는 제어기의 설계가 요구되고 있다. 본 연구에서는 이러한 요구에 따라 속도관측기를 구성하고자 하며 어느 정도의 불확실성 및 부하토크 변동에도 견딜 수 있는 관측기를 설계하였다. 본 연구에서

제안한 속도관측기와 적응 백스테핑 제어기의 타당성은 모의실험으로 확인하였다.

II. 본론

d-q축을 기준으로 하는 PMSM의 수학적 모델링에서 불확실한 부분을 분리하여 백스테핑 과정을 거쳐 파라미터에 대한 적응칙과 제어입력을 구한다. 또한, 회전속도에 대한 관측기를 구성하여 속도 측정이 불필요한 제어기를 설계하며 모의실험으로 타당성을 입증하기로 한다.

1. PMSM의 모델링과 제어의 목적

전형적인 surface mounted PMSM의 동특성 방정식은 널리 이용되고 있는 d-q축을 기준으로 다음과 같이 표현된다 [1][5].

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R}{L}i_d + P\omega i_q + \frac{1}{L}u_d \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R}{L}i_q - P\omega i_d - \frac{P\Phi}{L}\omega + \frac{1}{L}u_q \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3P\Phi}{2J}i_q - \frac{B}{J}\omega - \frac{T_L}{J} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, i_d 와 i_q 는 각각 d, q축 전류, ω 는 회전속도, u_d 와 u_q 는 각각 d, q축 전압, R 은 고정자 저항, L 은 고정자 인덕턴스, P 는 극수, Φ 는 자속, J 는 회전자 관성모멘트, B 는 마찰계수, T_L 은 부하토크를 나타낸다. (1)로부터 PMSM은 회전속도와 전류간의 커플링으로 인한 비선형성이 높음을 알 수 있다. 또한, 저항 및 마찰계수 등은 전동기 작동 중의 발열에 의해 값이 변할 수도 있으며 부하토크도 값이 변동될 수 있다. 따라서, 부하토크에 포함된 외란 뿐만 아니라 비선형성 및 불확실성을 고려한 고성능의 속도 제어기가 요구된다.

제어기 설계의 목적은 전동기 회전속도 ω 가 명령 회전속도 ω_{ref} 를 설정된 기준모델에 따라 추종(tracking)하고, 제어기를 포함한 시스템 내의 모든 신호가 유계(bounded)인 것이다.

논문접수 : 2002. 8. 29., 채택확정 : 2003. 4. 9.

현근호 : 신성대학 전기과(hyunkh@shinsung.ac.kr)

양해원 : 한양대학교 전자컴퓨터공학부(hwyang@email.hanyang.ac.kr)

※ 본 연구는 2001년도 한양대학교 교내 연구비 지원으로 수행되었습니다.

2. 적응백스테핑(adaptive backstepping) 제어기의 설계

적응백스테핑은 미지의 파라미터를 갖는 비선형시스템을 대상으로 각 단계별로 체계적으로 적응칙과 제어입력을 유도하는 방식이며 저항 R , 마찰계수 B , 부하토크 T_L 은 미지의 상수 파라미터로 가정하여 (1)을 불확실성을 구분하는 다음과 같은 형태의 동특성 방정식으로 재구성하였다.

$$\dot{x} = \bar{f}(x) + \Delta f(x) + g_1(x)u_d + g_2(x)u_q \quad (2)$$

여기서, $x = [i_d \ i_q \ \omega]^T$, $g_1 = [\frac{1}{L} \ 0 \ 0]^T$, $g_2 = [0 \ \frac{1}{L} \ 0]^T$ 이며 모두 알고 있다고 가정하고 비선형함수벡터

$$\bar{f}(x) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{nom}}{L} i_d + P\omega i_q \\ -\frac{R_{nom}}{L} i_q - P\omega i_d - \frac{P\Phi}{L} \omega \\ \frac{3P\Phi}{2J} i_q - \frac{B_{nom}}{J} \omega - \frac{T_{Lnom}}{J} \end{bmatrix}$$

$$\Delta f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta R}{L} i_d \\ -\frac{\Delta R}{L} i_q \\ -\frac{\Delta B}{J} \omega - \frac{\Delta T_L}{J} \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

R_{nom} , B_{nom} , T_{Lnom} 은 각각 불확실한 파라미터 R , B , T_L 의 공칭값(nominal value)을 나타내며 불확실한 미지의 값을 각각 $\Delta R = R - R_{nom}$, $\Delta B = B - B_{nom}$, $\Delta T_L = T_L - T_{Lnom}$ 로 표현한다.

제어기 설계의 첫 번째 단계로 다음과 같은 새로운 변수를 정의한다.

$$z_1 = h_1(x) = \omega, \quad z_2 = L_f^{-1} h_1(x), \quad z_3 = h_2(x) = i_d \quad (3)$$

새로운 변수의 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ L_f^{-2} h_1 \\ L_f^{-1} h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_d \\ \bar{u}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1 \phi_1 \\ \theta_2 \phi_2 \\ \theta_3 \phi_3 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 \phi_1 = [\theta_{11} \ \theta_{12}] [\phi_{11} \ \phi_{12}]^T = \left[\frac{\Delta B}{J} \quad \frac{\Delta T_L}{J} \right] [-\omega \ -1]^T$$

$$\theta_2 \phi_2 = [\theta_{21} \ \theta_{22} \ \theta_{23}] [\phi_{21} \ \phi_{22} \ \phi_{23}]^T$$

$$= \left[\frac{B_{nom}}{J^2} \Delta B \quad \frac{B_{nom}}{J^2} \Delta T_L \quad \frac{3PAR}{2JL} \right] [\omega \ 1 \ -i_q]^T$$

$$\theta_3 \phi_3 = [\theta_3] [\phi_3] = \left[\frac{\Delta R}{L} \right] [-i_d] \quad (4)$$

즉, (4)에서 시스템의 불확실성은 미지의 상수 파라미터 θ_1 , θ_2 , θ_3 에 의해 반영되며 여기서 θ_1 과 θ_2 는 각각 2차 및 3차 벡터이고 θ_3 는 스칼라이다. (4)에서 Lie 도함수는 각각 다음과 같다.

$$L_f^{-2} h_1 = \frac{3P\Phi}{2J} \left(-\frac{R_{nom}}{L} i_q - P\omega i_d - \frac{P\Phi}{L} \omega \right) - \frac{B_{nom}}{J} \left(\frac{3P\Phi}{2J} i_q - \frac{B_{nom}}{J} \omega - \frac{T_{Lnom}}{J} \right) \quad (5)$$

$$L_f^{-1} h_2 = -\frac{R_{nom}}{L} i_d + P\omega i_q$$

또한, (4)에서 정의된 새로운 제어입력은 원래의 제어입력과 다음의 관계를 갖는다.

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_d \\ \bar{u}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & L_{g2} L_f^{-1} h_1 \\ L_{g1} h_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (6)$$

(6)에서 Lie 도함수는 각각 다음과 같다.

$$L_{g2} L_f^{-1} h_1 = \frac{3P\Phi}{2JL}, \quad L_{g1} h_2 = \frac{1}{L} \quad (7)$$

이제, (4)의 시스템에 대하여 우리가 원하는 출력 특성을 갖는 기준모델을 다음과 같이 제시한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{m1} \\ \dot{z}_{m2} \\ \dot{z}_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_{m1} & -k_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{m3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{m1} \\ z_{m2} \\ z_{m3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_{m1} & 0 \\ 0 & k_{m3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{ref} \\ i_{dref} \end{bmatrix} \quad (8)$$

기준모델의 입력은 회전속도 ω_{ref} 와 i_{dref} 이며 PMSM에 관한 최근의 연구에서는 i_{dref} 를 "0"으로 하고 i_q 즉, q축 전류로 제어입력을 결정토록 하는 방법이 많이 사용되고 있다[6]. (8)과 같은 기준모델을 사용함으로써 시스템의 성능을 쉽게 평가할 수 있으며 추종(tracking)문제는 이제 조정(regulation)문제로 보다 간략화되었다. (4)와 (8)에 대한 오차변수를 다음과 같이 정의한다.

$$e = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T = [z_1 - z_{m1} \ z_2 - z_{m2} \ z_3 - z_{m3}]^T \quad (9)$$

또한, (6)에서 정의된 제어입력도 다시 다음과 같이 변환한다.

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{u}_d \\ \bar{u}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}_d + k_{m1} z_{m1} + k_{m2} z_{m2} - k_{m1} \omega_{ref} \\ \bar{u}_q + k_{m3} z_{m3} - k_{m3} i_{dref} \end{bmatrix} \quad (10)$$

따라서, (9)의 오차변수에 대한 미분방정식은 다음과 같이 간략하게 표현된다.

$$\dot{e} = \bar{A}(x) + \Delta A(x) + B(x)\bar{U}$$

$$\bar{A}(x) = \begin{bmatrix} e_2 \\ L_f^{-2} h_1 \\ L_f^{-1} h_2 \end{bmatrix}, \quad \Delta A(x) = \begin{bmatrix} \theta_1 \phi_1 \\ \theta_2 \phi_2 \\ \theta_3 \phi_3 \end{bmatrix}, \quad B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

불확실한 파라미터의 오차는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\bar{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1, \quad \bar{\theta}_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2, \quad \bar{\theta}_3 = \theta_3 - \hat{\theta}_3 \quad (12)$$

여기서, $\bar{\theta}_1$, $\bar{\theta}_2$, $\bar{\theta}_3$ 는 각각 θ_1 , θ_2 , θ_3 의 추정값이고 $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$, $\hat{\theta}_3$ 는 추정오차이다.

제어기 설계의 두 번째 단계로 백스테핑 제어방법을 이용하여 (11)의 e_2 를 새로운 제어입력으로 가정하자. θ_1 이 알고 있는 값이라면 리아프노프함수를 $V_1 = \frac{1}{2} e_1^2$ 로 정의할 경우 e_2 를 대신하는 가상적인 제어입력은 $a' = -k_1 e_1 - \theta_1 \phi_1$ 이 될 것이다. 그러나, θ_1 을 실질적으로는

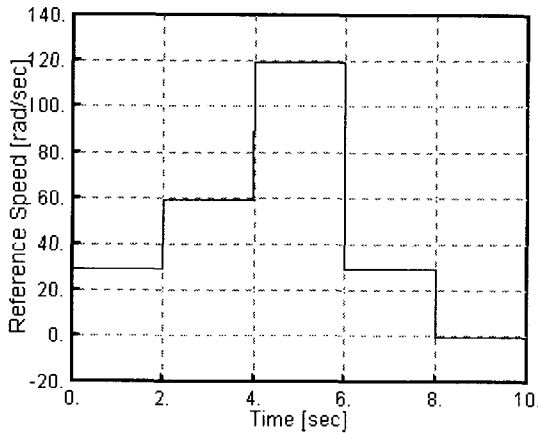
4. 모의실험(simulation) 결과 및 고찰

제안된 제어시스템의 타당성을 입증하기 위해 모의 실험을 실시하였으며 PMSM의 전동기 파라미터는 표 1 과 같이 설정하였다. 또한, 각종 설계 파라미터는 다음과 같이 설정하였다.

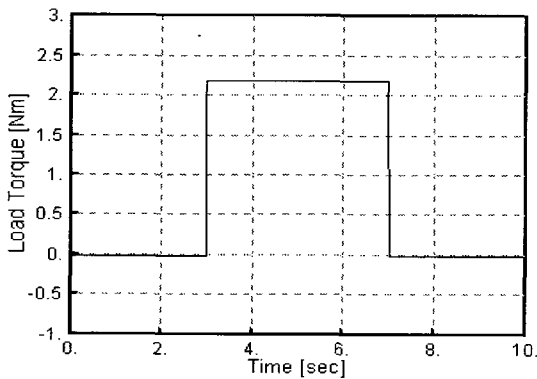
표 1. PMSM의 전동기 파라미터 설정값.

Table 1. Motor parameter value of PMSM.

nomenclature(symbol)	value[unit]
Rated speed (ω)	785 [rad/sec]
Rated torque (T_L)	2.2 [N · m]
Number of pole (P)	2
Resistance (R)	1.6 [Ω]
Inductance (L)	0.0094 [H]
Viscous constant (B)	0.000004 [N · m/rev/min]
Flux (Φ)	0.311 [V/rad/sec]
Rotor inertia (J)	0.0000765 [kg · m ²]



(a) 명령속도 (ω_{ref})



(b) 부하토크 (T_L)

그림 2. 명령속도 (ω_{ref})와 부하토크 (T_L).

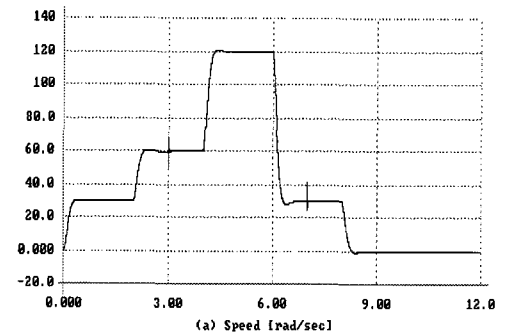
Fig. 2. Reference speed (ω_{ref}) and load torque (T_L).

기준모델상수 : $k_{m1}=160, k_{m2}=20, k_{m3}=50$

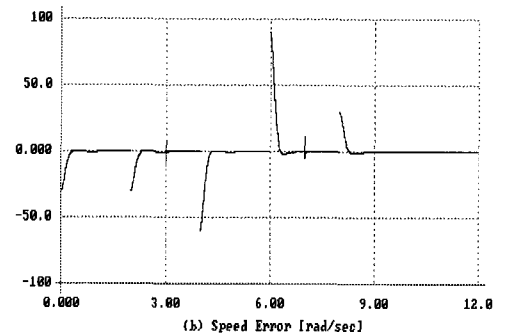
적응 이득 : $\gamma_1=0.00001, \gamma_2=0.0001, \gamma_3=0.01$ (23)

제어 이득 : $k_1=2000, k_2=200, k_3=200$

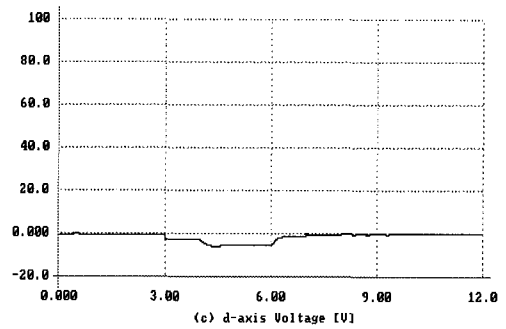
관측이득의 경우 $l_1=10$ 으로 하였으며 l_2 는 (22)의 조건에 따라 설정하였다. 명령속도 ω_{ref} 와 부하토크 T_L 은 그림 2(a) 및 그림 2(b)와 같이 시간대별로 변화를 주었다. 또한, d축 명령전류 i_{dref} 는 "0"으로 하였으며 모



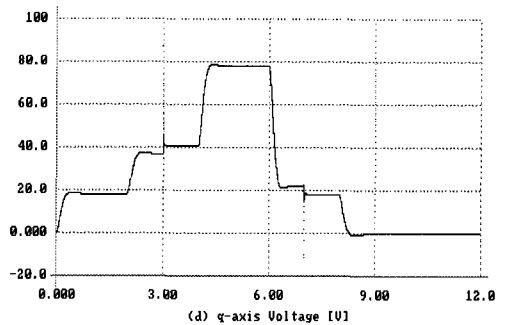
(a) Speed [rad/sec]



(b) Speed Error [rad/sec]



(c) d-axis Voltage [U]



(d) q-axis Voltage [U]

그림 3. CASE I 모의실험 결과.

Fig. 3. Simulation results of CASE I.

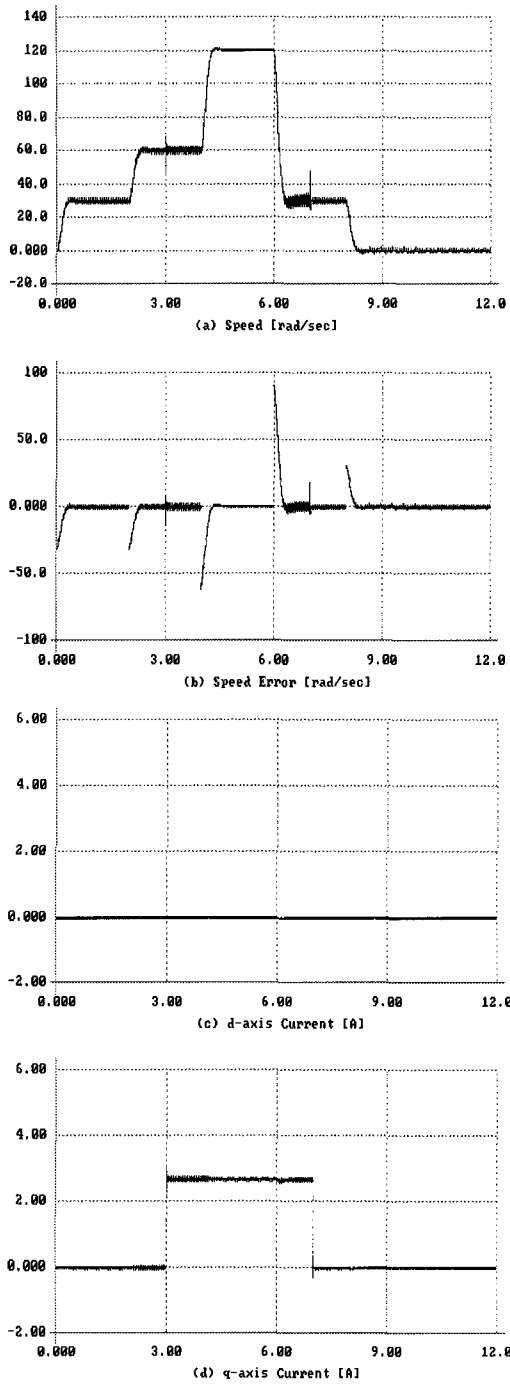


그림 4. CASE II 모의실험 결과.
Fig. 4. Simulation results of CASE II.

의실험은 다음과 같이 네 가지의 경우로 분류하여 실시하였다.

CASE I : 관측기를 사용하지 않고, 불확실성이 전혀 없는 즉, $\Delta R = \Delta B = \Delta T_L = 0$ 인 경우

CASE II : 관측기를 사용하지 않고, 불확실성이 $\Delta R = 0.25R_{nom}$, $\Delta B = 0.25B_{nom}$, $\Delta T_L = 0.25T_{Lnom} + \delta(t)$ 인 경우

CASE III : 관측기를 사용하고, 불확실성이 전혀 없는 즉, $\Delta R = \Delta B = \Delta T_L = 0$ 인 경우

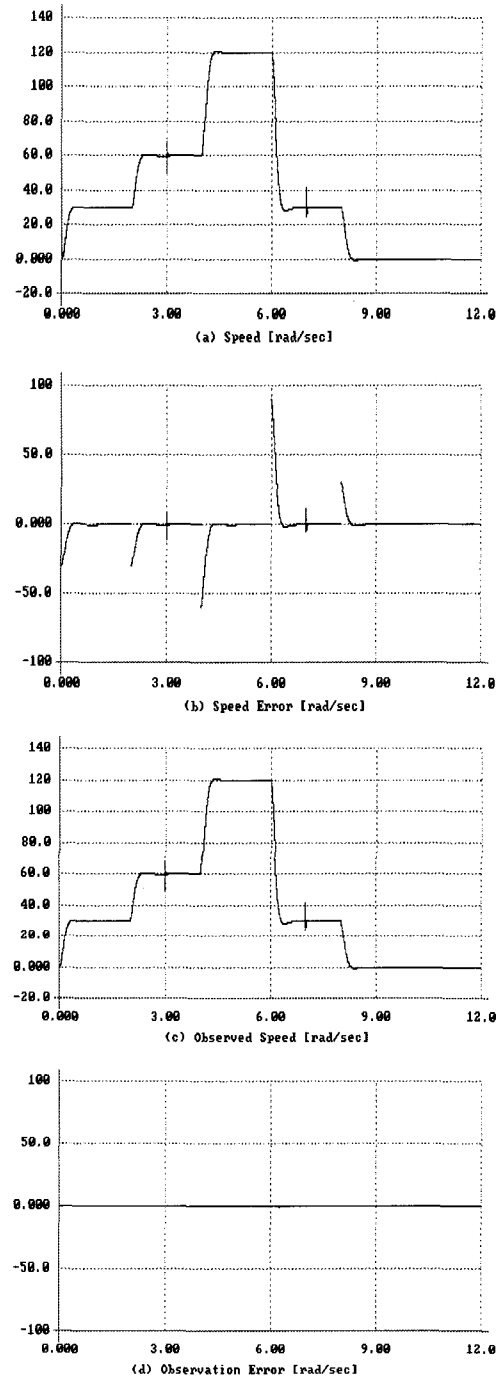


그림 5. CASE III 모의실험 결과.
Fig. 5. Simulation results of CASE III.

CASE IV : 관측기를 사용하고, 불확실성이 $\Delta R = 0.25R_{nom}$, $\Delta B = 0.25B_{nom}$, $\Delta T_L = 0.25T_{Lnom} + \delta(t)$ 인 경우

여기서, $\delta(t)$ 는 전동기를 구동하는 경우에 발생할 수 있는 잡음을 표현한다.

CASE I의 경우 그림 3(a)와 같이 불확실성 및 잡음이 없으므로 (8)의 기준모델을 적절하게 추종하며 부하토크 인가 및 이탈 시에 임펄스 형태의 속도가 감지된다. 속도오차는 그림 3(b)와 같이 명령속도 변경 시마다 과도 형태가 발

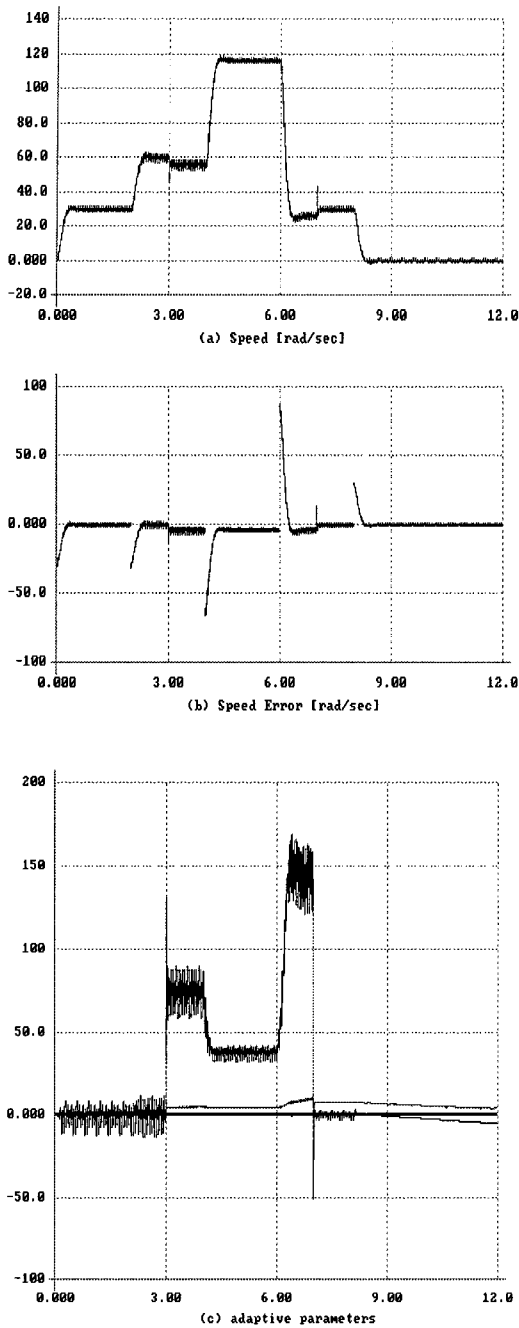


그림 6. CASE IV 모의실험 결과.
Fig. 6. Simulation results of CASE IV.

생하지만 이는 기준모델 추종으로 인한 것이므로 큰 문제는 없다. 제어입력(전압)은 그림 3(c) 및 그림 3(d)와 같이 주로 u_q 가 큰 역할을 하며 u_d 는 부하토크 인가 시에만 약간의 변화가 있다.

CASE II의 경우 불확실성 및 잡음이 포함되어 그림 4(a) 및 그림 4(b)와 같이 회전속도 및 오차에 미소한 진동이 발생하지만 큰 문제없이 명령속도를 추종하고 있다. d-q축 전류는 그림 4(c) 및 그림 4(d)와 같이 i_d 는 명령전류인 i_{dref} 값인 "0"을 유지하고 i_q 는 부하토크 인가 시에 역할을 해주고 있다.

CASE III의 경우 그림 5와 같이 불확실성 및 잡음이 없으므로 회전속도 관측오차가 거의 실제 회전속도도 명령속도를 충실하게 추종하고 있다.

CASE IV의 경우 그림 6(a) 및 그림 6(b)와 같이 불확실성의 포함으로 부하토크 인가 시에 미세한 관측오차가 있고 잡음으로 인한 진동도 발생하지만 만족스럽게 명령속도를 추종한다. 그림 6(c)는 (4)에서 정의된 적응 파라미터 값들의 형태이며 σ_{11} 을 제외한 다른파라미터는 "0"으로 수렴하지만 σ_{11} 은 부하토크 인가 시에 큰 값으로 변화되고 부하토크를 없앤 후에도 잡음의 영향으로 어느 정도 시간 동안 발산하다가 차츰 일정한 값으로 수렴한다.

모의실험 결과 본 연구에서 제안한 관측기는 어느 정도의 제한된 불확실성 및 잡음의 영향에도 불구하고 회전속도를 관측하여 제어 목적을 달성하는데 기여한다고 사료된다.

III. 결론

본 연구에서는 파라미터의 불확실성과 부하토크에 의한 외란이 포함된 surface mounted PMSM의 속도제어를 적응백스테핑기법과 속도관측기를 이용하여 구현하였다. 제어기 설계에서 고려된 불확실성은 고정자 저항, 마찰계수 및 부하토크였으며 불확실한 부분을 선형적으로 분리한 오차방정식을 정의하였다. 이 오차방정식을 근간으로 적응백스테핑기법을 활용하여 단계별 가상 제어입력과 적절한 리아프노프함수의 설정으로 적응척과 최종 제어입력을 유도하였다. 또한, 속도 측정을 필요로 하지 않는 속도관측기를 구성하였으며 이는 d축 전류를 "0"으로 유지시키고 q축 전류를 관측기 설계에 적절히 활용하였기 때문이다. 제안된 알고리즘의 타당성은 모의실험으로 입증되었다.

참고문헌

- [1] P. Pillay, R. Krishnan, "Modelling of permanent magnet motor drives", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 35, no. 4, pp. 537-541, 1988.
- [2] J. Y. Hung, W. Gao, "Variable structure control : a survey", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, pp. 2-22, 1993.
- [3] A. Isidori, "Nonlinear control systems", Springer-Verlag, 3rd Edn., 1995.
- [4] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic, "Nonlinear and adaptive control design", John Wiley & sons, 1995.
- [5] W. Leonhard, "Control of electrical drives", Springer-Verlag, 2nd Edn., 1995.
- [6] M. Vilathgamuwa, M. A. Rahman, "Nonlinear control of interior permanent magnet synchronous motor", *IEEE Conference, Industry Applications*, vol. 2, pp. 1115-1120, 2000.
- [7] J. Slotine, W. Li, "Applied nonlinear control", Prentice_Hall, 1991.
- [8] C. Li, M. Elbuluk, "A sliding mode observer for sensorless control of permanent magnet synchronous

motors” , *IEEE Conference*, pp. 1273-1278.

- [9] F. J. Lin, S. L. Chiu, “Adaptive fuzzy sliding-mode control for PM synchronous servo motor drives” , *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol. 145, no. 1, pp. 63-72, 1998.

- [10] F. J. Lin, P. H. Shen, S. P. Hsu, “Adaptive backstepping sliding mode control for linear induction motor drive” , *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 149, no. 3, pp. 184-194, 2002.



현근호

1965년 6월 13일생, 1987년 한양대 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1989). 동대학원 박사수료(1998). 1990~1996년 국방과학연구소 연구원. 1996~현재 신성대학 전기과 교수. 관심분야는 비선형적응제어.



양해원

1950년 3월 20일생, 1971년 서울대 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1973). 일본 교토대 박사(1982). 1986~현재 한양대 전자컴퓨터공학부 교수. 대한전기학회 부회장(현재). 관심분야는 지능 및 적응제어.