

2차원 도립진자를 위한 GA 및 Heuristic한 제어규칙 기반 PID제어기의 실험적 연구

Experimental Study of GA and Heuristic Control Rule based PID Controller for 2-Dimensional Inverted Pendulum

서 강 면, 강 문 성
(Kang-Myun Seo and Moon-Sung Kang)

Abstract : We have fabricated the two-dimensional inverted pendulum system and designed its controller. The two-dimensional inverted pendulum system, which is composed of X-Y table, is actuated through timing belt by each of two geared DC motors. And the control goal is that the rod is always kept to a vertical position to any disturbance and is quickly moved to the desired position.

Because this system has generally nonlinear dynamic characteristics and X-axis and Y-axis move together, it is very difficult to find its exact mathematical model and to design its controller. Therefore, we have designed the PID controller with simple structure and excellent performance. Genetic algorithm(GA), which is known as one of probabilistic searching methods, and human's heuristic control strategy are introduced to design an optimal PID controller. The usefulness of the proposed GA based PID coefficient searching technique is verified through the experiments and computer simulations.

Keywords : two-dimensional inverted pendulum, genetic algorithm, PID controller, heuristic control strategy

I. 서론

오늘날 제어 분야에 있어서 디지털 컴퓨터의 발달 및 다양한 이론의 확립에 힘입어 여러 가지 제어 방법이 개발되어 왔으나, 실제 제어대상 시스템에 적절한 제어방법을 선택하여 적용하기 위해서는 여러 가지 고려해야 할 사항이 있다. 제어 대상 시스템에 적절한 제어 알고리즘을 선택하기 위해서는 먼저 제어 대상 시스템의 특성을 파악해야 한다. 또한, 제어대상 시스템은 어느 정도의 비선형 특성을 가지고 있기 때문에 실제 제어기에 적용하는 데는 많은 제약이 따른다[1].

이러한 이유 때문에 최근 제어이론의 급격한 발전에도 불구하고 실제의 산업현장에서는 PID(Proportional- Integral-Derivative)제어기가 광범위하게 사용되고 있다. 또한, PID제어기는 비교적 구조가 단순하고 구현이 용이하며 제어 특성도 우수한 것으로 알려져 있다[2]-[5]. 이 PID제어기는 일반적으로 해석적인 방법에 의해 P, I, D계수를 설정하나 제어대상 플랜트의 정확한 수학적 모델이 없는 경우, 전문가의 경험에 의하여 P, I, D 계수를 설정해야 하므로 일반인들이 제어기를 조작하기에는 어려운 점들이 있다. 그럼에도 불구하고 전술한 PID제어기의 장점으로 인하여 다양하게 이용되고 있어 P, I, D계수의 자동조정기법이 많은 연구자들에 의해 연구되고 있다. 그 대표적인 방법으로는 Ziegler and Nichols법, Cohen-Coon법 등을 들 수 있다. 이러한 방법들을 적용함으로써 비교적 양호한 제어성능을 얻을 수 있

지만 고성능 고정밀 시스템인 경우에는 많은 문제점이 있다[4].

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 확률적인 최적치 탐색기법인 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)을 이용한 P, I, D계수 튜닝기법을 제안하였다. 더욱이 기존의 GA에 약간의 수정을 가하여 기존의 GA에 비해 진화속도가 빠르며 더 높은 적합도를 갖는 개체를 생성할 수 있도록 하였다.

GA에 의해 설계된 PID제어기의 적용을 위해 먼저 비선형 시스템인 2차원 도립진자(inverted pendulum) 시스템을 제작하였다. 도립진자 시스템은 비선형 제어시스템의 제어기 구현을 위한 표준 플랜트로 많이 이용되어져 왔다. 2차원 도립진자 시스템은 X-Y 테이블로 구성되는데, X축 카트 및 Y축 바(bar)는 두 대의 geared DC motor에 의해 각각 타이밍 벨트를 통해 구동되며, 진자의 각도 및 카트의 위치는 원하는 목표치로 제어 가능하게 된다. 이때 타이밍 벨트의 장력은 pulley에 의해 조정할 수 있으며, DC 모터는 PWM방식의 구동회로에 의해 동작하게 된다. 제어신호는 X축 카트 및 Y축 bar에 가해지는 힘이며, 제어변수는 진자의 수직선과의 경사각도 및 X, Y축 상에서의 카트의 위치이다.

2차원 도립진자 시스템은 비선형 동특성을 가지며 또한 X-Y축이 연동이 되어서 움직이기 때문에 정확한 수학모델을 구하기 어렵다. 따라서, 본 논문에서는 X축 및 Y축이 상호 독립적으로 움직인다고 가정하고 각각의 수학 모델을 구하였으며 X축과 Y축 각각에 대한 각도 및 위치제어를 위한 PID제어기를 설계하였다. 이때, PID제어기의 제어규칙은 인간의 heuristic한 제어동작을 따르도록 하였다.

유전자 알고리즘은 C언어를 사용하여 구현하였으며, 시스템의 수학 모델식을 이용하여 구한 각각의 P, I, D 계수 값을 제어기 설계에 이용하였다. 온라인(on-line)실험을 위한

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 1. 30., 채택확정 : 2003. 6. 11.

서강면, 강문성 : 청주대학교 정보통신공학부

(kmseo1972@korea.com/kanms@chonju.ac.kr)

※ 본 논문은 과학기술부·한국과학재단 지정 청주대학교 정보통신연구센터에서 지원하여 연구하였음.

PID제어기는 PC에서 구현되었고, 플랜트와의 인터페이스를 위해 상용용 I/O 보드를 사용하였다.

제안된 제어기법의 타당성 및 유효성 검증을 위해 수학 모델을 이용한 시뮬레이션을 통하여 동특성 분석을 한 후 실제 제작한 2차원 도립진자 시스템에 적용하여 실험하였다.

II. GA에 의한 PID제어기 설계

GA는 적자생존의 법칙에 기반을 둔 최적화 이론으로서, 최적화 문제나 PID 계수 튜닝과 같은 분야에서 효과적인 것으로 알려져 있다. GA는 전체 탐색공간에서 여러 개의 스트링(string), 즉 개체의 집합(population)을 이용하여 동시에 탐색을 수행하기 때문에, 전역 최적값으로 수렴할 가능성이 끝 아니라, 목적함수(또는 평가함수)가 미분 불가능하거나 비선형 특성을 갖는 최적화 문제에서 강인한 특성을 발휘한다고 알려져 있다[6]. 본 절에서는 2차원 도립진자 시스템의 수학 모델을 유도하고, PID제어기 설계 및 GA에 의한 P, I, D 계수 추출방법을 설명한다.

1. 진자가 부착된 카트의 운동방정식

2차원 도립진자 시스템의 수학모델은 그림 1에서 보는 바와 같이 진자와 수직선이 이루는 각을 θ , 진자의 무게 중심의 좌표를 (x_G, z_G) 라 하고(진자의 무게중심은 기하학적 중심에 위치해 있다고 가정), 각 θ 의 변화범위가 충분히 작다고 가정하여 선형화 하였다. 단 X축과 Y축에서의 카트의 동특성은 상호 독립적인 것으로 가정하고 X축에서의 카트의 수학모델을 구하며, Y축에서의 수학모델은 X축의 모델에 준하는 것으로 하였다.

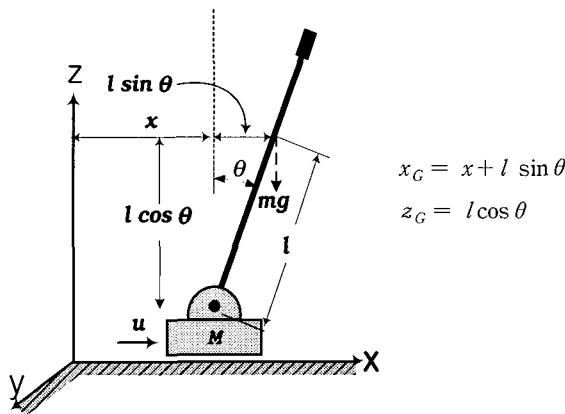


그림 1. 도립진자 시스템의 모델링.

Fig. 1. Modeling for inverted pendulum system.

도립진자 시스템의 운동방정식은 뉴턴의 제 2법칙에 따라 (1)과 (2)로 나타낼 수 있다.

$$\sum F: M\ddot{x} + b\dot{x} + mx_G\ddot{x} = u \quad (1)$$

$$\sum M: mx_G\ddot{l}\cos\theta - mz_G\ddot{l}\sin\theta = mg\ddot{l}\sin\theta \quad (2)$$

수직선과 진자간의 각도 θ 의 변화가 작을 경우, Taylor 급

수를 사용하면 $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$ 로 볼 수 있으며, 힘 u 를 구동모터의 입력 전압 $v(t)$ 에 관한 식으로 변경하여 (1)에 대입하여 정리하면 (3)과 (4)로 표현된다. 여기서 진자의 관성 모멘트 $I=0$ 이라고 가정했다.

$$(M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + m\ddot{\theta} = \frac{K_t}{Rr}v(t) \quad (3)$$

$$m\ddot{x} + m\ddot{\theta} = mg \quad (4)$$

이 식을 상태공간 표현법으로 변환하면 (5), (6)과 같다.
(단, $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, $x_3 = x$, $x_4 = \dot{x}$)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{Ml}g & 0 & 0 & -\frac{b}{Ml} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M}g & 0 & 0 & -\frac{b}{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{K_t}{MlRr} \\ 0 \\ \frac{K_t}{MRr} \end{bmatrix} \cdot v(t) \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

표 1. 시스템 파라미터.

Table 1. System parameters.

파라미터	X축	Y축	비 고
M	0.963 kg	10.5 kg	카트의 질량
m	0.46 kg	0.78 kg	진자 질량
l	0.47m	0.5m	진자 길이
g	9.8m/sec ²	9.8m/sec ²	중력 가속도
b	4.815kg/s	26.483kg/s	카트의 마찰저항
r	0.015m	0.015m	모터 축 반경
Kt/R	0.486kg · m ² /s ²	1.926kg · m ² /s ²	모터상수/모터저항

실험 및 시뮬레이션에 사용된 시스템 파라미터는 표 1에 나타내었으며 실험적으로 구한 카트의 마찰저항 b , 그리고 모터상수/모터저항 값인 Kt/R 값은 시스템에 따라 약간의 변동이 생길 수 있으며, 이는 실험을 통하여 보정할 수 있다.

2. PID 제어기의 구성 및 heuristic한 제어규칙

다음 (7)과 같은 전달함수 $G_c(s)$ 를 갖는 PID제어기의 출력 즉 플랜트의 제어입력 $v(t)$ 를 이산형으로 표현하면 (8)과 같다.

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (7)$$

$$\begin{aligned} v(kT) = & v((k-1)T) + (K_p + K_IT + \frac{K_D}{T})e(kT) \\ & - (K_p + \frac{2K_D}{T})e((k-1)T) \\ & + \frac{K_D}{T}e((k-2)T) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, K_p 는 비례계수, K_I 는 적분계수, K_D 는 미분계

수, $e(kT)$ 는 오차(\equiv 기준입력 - 출력), 그리고 T 는 샘플링 시간을 나타낸다.

제작된 2차원 도립진자 시스템의 X축 및 Y축은 연동되어 움직이나 본 논문에서는 독립적으로 구동되는 것으로 가정했으므로 그림 2에서 보인 것과 같은 각도 및 위치 제어를 위한 PID제어기를 X축 및 Y축에 대하여 각각 설계하였다. 그림 2에서 v 는 실제 카트를 움직이게 할 구동모터의 입력전압을 의미한다.

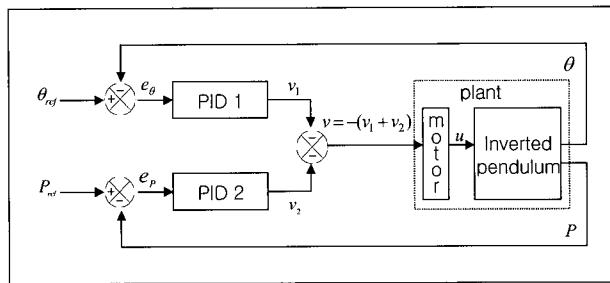


그림 2. PID 제어기 구성.

Fig. 2. Configuration of PID controller.

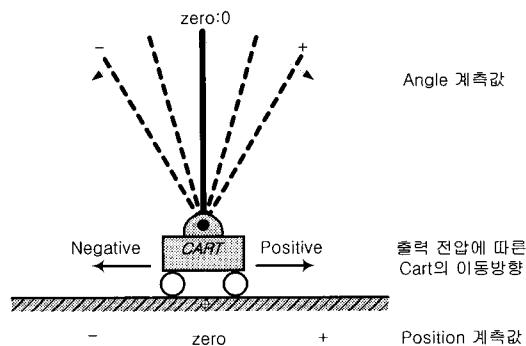


그림 3. 카트의 동특성.

Fig. 3. Dynamic characteristics of cart.

그림 3에 진자의 각도와 카트의 위치에 따른 계측값의 변화와 제어기 출력값에 따른 카트의 움직임을 도식적으로 나타내었으며, 진자의 각도 및 위치는 목표값(0)을 기준으로 좌측과 우측을 각각 (-)와 (+)로 표현하였다. 제어목표는 X축 및 Y축의 각도와 위치를 목표값으로 수렴시키는 것이며, 제어전략은 인간의 heuristic한 제어동작을 기본으로 하였다. 도립진자 시스템에 대한 인간의 heuristic한 제어동작은 1)각도와 위치를 모두 제어해야 하는 경우, 2)각도는 목표값에 수렴했으나 위치를 제어해야 하는 경우, 그리고 3)위치는 목표값에 수렴했으나 각도를 제어해야 하는 경우로 나누어 생각한다.

1)의 경우, 예를 들어 진자가 오른쪽으로 기울어져 있고 카트의 위치가 목표 위치보다 오른쪽에 있을 경우 즉 상태가 (각도+, 위치+)인 경우에는 각도와 위치를 모두 목표값으로 제어해 주어야 하는데, 그 제어과정을 그림 4에 나타내었다. 이 경우 인간의 heuristic한 제어동작은 먼저 카트를 오른쪽으로 빠르게 이동시켜 진자를 목표 위치 방향으로 기울게 한 다음 카트를 목표 위치 방향으로 이동시키면서 각

도 및 위치를 보상해 준다. 이 경우를 그림 2에 나타낸 제어기에게 적용하여 보면, 각도와 위치에 대한 각각의 PID 제어기 출력은 $(-v_1)$ 및 $(-v_2)$ 가 되고 이 값을 합하여 $(-)$ 값을 취한 제어기 구조에 따라 모터에 인가되는 전압은 $v = (v_1 + v_2)$ 값이 된다. 그런데 위치오차에 의한 전압 v_2 만큼 증가한 전압 v 가 모터에 인가되므로 써 오히려 카트는 기존상태보다 더욱 더 오른쪽 방향으로 이동하나 진자는 전 상태와 반대방향으로 기울어 목표위치 방향을 향하게 된다. 즉, 각도와 위치가 (-,+)상태가 된다. 이 상태가 되면 제어기 출력은 $v = -(v_1 - v_2)$ 로 바뀌게 된다. 이 상태에서는 각도 P, I, D 계수가 위치 P, I, D 계수보다 크게 설정되었기 때문에 $|v_1| > |v_2|$ 가 되어 (-)전압이 인가되므로 카트가 왼쪽으로 이동하게 된다. 즉 (-)전압이 인가됨에 따라 카트는 왼쪽으로 이동하여 목표위치를 지나 목표위치에 가까운 (+, -)상태를 만든다. 그런 다음 목표위치를 중심으로 오차 범위 내에서 좌우로 이동하면서 각도 및 위치를 목표값으로 수렴시킨다. 모터에 인가되는 전압 (+v) 와 (-v)에서 (+), (-) 부호는 모터의 정역 회전방향을 나타내며, 이에 따라 카트는 오른쪽(+방향) 또는 왼쪽(-방향)으로 이동을 하게 된다. 또한 v 는 모터에 인가되는 PWM 전압값을 나타낸다.

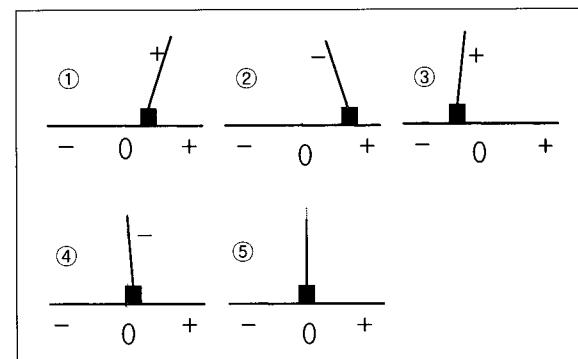


그림 4. 도립진자의 제어과정(초기상태:각도+, 위치+).

Fig. 4. Control process of inverted pendulum.

2)의 경우의 한 예로써 상태가 (0,+)인 경우 즉 진자의 각도가 (0)이고 카트의 위치가 (+)일 경우에는 목표위치(0)로 이동시켜 주어야 한다. 이와 같은 경우에도 위치를 제어해 주기 위해서는 카트를 오른쪽으로 조금 이동시켜 진자를 목표위치 방향으로 기울게 한 다음 카트를 왼쪽으로 이동시켜 가면서 각도와 위치를 목표값으로 수렴시켜 간다. 이 경우를 그림 2에 나타낸 제어기에 적용하여 보면, 초기상태에서 제어기는 $v = -(0 - v_2)$ 를 출력하여 v_2 의 전압으로 카트를 오른쪽으로 이동시켜 진자를 왼쪽으로 기울게 하면 출력은 $v = -(v_1 - v_2)$ 로 바뀌어 카트를 왼쪽으로 이동시키며, 이와 같은 제어를 반복하면서 진자의 각도와 카트의 위치를 목표값으로 수렴시킨다. 그런데 이 경우에는 카트의 초기위치가 목표값에서 멀리 떨어져 있을수록 전압 v_2 가 커지기 때문에 카트는 더욱 오른쪽으로 이동하여 진자는

목표위치 방향으로 더 많이 기울어지며, 이에 따라 발생한 각도오차의 영향으로 더 큰 전압이 인가되어 카트가 목표 위치에 가까워 지게 된다. 또한 3)의 경우, 예를 들어 초기 상태가 (+,0)인 경우 즉 진자의 각도가 (+)이고 카트의 위치가 (0)인 경우에는 각도를 목표값(0)으로 수렴시켜야 한다. 이 경우에도 각도를 제어해 주기 위해 카트를 오른쪽으로 이동시켜 진자를 목표위치 방향으로 기울게 한 다음 카트를 왼쪽으로 이동시키며, 이러한 제어를 반복해 가면서 각도와 위치를 목표값으로 수렴시킨다. 즉 이 경우 제어기는 $v = -(-v_1 + v_2)$ 를 출력하여 v_1 의 전압으로 카트를 오른쪽으로 이동시켜 진자를 (-)방향으로 기울게 한 다음 앞에서와 같은 방법으로 목표값으로 수렴시킨다. 진자의 각도와 카트의 위치 상태에 따른 카트 이동방향 및 모터 인가전압을 표 2에 나타내었다.

표 2. 각도 및 위치 상태에 따른 모터 인가 전압.

Table 2. Voltages supplied for motor by angles and positions.

각도	위치	이동방향	인가전압
-	-	-	$-(v_1 + v_2)$
0	-	-	$-(v_2)$
+	-	+	$+(v_1 - v_2)$
-	0	-	$-(v_1)$
각도	위치	이동방향	인가전압
+	0	+	$+(v_1)$
-	+	-	$-(v_1 - v_2)$
0	+	+	$+(v_2)$
+	+	+	$+(v_1 + v_2)$

3. 수정된 GA에 의한 P, I, D 계수 추출방법

GA는 풀고자 하는 문제에 대한 가능한 해들을 염색체(chromosome)로 표현한 다음 이를 유전 연산자를 이용하여 점진적으로 변형함으로써 점점 더 좋은 해들을 생성한다. 단순 GA는 선택, 교차, 돌연변이와 같은 유전 연산자를 이용하여 최적화를 행한다. 도립진자시스템의 제어기는 각도에 대한 PID제어기와 위치에 대한 PID제어기가 병렬로 구성되어 진자의 각도와 카트의 위치를 동시에 목표값으로 수렴시킨다. 단순 GA를 이용한 도립진자 시스템의 각도 및 위치에 대한 P, I, D계수 추출방법은 각도와 위치에 대한 적합도를 각각 평가하여 그 합이 최대가 되는 세대의 계수를 최적 P, I, D 계수로 선정하는데, 이와 같은 방법으로 P, I, D 계수값을 구할 경우 적합도가 높게 나오는 경우일지라도 각도와 위치에 대한 적합도가 동시에 높지 않고 어느 한쪽으로 치우치는 경우에는 원활한 제어가 불가능할 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 그림 5와 같이 단순 유전자 알고리즘에 재배열(sorting)을 추가하여 새로운 개체를 생성하는 수정된 유전자 알고리즘을 제안하였다.

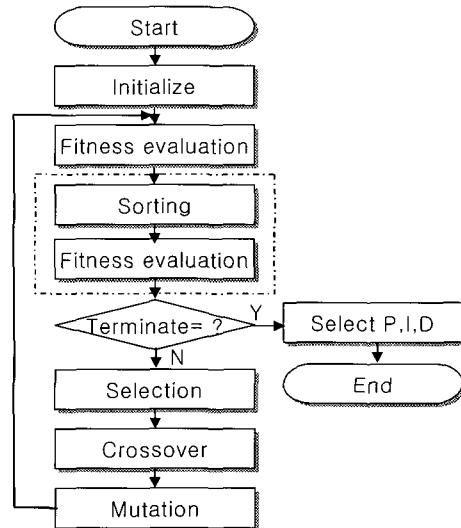


그림 5. 수정된 유전자 알고리즘.

Fig. 5. Modified genetic algorithm.

그림 5에서 보인 유전자 알고리즘에 의한 P, I, D 계수 추출 절차는 다음과 같다.

- ① 초기화 과정에서 각도 및 위치에 대한 PID계수 K_p , K_I , K_D 를 각각 지정한 수만큼 생성하여 초기 개체집합(population)을 구성한다. 이때 각 개체는 그림 6에서 보는 바와 같이 3개의 계수를 하나의 스트링(string)으로 표현하며, 2개의 스트링이 하나의 개체를 형성한다.

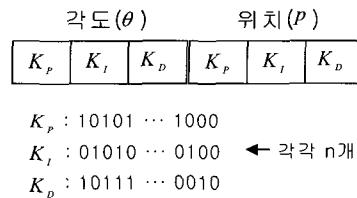


그림 6. 개체의 생성.

Fig. 6. Creation of strings.

- ② 2진수에 의한 스트링으로 표현한 계수 K_p , K_I , K_D 를 10진 값으로 변환하여 각도 및 위치 제어기를 구성한 후, 이를 결합한 2차원 도립진자 시스템의 동특성 시뮬레이션 결과를 이용하여 각 개체의 적합도(fitness)를 평가한다. 이때 적합도 함수는 각도 및 위치에 대하여 식(9)로 표현되는 하중절대편차적분(ITAЕ)의 역수를 사용한다.

$$F_\theta = \frac{1}{\int_0^{t_f} |e_\theta(t)| t dt}, F_p = \frac{1}{\int_0^{t_f} |e_p(t)| t dt} \quad (9)$$

- ③ ②에서 구한 각도와 위치의 적합도를 각각 내림차순(descending order)으로 재배열하고, 동일 순서에 속하는 각도와 위치 계수를 쌍(pair)으로 하는 스트링들로 새로운 개체를 구성하므로써 개체집합을 재생성 시킨다.

- ④ ③에서 새롭게 생성된 개체들에 대하여 ②에서 수행한 방법으로 적합도를 다시 평가하고, 각도 및 위치에 대한 적합도의 합을 구한다.
- ⑤ ④에서 평가한 적합도의 합을 이용하여 선택(selection) 연산을 한다. 여기서, 선택규칙으로서는 roulette wheel 선택기법을 채용하며, 교차는 K_p , K_i , K_D 각 계수에 대해서 1점 교차(one-point crossover), 즉, 각 스트링에 대하여 총 3점에서 교차확률에 따라 발생되도록 한다. 또한, 적정한 확률로 돌연변이(mutation)가 이루어진다.
- ⑥ GA의 종단조건을 만족하거나 수행횟수가 끝날 때까지 ②~⑤ 단계를 반복하며, ④에서 구한 적합도의 합을 이용하여 최적 PID계수를 선정한다.

III. 2차원 도립진자 시스템

1. 시스템 개요 및 구성

본 논문에서 제작한 2차원 도립진자 시스템의 구성도는 그림 7과 같다. 전체 시스템은 크게 제어부, 구동부와 플랜트로 나뉘어 진다. 제어부는 I/O보드가 장착된 범용 PC로 구성되고, 구동부는 DC모터와 구동회로로 구성되며, 플랜트는 그림 8과 같이 2단으로 형성된 X-Y 테이블로 구성되어 있다.

진자는 유니버설 조인트(universal joint)를 이용하여 X, Y 축에서 어느 방향으로든지 쓰러질 수 있도록 설계되었으며, 카트는 평면 이동이 가능하도록 하였다. 제작한 2차원 도립

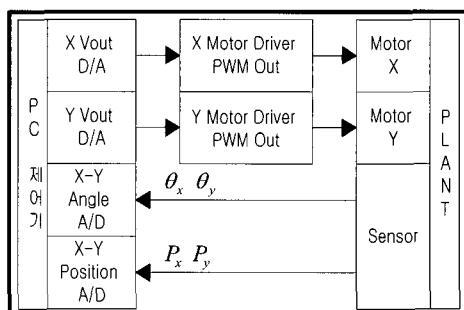


그림 7. 시스템 구성도.

Fig. 7. Overall structure.

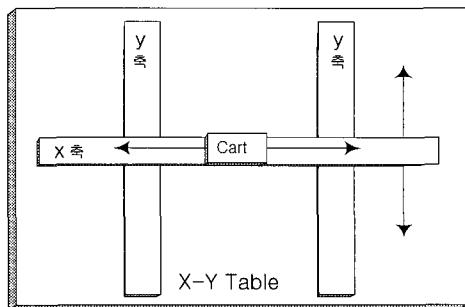


그림 8. X-Y 테이블 구조.

Fig. 8. Structure of X-Y table.

진자 시스템의 기본 구성은 기본 판 위에 Y축 2개가 세로로 고정되어 있고, 그 위에 가로로 X축이 탑재되어 있는 상태이다. 카트는 X축 위에서 좌우로 이동이 가능하며, Y축 상에서 X축 전체가 전후로 이동하게 된다. X축과 Y축은 LM(Linear Motion) 가이드를 사용하여 제작하였다. 모터의 힘을 카트 혹은 X축 전체에 전달하기 위해 타이밍 벨트를 사용하였다. X-Y테이블의 전제적인 사양은 표 3과 같으며, 실제 제작한 시스템을 그림 9에 나타내었다.

2. 모터 구동장치

그림 10에 모터 구동장치의 블록선도를 나타내었다. 모터 구동회로에서는 플랜트의 각도 및 위치에 대한 센서값을 계측하여 A/D 변환하고, 이를 제어기에 입력하여 생성된 출력신호를 D/A 변환하여 PWM신호를 생성한다.

X축 및 Y축에 대한 각도 및 위치 계측을 위해 각각 1번 1kΩ과 10번 10kΩ의 포텐시미터를 사용하였으며, 계측 전압은 최대 ±10V까지 변화시킬 수 있다. 진자가 수직일 때를 기준전압 0V로 하고 좌우로 기울어짐에 따라 전압이 가변되며 실험에서는 ±15°일 때 ±4V로 제한하였다.

카트가 LM 가이드의 중심에 있을 때를 0V, 양 끝단에 위치할 때를 ±10V로 설정하고 카트의 이탈을 방지하기 위하여 ±9V일 때 PWM 출력전압을 끊어주는 이탈방지 기능을 추가하였다.

표 3. X-Y 테이블 사양.

Table 3. Specifications of X-Y table.

이송축		X축	Y축
table	size	840mm	735mm
motor	용량	25W	60W
	rpm	600	500
	정격전압/ 전류	DC 24V/1.7A	DC 24V/3.2A
timing Belt	type	HTD-3M	HTD-3M
	width	12mm	12mm
	length	1996.2mm	1925.0mm
pulley	type	HTD3M-6F	HTD3M-6F

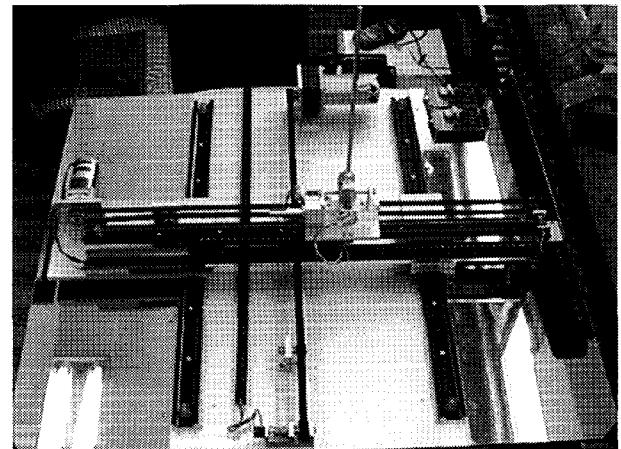


그림 9. 실제 제작한 2차원 도립진자 시스템.

Fig. 9. 2-dimensional inverted pendulum system.

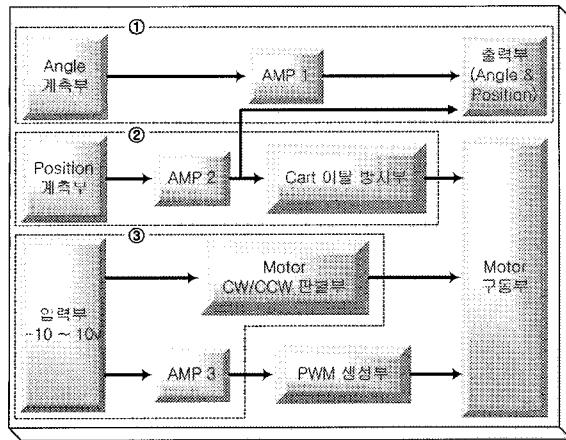


그림 10. 모터 구동장치의 블록선도.

Fig. 10. Block diagram of motor driving circuit.

PWM 신호 생성을 위한 최대 입력전압은 $\pm 10V$ 이며, 이 입력전압에 따라 듀티(duty)비가 다른 3kHz의 PWM 신호를 생성하여 모터에 인가한다. 또한, 모터 구동장치에는 모터의 정·역 회전 판별을 위한 판별회로와 단락 방지기능이 있다. PC와 모터구동장치의 인터페이스를 위한 상용용 I/O 보드(RG-I03)가 PCI슬롯에 장착되었다. X-Y축을 제어하기 위해 I/O보드상의 아날로그 입력 4채널과 아날로그 출력 2채널이 사용된다.

IV. 시뮬레이션 및 실험

1. GA에 의한 P, I, D계수 추출

앞에서 제시한 수학 모델 및 GA를 사용하여 PID 계수를 구하고자 한다. GA에서는 P, I, D 계수 추출을 위하여 K_P , K_I , K_D 와 같은 계수들을 2진수로 표현되는 스트링으로 변환한다. 시뮬레이션에 사용된 변수 및 파라미터 값은 다음과 같다.

- ① 개체의 총길이 : 각도 48(16×3), 위치 48(16×3)
- ② 계산 종료시 까지의 세대수 : 1000
- ③ 개체 집합의 크기(개체수) : 50
- ④ 교차확률 : 0.25
- ⑤ 돌연변이확률 : 0.001
- ⑥ P, I, D계수의 탐색영역

X축:각도 $K_{P1} \in [0, 15]$, $K_{I1} \in [0, 25]$, $K_{D1} \in [0, 0.1]$

위치 $K_{P2} \in [0, 10]$, $K_{I2} \in [0, 5]$, $K_{D2} \in [0, 0.1]$

Y축:각도 $K_{P1} \in [0, 15]$, $K_{I1} \in [0, 35]$, $K_{D1} \in [0, 0.5]$

위치 $K_{P2} \in [0, 10]$, $K_{I2} \in [0, 5]$, $K_{D2} \in [0, 0.5]$

개체의 총길이는 48×2 개로, P, I, D계수는 각각 16개의 2진수로 표현하였고, 계수 탐색에 있어서 위치의 계수값보다 각도의 계수값이 더 크도록 각도의 계수 탐색영역을 약간 넓게 설정하므로 써 전술한 바와 같이 각도 오차가 제어에 더 큰 영향을 미치도록 하였다. 그리고 X축과 Y축의 각 변수들에 대한 조건은 동일하나 탐색영역과 초기값만 서로 다르게 설정하였다.

그림 11에 수정된 GA(MGA)와 단순 GA(SGA)를 사용한 경우에 있어서 (9)에 나타낸 각도에 대한 적합도와 위치에

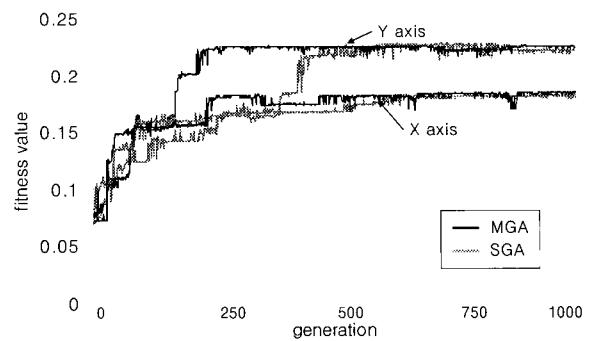


그림 11. X, Y축의 적합도 비교.

Fig. 11. Comparison of fitness values for X, Y axes.

대한 적합도의 합($F_p + F_r$)의 세대별 최대값의 변화모습을 나타냈으며, 최적 P, I, D 계수는 적합도 합의 최대값을 갖는 세대의 계수값으로 설정하였다.

그림 11에 나타낸 MGA와 SGA를 사용했을 때의 최대 적합도 값과 세대를 비교해 보면, MGA를 사용했을 경우에서는 X, Y축에 대하여 951세대와 859세대에서 각각 0.1841, 0.2257의 최대 적합도 값을 보인 반면 SGA를 사용한 경우에는 X축과 Y축이 각각 997세대와 835세대에서 0.1825와 0.2236의 최대 적합도 값을 갖는 것으로 나타났다. 또한, 적합도의 수렴 상태를 보면 X축과 Y축이 각각 0.1800, 0.2200 부근에서 수렴함을 알 수 있는데, SGA에 의해 수렴값에 도달하는 세대는 643세대 와 537세대인 반면 MGA에 의해 수렴값 도달세대는 각각 470세대와 227세대로 나타났다. 이것은 본 논문에서 제안한 MGA는 기존의 SGA에 비하여 수렴속도가 매우 빠르며 더 높은 적합도 값을 갖는다는 것을 의미한다. 위와 같이 MGA를 이용하여 추출한 X, Y축에 대한 각각의 P, I, D 계수값을 표 4에 보였다.

표 4. P, I, D 계수.

Table 4. P, I, D coefficients.

제어 변수	K_P	K_I	K_D
X축	각도	9.7766	19.9600
	위치	1.3283	0.1563
Y축	각도	9.9719	29.8686
	위치	1.2502	0.0983

2. 시뮬레이션 및 실험

실제 실험에 앞서 MGA를 이용하여 구한 표 4의 계수값을 이용하여 PID제어기를 설계한 다음 도립진자 시스템의 동적 모델식에 적용하여 시뮬레이션 하였다. 2차원 도립진자 시스템은 불확실성이 항상 존재하여 정확한 수학 모델식을 구할 수 없었기 때문에 파라미터 불확실성을 내포한 대략적인 동적방정식을 이용하여 시뮬레이션 하였다. PID제어기는 PC에서 CEMTool을 이용하여 구현하였으며 시뮬레이션 결과를 그림 12에 보였다.

그림 12에서 위쪽의 그래프는 X, Y축의 각도, 아래쪽의 그래프는 위치에 대한 동특성을 나타낸다. 시뮬레이션시의

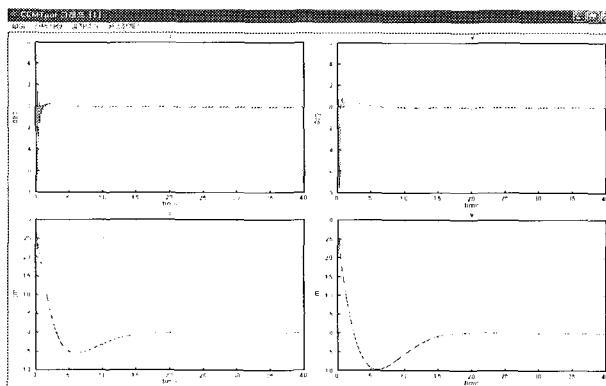


그림 12. 시뮬레이션 결과.

Fig. 12. Simulation results.

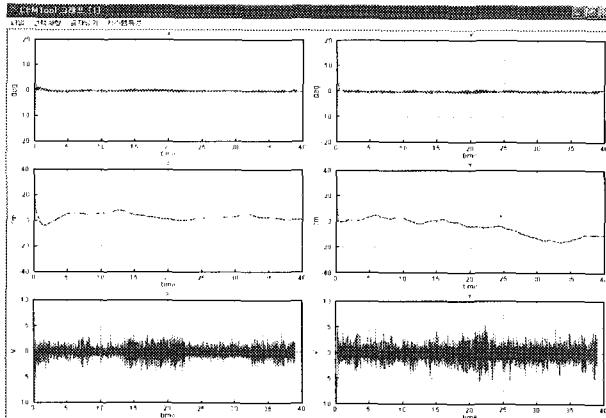


그림 13. PID제어기에 의한 실험 결과.

Fig. 13. Experimental results by PID controller.

초기조건은, X축은 각도 약 4.4° , 위치 약 21.3cm, Y축은 각도 약 4.4° , 위치 약 19.4cm로 설정하였으며, 샘플링 시간은 X, Y축 모두 2ms로 하였다. 그림에서 보인 것처럼 2차원 도립진자 시스템의 수학 모델을 이용한 시뮬레이션 결과는 X, Y축 모두 목표값으로의 수렴속도 및 정상상태에서 성능이 매우 우수한 것으로 나타났으나, 위치보다는 각도가 정상상태에 수렴하는 속도가 더 빠름을 알 수 있다. 이것은 각도에 대한 PID제어기 계수값이 위치에 대한 PID제어기 계수값 보다 크게 설정하여 위치보다는 각도에 더 민감하게 반응하도록 PID제어기를 설계하였기 때문이다.

또한, 시뮬레이션에 사용된 P, I, D계수를 실제 제작한 2차원 도립진자 시스템에 적용하여 실험하였다. 초기조건은, X축은 각도 -14° , 위치 22cm, Y축은 각도 -8° , 위치 11cm로 하였고, 샘플링시간은 2ms로 하였다. 그림 13에 실험 결과를 보였다. 그림 13에서 볼 수 있는 바와 같이 진자의 각도에 대한 제어성능은 우수하였으나, 카트의 위치 제어의 경우에는 오차가 비교적 큰 것으로 나타났다. 이러한 문제점은 실제시스템과 시뮬레이션에 적용한 수학 모델과의 상이함, 즉 X축과 Y축간 연동특성 및 관성 등을 고려하지 않아 생기는 모델링 오차에서 기인하는 것으로 보인다.

3. P, I, D 계수 조정 및 외란 실험

앞에서 구한 GA기반 PID제어기를 결합한 실제 시스템의

표 5. P, I, D 계수 조정.

Table 5. Adjustment of P, I, D coefficients.

제어변수		K_P	K_I	K_D
X축	각도	9.8	22	0.09
	위치	1.5	0.4	0.01
Y축	각도	10	30	0.004
	위치	1.4	0.07	0.004

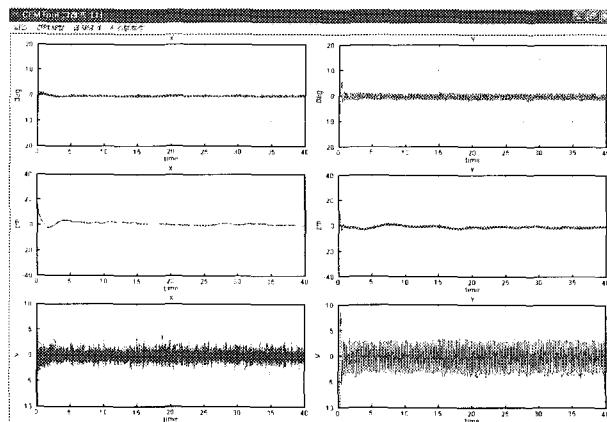


그림 14. 조정된 계수를 갖는 PID제어기에 의한 실험 결과.

Fig. 14. Experimental results by PID controller with tuned coefficients.

정상상태 오차를 개선하기 위하여 시뮬레이션에 의해 얻어진 표 4의 계수값을 초기값으로 몇 번의 반복실험을 통해 계수값을 조정하였다. 표 5에 실험에 의해 조정된 P, I, D 계수값을 나타내었으며, 이 계수값을 이용한 실험 결과를 그림 14에 보였다.

그림 14에 보인 실험결과로 부터 X축의 동특성은 대단히 우수함을 알 수 있으며, Y축의 경우 약간의 진동을 보이나 그림 13의 결과와 비교해 보면 동특성이 크게 개선되었음을 확인할 수 있다. 앞의 실험 데이터를 이용하여 X-Y 좌표 평면상에서 초기값에서 목표값으로 수렴해가는 과정을 그림 15와 그림 16에 보였다. 그림 15에서 보인 것처럼 진자의 각도는 X축의 경우 $\pm 1^\circ$, Y축은 $\pm 2^\circ$ 의 범위 내에서 수렴하고, 그림 16에 나타난 카트의 위치는 X축 $\pm 2.5cm$, Y축 $\pm 2cm$ 의 오차 내에서 원하는 목표값으로 수렴하는 것을 알 수 있다.

정상상태에서 인위적인 외란을 가한 경우의 X, Y축 각도와 위치에 대한 제어특성을 그림 17에 나타내었다. 외란을 인가하기 위해 물리적인 힘을 순간적으로 진자에 가하는 방법을 사용하였다. 외란은 대략 6초, 19초, 35초, 54초에서 서로 다른 방향으로 가했다. 그림 17에 나타난 것과 같이 X와 Y축의 진자와 카트 모두 원하는 각도와 위치로 빠르게 수렴하는 것을 볼 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 GA 및 인간의 heuristic한 제어동작을 기반으로 하는 PID제어기를 설계하여 2차원 도립진자 시스템 제어에 적용하였다. 실험을 위해 X-Y테이블 구조를 갖는 2

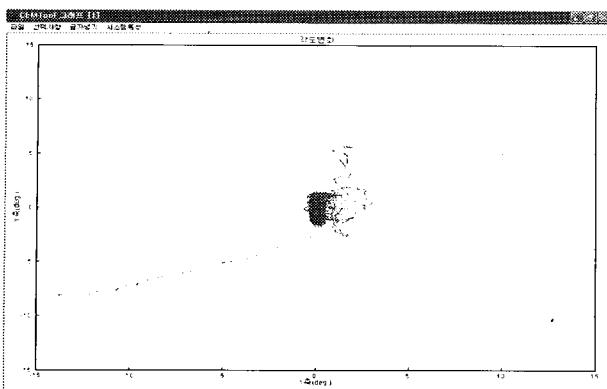


그림 15. X-Y 평면에서의 진자의 각도 변화.
Fig. 15. Angle variation of rod in X-Y plane.

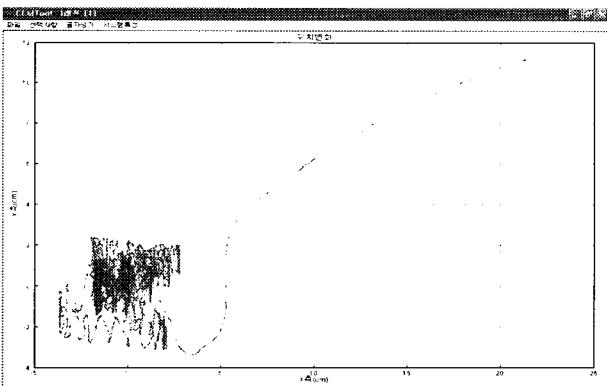


그림 16. X-Y 평면에서의 카트의 위치 변화.
Fig. 16. Position variation of cart in X-Y plane.

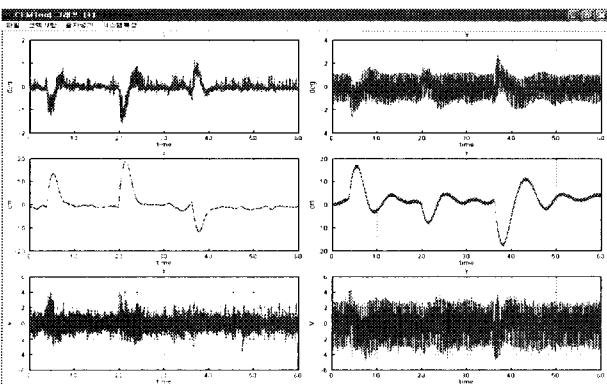


그림 17. 외란에 대한 시스템 응답.
Fig. 17. System responses to disturbances.

차원 도립진자 시스템을 제작하였고, X축 및 Y축 각각에 대하여 진자의 각도 및 카트의 위치를 제어하기 위한 PID 제어기가 설계되었다.

수정된 GA는 C언어로 구현하였으며, 실험에 사용된 2차원 도립진자 시스템은 불확실성이 항상 존재하여 정확한 수학 모델식을 구할 수 없었기 때문에 파라미터 불확실성을 내포한 대략적인 동적 방정식을 이용하여 P, I, D 계수를 탐색하였다.

수학 모델을 이용한 시뮬레이션에 있어서는 X, Y축 모두 각도와 위치 제어성능이 매우 우수하게 나타났으나, 실제 시스템에 적용한 결과 X, Y축의 각도 제어성능은 우수하나 위치 제어성능에 다소 문제가 있었다. 이는 2차원 도립진자 시스템의 X, Y축의 움직임을 상호 독립적이라고 가정한 것과 관성 등의 모델 파라미터들의 오차에 의한 것으로 보인다.

실제 시스템에 대한 제어성능의 향상을 위해 GA에 의해 얻어진 P, I, D계수를 몇 번의 반복 실험을 통하여 조정하였으며, 이 제어기를 사용하므로 써 정상상태 오차를 현저하게 줄일 수 있었다. 시뮬레이션 및 실험결과로 부터 수정된 GA에 의한 P, I, D계수 추출방법의 유용성을 확인할 수 있었다. 차후 X축과 Y축의 연동특성 등을 고려한 수학모델의 구축에 관한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] 서강면, 안정훈, 강문성, "GA를 이용한 비선형 다변수 시스템의 PID제어", 2002 대한전기학회 하계학술대회 논문집, D권, pp. 2146-2148, 2002.
- [2] C. A. Lin, "Multi-input multi-output PI controller design", in Proc. of IEEE conf. on Decision And Control, pp. 3702-3707, Sydney, Australia, Dec., 2000.
- [3] Y. Mitakura, T. Yamamoto and M. Kaneda, "A design of self-tuning PID controller using a genetic algorithms", Proc. of ACC, pp. 1361-1365, San Diego, California, June, 1999.
- [4] M. J. Grimble and M. A. Johnson, "Algorithm for PID controller tuning using cost minimization", Proc. of ACC, pp. 4368-4372, San Diego, California, June, 1999.
- [5] J. B. He, Q. G. Wang and T. H. Lee, "PI/PID controller tuning via LQR approach", Chemical Engineering Science 55, pp. 2429-2439, 2000.
- [6] 이경창, 이석, "유전자 알고리즘을 이용한 네트워크 기반 제어 시스템의 원격 제어기 설계", 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제8권, 제1호, pp. 80-88, 1. 2002.

**서 강 면**

1967년 2월 2일생. 1992년 청주대학교 전자공학과 졸업, 1994년 청주대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 정보통신공학부 박사과정 수료. 관심분야는 지능제어 및 마이크로프로세서 응용.

**강 문 성**

1954년 12월 2일생. 1978년 한양대 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 일본 교토대학원 전기공학과 졸업(박사), 1979년~1991년 한국전력공사 선임연구원, 1991년~현재 청주대학교 정보통신공학

부 교수.